ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი

სამეცნიერო-საგანმანათლებლო ჟურნალი

ქართული ენა და ლოგიკა

2005
ლოგიკისა და ენის გაერთიანებული ქართული ჯგუფი

ი. ვეკუას სახ. გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტთან არსებული
ლოგიკისა და ენის გაერთიანებული ქართული ჯგუფისა და
თსუ მათემატიკის ინსტიტუტის მათემატიკის დაფუძნების
და სწავლების მეთოდიკის მოდულის
სამეცნიერო-საგანმანათლებლო
ჟურნალი

ქართული ენა და ლოგიკა

უნივერსიტეტის სახელმწიფო მიზნობრივი პროგრამა
„კომპიუტერის სრული პროგრამულ-მომსახურეობითი
მოქცევა ბუნებრივ ქართულ ენობრივ გარემოში”

2005
იანვარი-ივნისი

სამეცნიერო-საგანმანათლებლო ჟურნალი
„ქართული ენა და ლოგიკა"
ggll_pkhakadze@caucasus.net
უნივერსიტეტის ქ. № 2
ISSN 1512 – 2840

მთავარი სარედაქციო საბჭო:
მერაბ ბაბუხადია, კახა გაბუნია (მთავარი რედაქტორის მოადგილე), მარინე ივანიშვილი, ვლადიმერ ლეკიაშვილი (მთავარი რედაქტორის მოადგილე), გივი ნადიბაიძე, ვახტანგ ფხაკაძე, კონსტანტინე ფხაკაძე (მთავარი რედაქტორი), ბადრი ცხადაძე, გიორგი ჩიჩუა.
სარედაქციო საბჭო:
რეზო აბაშია, ქეთევან გოჩიტაშვილი, ინეზა ბერიაშვილი, თამარ ესიტაშვილი, ლალი ტიბუა, ჭაბუკი ქირია, გელა ჭანკვეტაძე.
საკონსულტაციო საბჭო:
ვლადიმერ ბორშჩევი, დავით გორდეზიანი, თამაზ თევზაძე, ბარბარა პარტი, თედო უთურგაიძე, თემურ ჩიჩუა.

გამოიცემა საქართველოს განათლებისა და მეცნიერების სამინისტროს
მიერ გამოყოფილი დაფინანსებითა და ქართულ-ამერიკული საწარმოს
„კანარგო სტანდარტ ოილ პროდუქტის" ქველმოქმედებითი
მხარდაჭერით

"THE GEORGIAN LANGUAGE AND LOGIC"
SCIENTIFIC-EDUCATIONAL JOURNAL
ggll_pkhakadze@caucasus.net
2 University St
ISSN 1512 - 2840

Main Editorial Board:
Merab Babukhadia, Kakha Gabunia (Co-chair), Marine Ivanishvili, Vladimir Lekiashvili (Co-chair), Givi Nadibaidze, Vachtang Pkhakadze, Konstantine Pkhakadze (Chair), Badri Tskhadadze, Giorgi Chichua.
Editorial Board:
Rezo Abashia, Ineza Beriashvili, Ketevan Gochitashvili, Tamar Esitashvili, Lali Tibua, Chabuki Kiria.
Consultative Board:
Vladimir Borshchev, David Gordeziani, Tamaz Tevzadze, Barbara Partee, Tedo Uturgaidze, Temur Chichua.

Published with the sponsorship of Ministry of Education and Science and charity of Georgian-American Enterprise "Canargo Standard Oil Products"

სარჩევი

1. კ. ფხაკაძე.
წინათქმა ანუ ლოგიკისა და ენის გაერთიანებული ქართული
ჯგუფის მიზნებისა და ამოცანების შესახებ 1

2. ლოგიკისა და ენის გაერთიანებული ქართული ჯგუფი - პროექტი
„ქართული ენის თანამედროვე ლოგიკური გრამატიკის საფუძვლები".
ლინგვისტური მიმართებისა და ლოგიკური ბრუნების
საკითხისათვის ქართულში 19

3. ო. ჭანკვეტაძე, გ. ჭანკვეტაძე.
განკითხულებანი (ინტერროგაციები)
და მათი გამოყენება 78

4. ბარბარა ჰოლ პარტი, ალის ტერ მიულენი, რობერტ უოლი
მათემატიკური მეთოდები ლინგვისტიკაში
თარგმანზე მუშაობდნენ: კ. ფხაკაძე,
ლ. ლეკიაშვილი, ე. სოსელია,
მ. ივანიშვილი.

მათემატიკური და ბუნებრივი ენების
ზოგადი ლოგიკური
საფუძვლები 81

4.1. შესავალი 82
4.2. სიმრავლეთა თეორიის ძირითადი ცნებები 85
4.3 მიმართებები და ფუნქციები 106
4.3. მიმართებების თვისებები 116
4.4. უსასრულობა 130
4.5. ლოგიკისა და ფორმალური სისტემების
სასაფუძვლო ცნებები 146

5. თ. თევზაძე, გ. ნადიბაიძე, ვ. ფხაკაძე, კ. ფხაკაძე,
კ. გაბუნია, ლ. ლეკიაშვილი, ბ. ცხადაძე.
მათემატიკური და ბუნებრივი ენების ლოგიკა
და თანამედროვე სასწავლო მიზნები 155

წინათქმა ანუ ლოგიკისა და ენის გაერთიანებული ქართული ჯგუფის მიზნებისა და ამოცანების შესახებ

წინათქმაში მოკლედ მიმოვიხილავთ ჩვენი ჯგუფის წინაშე მდგარი პრობლემატური საკითხების არსს, ჩვენი მოძრაობის მიზნებსა და იმ ეტაპობრივად გადასაწყვეტ ამოცანებს, რომელთაგან ერთ-ერთი სწორედ ისეთი გამოცემის დაფუძნება გახლდათ, როგორიცაა სამეცნიერო-საგანმანათლებლო ჟურნალი „ქართული ენა და ლოგიკა".

მკითხველს ვურჩევთ, რომ პირველი წაკითხვისას ნაკლები ყურადღება მიაქციოს ჩანართებს. ისინი წინამდებარე წინათქმის მხოლოდ დამატებითი ქარგია და არა ძირითადი. ამასთან, საკითხთა სიღრმისეული გააზრებისთვის ამ ჩანართების გაცნობა აუცილებელია. ზოგი ჩანართი ნაწილობრივ მეორდება, რაც ტექსტის იმ ადგილების შესაბამისი აქცენტირების მოთხოვნებით იხსნება, სადაც ეს ხდება.

ჟურნალი ფუძნდება ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტისა და ი. ვეკუას სახ. გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტის სახელმწიფო მიზნობრივი პროგრამის - „კომპიუტერის სრული პროგრამულ-მომსახურეობითი მოქცევა ბუნებრივ ქართულ ენობრივ გარემოში" (№1.01.73) - იმ უმნიშვნელოვანესი მიზნის გათვალისწინებით, რაც ქართული წერითმეტყველებითი და ზეპირმეტყველებითი ენების კომპიუტერთან თავისუფალი ინტელექტუალური ურთიერთობის ენად მოდიფიცირებას გულისხმობს. ამასთან, ჟურნალის პირდაპირი მიზანი საქართველოში იმ ფუნდამენტური სამეცნიერო სფეროს განვითარებაა, რომელიც ენად და ლოგიკად[1] იწოდება და რომელიც ზემოაღნიშნული ამოცანის გათვალისწინებით სხვადასხვა ბუნებრივ-ენობრივ სისტემებში მათემატიკურად მკაცრი თეორიული ხასიათის კოგნიტური კვლევებით არის დაკავებული.

---

[1] 50-ანი წლების დასასრულს ჩომსკის მიერ გამოქვეყნებული ნაშრომით - „სინტაქსური სტრუქტურები" („Syntactic Stuctures") და 70-ანი წლების დასაწყისში მონტეგიუს მიერ გამოქვეყნებული ნაშრომებით - „ინგლისური, როგორც ფორმალური ენა" (`English as a Formal Languege") და „კვანტიფიკატორების საკუთრივი დამუშავება ჩვეულებრივ ინგლისურში" (The Proper Treatment of Quantification in Ordinary Inglish") გამოიკვეთა და დაფუძნდა ის სამეცნიერო სფერო, რომელიც, საზოგადოდ, ენად და ლოგიკად იწოდება და რომელიც თანამედროვე ლოგიკურ-ლინგვისტური სამეცნიერო მიმართულების სახით ჩამოყალიბდა. ის ძირითადი, რაც ჩომსკისა და მონტეგიუს ლოგიკურ-ლინგვისტურ ხაზებს განასხვავებს, განპირობებულია იმ განსხვავებული მათემატიკური, ფორმალურ-ლოგიკური საფუძვლებით, რაც მათ თავ-თავიანთი თეორიების განსავითარებლად აიღეს. ეს თეორიები ძირითადად სემანტიკის ფუნდამენტური პრობლემისადმი განსხვავებული დამოკიდებულებით განირჩევა. ჩომსკისთან სემანტიკური საკითხები ჩორჩისეულ გამოსახულებათა გადამწერი სისტემების საფუძველზე წყდება და სემანტიკა მისთვის მეორადი, ფორმალური ანალიზის საფუძველზე გამოყვანადი კატეგორიაა. მონტეგიუსთან სემანტიკა ძირითად, სასაფუძვლო კატეგორიად განიხილება და იგი ბუნებრივ ენებში სემანტიკის საკითხს მათემატიკისთვის ტრადიციული, სიმრავლურ-თეორიული მიდგომებით წყვეტს. – ამგვარად, მათი მეცნიერული თეორიების და, საზოგადოდ, თანამედროვე ლოგიკურ-ლინგვისტური სამეცნიერო სფეროს ფორმირების პროცესი არ შეიძლება განხილულ იქნეს ისეთი ფილოსოფოსების, მათემატიკოსების და ლოგიკოსების გარეშე, როგორებიც იყვნენ არისტოტელე, ლაიბნიცი, პასკალი, დეკარტი, ბული, ფრეგე, ჰილბერტი, რასელი, ვიტგენშტეინი, ეჯდუკევიჩი, ტარსკი, ჩორჩი, ნეიმანი, კარნაპი, ბარ-ჰილელი, ტიურინგი, პოსტი და სხვ., რომლებიც, თავის მხრივ, ენისა და აზროვნების ფილოსოფიის, თანამედროვე მათემატიკური ლოგიკის, ფორმალური ენების და ფორმალური ენების თეორიის, ფორმალური მტკიცებების თეორიის, ციფრული და ენობრივ-ლოგიკური ავტომატებისა და ალგორითმების თეორიის ფუძემდებლები არიან. ამგვარად, შეიძლება ითქვას, რომ დასავლური სამეცნიერო საზოგადოება განუწყვეტლივ ფიქრობდა ენისა და აზროვნების ურთიერთმიმართებებზე ანუ იმ საკითხებზე, რაც დღეს მისი პრაქტიკული თუ თეორიული ხასიათის ყველა შესაძლო შემადგენლით ენად და ლოგიკად წოდებულ სამეცნიერო სფეროშია თავმოყრილი. – ნებისმიერი, ვინც თუნდაც გაკვრით გადაფურცლავს სახელმძღვანელოებს „ენა და ლოგიკა" ("Logic and Language", რედაქტორები: იოჰან ვან ბენტემი და ალის ტერ მიულენი, 1997), „თანამედროვე სემანტიკური თეორიები" ("Contemporary Semantic Theory", რედაქტორი შალომ ლაპინი, 1997), „ფორმალური სემანტიკები" ("Formal Semantics", რედაქტორები: პაულ პორტნერი, ბარბარა პარტი, 2001) დარწმუნდება, თუ როგორი სწრაფი ტემპებით განვითარდა ეს სამეცნიერო სფერო ბოლო ორმოცი წლის განმავლობაში. დღეს, იშვიათად ნახავთ ისეთ ქვეყანას, სადაც მათი ენების მანქანებთან საურთიერთობო ენად მოდიფიცირებისათვის არ წარმოებს სპეციალური პრიორიტეტული პროგრამული კვლევები ამ ენების სრული და ამომწურავი ლოგიკურ-ლინგვისტური შესწავლის მიზნით.

ქართული ენის კომპიუტერებთან ანუ, უფრო ზოგადად, მანქანებთან თავისუფალი ურთიერთობის ენად მოდიფიცირება ითვალისწინებს ამ მანქანების ისეთ პროგრამულ უზრუნველყოფას, რომ ნებისმიერ მომხმარებელს, ყოველგვარი სპეციფიკური ცოდნის გარეშე, მხოლოდ ქართული წერითმეტყველებითი და ზეპირმეტყველებითი ენებით საშუალება მიეცეს მათთან ამომწურავი და თავისუფალი ურთიერთობის დამყარებისა ყველა შესაძლო ინტელექტუალური თუ მომსახურეობითი მიზნით.

ამგვარი, კომუნიკაციური ბარიერებისაგან თავისუფალი, ელექტრონული მანქანები თანდათან უფრო და უფრო მეტი მოცულობით იღებენ თავიანთ თავზე ადამიანებისთვის დამახასიათებელ ინტელექტუალურ, ენობრივ-აზროვნებით დატვირთვებს და ამით ისინი (ე.ი. მანქანები) თანდათან უფრო მეტი მოცულობით მათი (ე.ი. ადამიანების) დაუზარელი ინტელექტუალური პარტნიორები ხდებიან.

აღნიშნული, ერთი მხრივ, ეპოქალური[1] დატვირთვის მქონე ურთულესი ლოგიკურ-ლინგვისტური სპეციფიკებით გაჯერებული ტექნოლოგიური ამოცანაა, მეორე მხრივ კი, ის გადამწყვეტი გზა, რომელიც ამ მიზანს შესაძლებლობად აქცევს, დღეს უკვე პრობლემატურად აღარ განიხილება და, შესაბამისად, უკვე განჭვრეტილი და ჩაფიქრებული შედეგის მისაღწევად მიზნობრივი მოძრაობა სულ უფრო ინტენსიური ფორმებით ვითარდება.

ხაზგასასმელია ისიც, რომ დასავლეთში აღნიშნული მიზნით მოძრაობა წლების წინ დაიწყო და დღეს უკვე იქ ამ მიზნით მიმდინარე პროცესები დასკვნით ეტაპზეა. და ეს მაშინ, როდესაც, თანამედროვე ჩომსკი-მონტეგიუსეული ლოგიკურ-ლინგვისტური თვალსაზრისებით ქართული ენობრივ-აზროვნებითი სისტემა მისთვის სასაფუძვლო ქვეცნობიერი საფეხურის მათემატიკურ ენობრივ-აზროვნებით სისტემასთან შეჯერებულად თითქმის შეუსწავლელია. განსაკუთრებით თვალსაჩინოა ჩამორჩენა ქართული ზეპირმეტყველებითი სისტემის მკაცრი ლოგიკურ-ლინგვისტური მეთოდებით შესწავლის მხრივ, რაც, ბუნებრივია, ფუნდამენტურად უნდა ეყრდნობოდეს მანამდე საკმარისი მოცულობით გამოკვლეული წერითმეტყველებითი სისტემის მათემატიკურად მკაცრად აღწერილ ლოგიკურ-ლინგვისტურ კანონმდებლობას.

ხაზგასასმელია, რომ მეტყველების კომპიუტერული ამოცნობის პრობლემა ბუნებრივი ენების უმეტესი ნაწილისათვის თითქმის გადაწყვეტილია, არადა ქართული მეტყველების ამოცნობაზე მუშაობა მხოლოდ ჩვენი ჯგუფის ფარგლებში წარმოებს[2] და ისიც მხოლოდ ერთი მეცნიერ-მკვლევრის პიროვნული ენთუზიაზმისა და აქტივობის ხარჯზე[3].

---

[1] დღეს უკვე გასაგებია, რომ საურთიერთობოდ თავისუფალი ინტელექტუალური მანქანები ახალი ტიპის საზოგადოებრივ მიმართებებსა და სახელმწიფოებრივ ურთიერთობებს აყალიბებენ და რომ ჩვენ უკვე ამ თვისობრივად ახალი კულტურული ეპოქის მიჯნაზე ვიმყოფებით.

[2] თუ პრობლემის აქ გაკეთებული ჩვენეული შეფასება გადაჭარბებულია და თუ იგი ვითარებას არა ადეკვატურად ასახავს, ანუ, დღეს, თუ კიდევ სადმე წარმოებს ამ მიმართულებით კვლევები, ამას, ჩვენ, ბუნებრივია, მივესალმებით და თანამშრომლობით რეჟიმში მხარსაც დავუჭერთ. - გამომდინარე იქიდან, რომ ბოლო ოთხი წლის განმავლობაში, ჩვენი მხრიდან ღია საჯარო მოხსენებების, პრეზენტაციებისა და გამოქვეყნებული სტატიების სახით სისტემატიურად ხდებოდა აღნიშნული პრობლემის აქტუალიზაცია და იქიდანაც, რომ, მიუხედავად ამისა, არავინ შემოგვხმიანებია, უფლება გვეძლევა ზემოაღნიშნული მძაფრი განაცხადის გაკეთებისა, რისი უპირველესი მიზანი აუცილებელ თანამშრომლობაზე მოწოდებაა და მეტი არაფერი. - ჩვენთვის ცნობილია, რომ 90-იან წლებამდე აღნიშნული მიზნით ქართული ენის შესწავლისა და ფონეტიკური ანალიზირების პროცესები მიმდინარეობდა როგორც ენათმეცნიერების, ისე მართვის სისტემების ინსტიტუტში. მაგრამ, მიუხედავად ჩვენი არაერთი მცდელობისა, ჯერჯერობით ვერ შევძელით გავცნობოდით კვლევათა იმ ეტაპზე მიღწეულ შედეგებსა და იქ უკვე აპრობირებულ მეთოდებს. აქ ჩვენ არ ვგულისხმობთ პროფ. ზ. ჯაფარიძის ცნობილ თეორიულ ნაშრომებს, ჩვენ უფრო ის პრაქტიკული რეალიზაციები გვაინტერესებს, რომლებიც არა თუ უნდა დავკარგოთ, არამედ, პირიქით, ავტორების მინიშნებით უნდა გამოვამზეუროთ და იმ საჭირო და აუცილებელი გამოცდილების სახით გავითვალისწინოთ, რომელთა გარეშე ასეთი სირთულის ამოცანები ვერ წყდება. - ნებისმიერ შემთხვევაში, ცხადია, რომ ქართული მეტყველებითი ენის თავისებურებები, იმ თანამედროვე მიდგომებით, რომლებიც ზოგად ალგორითმულ მეთოდებსა და მარკოვის მათემატიკური ჯაჭვების თეორიას ემყარება, სიღრმისეულ კვლევებს ითხოვს.

[3] მხედველობაში გვყავს ჯგუფის წევრი, მიზნობრივი პროგრამის ერთ-ერთი თანახელმძღვანელი, გ. ჩიჩუა, რომელიც უკვე თითქმის რვა წელზე მეტია ამ მიმართულებით აწარმოებს ინტენსიურ კვლევით საქმიანობას და რომელსაც

მიუხედავად იმისა, რომ თარგმნის ამოცანაზე და ქართული ენის კომპიუტერულ დამუშავებაზე საქართველოში მუშაობა 60-ანი წლებიდან მიმდინარეობს, სამწუხაროდ, დღესაც არა გვაქვს ქართული ენის მორფოლოგიური[1] და სინტაქსური[2] საფეხურის მართლწერის პროგრამული სისტემები. არ არსებობს ქართული ენიდან და ქართულ ენაზე ავტომატურად მთარგმნელი სისტემები[3]. არადა, დასავლეთში, უკვე კონსტრუირებულია თარგმნის ამოცანის ხმიდან ხმაზე რეჟიმში გადამწყვეტი მანქანები[4].

ამ ფონზე, გასაგებია, რომ არა გვაქვს ე.წ. ბუნებრივ-ენობრივი რეზონერები (reasoner) ანუ მამტკიცებელი პროგრამული სისტემები[5] ქართულისათვის. უფრო მეტიც, ამ მიზნით, თუ არ

მეტყველების ამოცნობის პრობლემაზე ორიგინალურ თეორიულ მიდგომებთან ერთად უკვე აქვს ამოცნობის მაღალმაჩვენებლიანი ექსპერიმენტული პროგრამული რეალიზაციები.

[1] წარმოქმნის პრინციპზე აგებული ქართული მორფოლოგიური მართლმწერის ელექტრონული პროგრამული სისტემა პირველად რეალიზებულ იქნა მხოლოდ 2003 წელს ლოგიკისა და ენის გაერთიანებული ქართული ჯგუფის და მიზნობრივი პროგრამის ერთ-ერთი თანახელმძღვანელის და გაერთიანებული ჯგუფის მეორე შემადგენელი ჯგუფის ხელმძღვანელის კ. გაბუნიას ავტორობით. ეს ელექტრონული პროგრამული სისტემა არა ამომწურავი სისრულით, მაგრამ, მაინც, საკმარისი წარმადობით ართმევს თავს ქართული ენობრივი ტექსტების მორფოლოგიური სპელჩეკირების ამოცანას (პროგრამული გადაწყვეტა ეკუთვნის ს. გაბუნიას).

[2] ლოგიკისა და ენის ქართულ ჯგუფში კ. ფხაკაძის ხელმძღვანელობით შემუშავებული თეორიული ხედვების საფუძველზე მის მიერვე აგებული ალგორითმის მიხედვით უკვე რეალიზებულია მარტივი წინადადებებისა და ფრაზების სინტაქსური მართლმწერის პირველი ექსპერიმენტული ვარიანტი, რომელიც ტიპიზირებული მათემატიკური ენის მეშვეობით იცნობს შანიძისეული მარტივი წინადადებებისა და სახელური ფრაზებისათვის დამახასიათებელ არასწორ სინტაქსურ კონსტრუქციებს და აკორექტირებს მათ. პროგრამული მოდელი აგებულია სუფთა მათემატიკური მიდგომებით. იმდენად, რომ პროგრამული რეალიზაციისას არცერთი გრამატიკული წესი არ ყოფილა გამოყენებული. ამ წესების ნაცვლად ჩვენ ვეყრდნობოდით ტიპიზირებული მათემატიკური ენის ფარგლებში მათემატიკური ფორმულების სახით ჩაწერილ გამოსახულებათა გადამწერ წესებს (პროგრამული გადაწყვეტა ეკუთვნის რ. სხირტლაძეს). – გასაგებია, რომ აღნიშნული ექსპერიმენტული პროგრამული რეალიზაცია მნიშვნელოვანია ჯგუფში განვითარებული თანამედროვე ლოგიკურ-ლინგვისტური მიდგომების წარმადობის დასადასტურებლად და რომ იგი სათანადო მოცულობით ვერ ხსნის ქართული ენის სინტაქსური სპელჩეკირების პრობლემას.

[3] ლოგიკისა და ენის ქართულ ჯგუფში კ. ფხაკაძის ხელმძღვანელობით უკვე გამოკვეთილი თეორიული ხედვების საფუძველზე მუშავდება მათემატიკური ენის შუალედურობის პრინციპით ქართულიდან და ქართულზე მრავალენოვანი მთარგმნელი პროგრამული სისტემა. უკვე რეალიზებულია ქართულ-გერმანული ავტომატური მთარგმნელის პირველი ექსპერიმენტული ვარიანტი (პროგრამული გადაწყვეტა ეკუთვნის გ. ჭანკვეტაძეს, გერმანული ნაწილი დამუშავებულია ი. ბერიაშვილის მიერ), რაც კიდევ ერთი დასტურია ჯგუფში განვითარებული თანამედროვე ლოგიკურ-ლინგვისტური მიდგომების პროდუქტულობისა.

[4] ძირითადი მიზეზი იმისა, რომ ავტომატური ანუ მანქანური თარგმნის ამოცანა ჩვენთან არსებითი შედეგების გარეშე ვითარდებოდა და რომ დღეს არ არსებობს ქართული ენიდან და ქართულ ენაზე მთარგმნელი პროგრამული სისტემები არის ის, რომ ამ საკითხებზე მუშაობისას არ სარგებლობდნენ თანამედროვე ლოგიკურ-ლინგვისტური მიდგომებით, რომლებიც შინაარსის ერთი ენიდან მეორე ენაში გადასატან უნივერსალურ ენობრივ საშუალებად მათემატიკურ ენას იყენებს. მიზნობრივი პროგრამით მოხაზული ქართული ენის ლოგიკურ-ლინგვისტური ანალიზი და მისი სემანტიკურად ინვარიანტული მიბმა მათემატიკურ ენაზე ფუნდამენტურად მნიშვნელოვანია თარგმნის ამოცანის ინტერესებიდან გამომდინარეც. ამგვარად, მანქანური თარგმნის პრობლემა როგორც წერითმეტყველებითი, ისე მისი ზეპირმეტყველებითი შემადგენლებით ლოგიკისა და ენის გაერთიანებულ ქართულ ჯგუფში მიმდინარე კვლევების ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი მიმართულებაა. – ანუ, ქართული ენობრივი შინაარსების ავტომატური თარგმანი მათემატიკურ ენობრივ შინაარსებად არის ის პირველი ეტაპი, რომლის გავლითაც, უკვე მერე, ასევე ავტომატური საშუალებებით წყდება ქართული ენიდან სხვა ენებზე და სხვა ენებიდან ქართულ ენაზე თარგმნის პრობლემები.

[5] ნებისმიერ ბუნებრივ ენაში, მათ შორის ქართულშიც, ასეთი მაღალინტელექტუალური პროგრამული სისტემების აგება ითხოვს ამ ენის ბუნებრივი ლოგიკის მკაცრ მათემატიკურ კვლევებს. გამომდინარე იქიდან, რომ ქართული ენის ბუნებრივი ლოგიკის კვლევითი ინტერესების გათვალისწინებით საქართველოში ბუნებრივი ენების ლოგიკის სპეციალიზაცია მხოლოდ 2004 წელს ჩამოყალიბდა, ცხადია, ასეთ პროგრამულ რეალიზაციებზე წინა წლებში არც კი ფიქრობდნენ - ამასთან დაკავშირებით აღსანიშნავია, რომ ჯგუფში შემუშავებულია ლოგიკური ამოცანების ამომხსნელი პირველი ექსპერიმენტული პროგრამული სისტემა ქართულისათვის, რომელიც კომპიუტერულად ამუშავებს ქართული ენით მოცემულ ორპირობიან ლოგიკურ ამოცანებს. პროგრამული ალგორითმი ეყრდნობა ქართული ენისათვის დამახასიათებელ მათემატიკურ, სიმრავლურ-თეორიულ თავისებურებებს და იმ ორიგინალური თეორიული კვლევების შედეგებს, რომლებიც წლების განმავლობაში წარმოებდა „ლოგიკისა და ენის ქართული ჯგუფის" ფარგლებში კ. ფხაკაძის ხელმძვანელობით. - პროგრამა უკვე ამუშავებს არისტოტელესეულ თითქმის

ჩავთვლით ლოგიკისა და ენის ქართული ჯგუფის ფარგლებში რვა წლის წინ დაწყებულ პროცესებს, საქართველოში კვლევები არც კი მიმდინარეობდა. არადა, სხვადასხვა ბუნებრივი ენებისათვის დღეს უკვე არსებობს ასეთი მაღალინტელექტუალური პროგრამული სისტემების სხვადასხვა ძალის ექსპერიმენტული რეალიზაციები, რომელთა თანდათანობითი გაღრმავებისა და დაზუსტების პროცესები ინტენსიურად მიმდინარეობს.

ხაზგასასმელია ისიც, რომ სპეციალური მიზნებისათვის ენობრივ სისტემებში უკვე ფართოდ გამოიყენება წერითმეტყველებითი და ზეპირმეტყველებითი ტექსტების ლოგიკურ-ლინგვისტური ანალიზატორები. ამ მხრივ, ცხადია, საფეხურებით წინაა წერითმეტყველებითი ტექსტების ლოგიკურ-ლინგვისტურად დამმუშავებელი პროგრამული რეალიზაციები. დღეს უკვე, ეს თანამედროვე პროგრამული სისტემები, როგორც მეტად მნიშვნელოვანი და ხელსაყრელი ინტელექტუალური ინსტრუმენტები, თანდათანობით სულ უფრო ფართოდ ინერგება სასწავლო, სამეცნიერო, სახელმწიფოებრივი და საზოგადოებრივი დატვირთვებით.

არადა, ჩვენ ჯერ კიდევ ვერ გადაგვიწყვეტია ,,ვინდოუსის" ტიპის მასიურად გავრცელებული პრიმიტიული კომპიუტერული პროგრამული სისტემის ,,გადმოქართულების" საკითხი[1], რაც, როგორც პრობლემა, თვისობრივად, ზემოაღწერილ ამოცანებს არც შეიძლება შედარდეს. საქმე ისაა, რომ თუ ამ ტიპის პრიმიტიული კომპიუტერული სისტემები ,,გადმოქართულებადია", იმ ენობრივ-კომპიუტერული სისტემების გადმოქართულება, რომლის ქართულ-ენობრივი ,,ვარიანტის" შემუშავებითაც დაკავებულია მიზნობრივი პროგრამა ,,კომპიუტერის სრული პროგრამულ-მომსახურეობითი მოქცევა ბუნებრივ ქართულ ენობრივ გარემოში" პრინციპულადვე შეუძლებელია. – ეს შეუძლებლობა განპირობებულია ქართული ენისა და ქართული ენის ლოგიკის სხვა ბუნებრივი ენებისაგან განსხვავებული სპეციფიკებით[2]. – თუ როგორ ურთიერთობს ქართული ენა სიღრმისეულ მათემატიკურ ენასთან და ამავე მათემატიკურ ენასთან ერთად როგორ აწარმოებს მართებულ აზროვნებით სქემებს და რა კანონებს ემყარება ქართულ აზროვნებით სისტემაში ამ სქემების წარმოება არის ის კერძო ლოგიკურ-ლინგვისტური ამოცანა, რომლის ვერ გადაწყვეტის შემთხვევაშიც ვერაფრით ვერ შევძლებთ ზემომოხაზული და ზოგადკულტურული თვალსაზრისებით უმნიშვნელოვანესი ქართულ-ენობრივი კომპიუტერული პროგრამული სისტემის რეალიზაციას. – ასეთ პირობებში კი, გლობალურად და ინტენსიურად მიმდინარე ენობრივ-ტექნოლოგიური პროცესების ფონზე,

---

ყველა ძირითად სილოგისტურ სქემას. ამასთან, უკვე რეალიზებულია კავშირებიანი წინადადებებით მოცემული რიგი ენობრივ-ლოგიკური გამონათქვამების პროგრამულად მამტკიცებელი პროცედურები. სისტემის პროგრამული გადაწყვეტის ავტორია ჯგუფის წევრი ვ. ფხაკაძე. - ამ პროგრამის მნიშვნელობა, ყველაფერ დანარჩენთან ერთად ისიცაა, რომ იგი პირველი ამ ტიპის ქართული პროგრამული რეალიზაციაა.

[1] აღნიშნულთან დაკავშირებით ხაზგასასმელია ისიც, რომ სპეციალური მიზნებისათვის უკვე დანერგილია მეტყველებით რეჟიმში კომპიუტერებთან სისტემური ურთიერთობის პრაქტიკა. ეს, სისტემურ საკომპიუტერო ღილაკებთან არა ე.წ. ,,მაუსის" გავლით, არამედ ხმით ,,მისვლის" საშუალებებს გულისხმობს, რაც, ერთი მხრივ, ამ ტიპის ანუ ,,მაუსიანი" პროგრამული სისტემების ხმარებიდან თანდათანობით გამოძევებას ნიშნავს, ხოლო, მეორე მხრივ, ნიშნავს იმას, რომ სკოლებში მოზარდებს, თუ დღეს მხოლოდ თვალით აქვთ უცხო ლექსიკასთან ურთიერთობა, მერე უკვე, ტრივიალური და ყოველდღიური კომპიუტერული შესაძლებლობების გამოყენების მიზნით მათ, მათთან გარდა თვალითი ურთიერთობისა, ამ უცხო ლექსიკის სისტემატიური გამეტყველებაც მოუწევთ, რაც საკითხს ბევრად უფრო მძაფრ ენობრივ-კულტურულ დატვირთვებს აძლევს. – ეს ვითარება, გასაგებია, რომ გ. ჩიჩუას მიერ ქართული მეტყველების კომპიუტერული ამოცნობის მიზნით წარმოებულ კვლევებს განსაკუთრებულად აქტუალურს ხდის.

[2] უკვე მონტეგიუსთვის იყო გასაგები, რომ თითოეული ბუნებრივი ენობრივი სისტემა თავისი ვიწროენობრივი სპეციფიკებით ხასიათდება, და რომ მათი მკაცრი, მათემატიკური, ფორმალურ-ლოგიკური კვლევებისას ეს სპეციფიკები სრულად უნდა იქნეს გათვალისწინებული. ეს მისი ფუნდამენტური ნაშრომების სათაურებშიც აისახა, რომლებითაც ხაზი ესმება იქ განვითარებული ხედვების ინგლისურენობრიობას. გასათვალისწინებელია ისიც, რომ რ. ჰაუსერის სახელმძღვანელოში, სათაურით ,,გამოთვლითი ენათმეცნიერების საფუძვლები" (,,Foundations of Computational Linguistics", შპრინგერი, 1999) ცალკე თავები ეძღვნება გერმანული და ინგლისური ენების მარცხნივ ასოცირებულ გრამატიკებს და ეს, მიუხედავად იმისა, რომ ეს ენები, როგორც ერთმანეთთან ახლოს მდგარი მონათესავე ენები, ძლიერ გვანან ერთმანეთს.

ქართული ენის დეკულტურიზაციის ანუ კულტურული თვალსაზრისებით უფუნქციობის პერსპექტივები რეალურია.

ეს, რა თქმა უნდა, იმ შემთხვევაში, თუ ამ მიმართულებით, საქართველოში, არ მოიხაზა არა კომერციული[1], არამედ საერთო ეროვნულ და ზოგად კულტურულ ინტერესთა შრეში მდებარე მიზნები და თუ არ დაიწყო სახელმწიფოებრივი ორგანიზება ამ მთლიანი სფეროს იმ თითოეული შემადგენლისა, რომლებზეც ზემოთ მხოლოდ ნაწილობრივ გაკეთდა ხაზგასმები. – ყველა სხვა შემთხვევაში, ქვეყნის სრული კომპიუტერიზაცია და აქ ხაზგასმულ საკითხებზე არაპრიორიტეტული ზრუნვა ქვეყნის შემდგომი და დაჩქარებული ენობრივ-კულტურული ანექსიისათვის პირობების შემზადებას ნიშნავს.

ამგვარად, გადაუჭარბებლად შეიძლება ითქვას, რომ ჩვენს წინაშე შემდეგი ორი გზაა: პირველი - ვიწყებთ სახელმწიფოებრივად ორგანიზებულ პრიორიტეტულ ზრუნვას ქართული ენის მანქანებთან თავისუფალი ინტელექტუალური ურთიერთობის ენად მოდიფიცირების ანუ ქართული ენის თანამედროვე და პერსპექტიული ტექნოლოგიური შესაძლებლობებით აღჭურვის მიზნით, რაც ქართული წერითმეტყველებითი და ზეპირმეტყველებითი სისტემების ლოგიკურ-ლინგვისტური მეთოდებით ამომწურავ ანუ დესკრიფციულ[2] შესწავლა-გამოკვლევასთან ერთად ქართული მეტყველების მანქანური ამოცნობის პრობლემის გადაწყვეტაზე პრიორიტეტულ ზრუნვასაც გულისხმობს. - ასეთ შემთხვევაში, ჩვენ შევძლებთ ჩვენს წინაშე მდგარი აუცილებლად გადასაწყვეტი ამოცანების გადაწყვეტას და, შესაბამისად, ქართული ენის სრულფასოვან ჩართვას საერთაშორისო ელექტრონულ ქსელურ სივრცეში, სადაც კულტურული თვალსაზრისებით საკომუნიკაციო ენობრივი ბარიერები სრულად იხსნება იქ სრულყოფილად ტექნოლოგიზირებული ენების ჩართულობის ხარჯზე. ანდა, მეორე - ქართული ენის სრული ტექნოლოგიზაციით განსაზღვრული ამოცანის მაღალი სირთულიდან და ამ მიზნით გაწეულ შესაძლო დანახარჯთა სავარაუდოდ დიდი მოცულობიდან გამომდინარე, უარს ვამბობთ პროცესების სახელმწიფოებრივ ორგანიზებაზე და, შესაბამისად, ვეგუებით იმას, რომ ადრე თუ გვიან ქართული ენა მაინც ვერ შეძლებს გლობალურად მიმდინარე ტექნოლოგიური ხასიათის კულტურულ პროცესებთან კონკურენციას და ზოგადი კულტურული თვალსაზრისებით მაინც ჩანაცვლდება სხვა რომელიმე სათანადოდ ტექნოლოგიზირებული ენით.

---

[1] მიუხედავად იმისა, რომ ზოგიერთი შესაძლოდ მიიჩნევს აქ წამოჭრილი საკითხების კომერციალიზაციას, ჩვენ ვთვლით, რომ ეს ამ საკითხებისადმი არა სწორი დამოკიდებულებაა, რამდენადაც იმის კომერციალიზაცია, რისი გაკეთებაც ჩვენს მიზნებშია, ისეთივე შეუძლებლობაა, როგორ ცხად შეუძლებლობასაც ქართული ანბანის ანუ ქართული ანბანით წერის უფლების კომერციალიზაცია წარმოადგენს.

[2] მკაცრი ფორმალური, ლოგიკურ-ლინგვისტური პრინციპების ფორმირებასთან ერთად სხვადასხვა ბუნებრივი ენობრივი სისტემებისათვის განისაზღვრა და ერთმანეთისგან განირჩა ე.წ. პრესკრიფციული და დესკრიფციული გრამატიკული სისტემების ცნებები. პრესკრიფციული გრამატიკა გულისხმობს ენობრივ სისტემაზე წინასწარ ანუ არასრულ გრამატიკულ ხედვას. ენობრივი სისტემის დესკრიფციული გრამატიკა მიზნად ისახავს ამ ენობრივ სისტემაზე ამომწურავად სრული და მათემატიკურად მკაცრი გრამატიკული ხედვების ჩამოყალიბებას. – დღეს იშვიათად ნახავთ ქვეყანას, სადაც მათი ენის დესკრიფციული ანუ სრული ლოგიკურ-გრამატიკული აღწერის მიზნით არ იყოს ფორმირებული სახელმწიფო კვლევითი ინსტიტუტი და ეს გასაგებიცაა, გამომდინარე ამ ტიპის კვლევების ფუნდამენტური კულტურული მნიშვნელობებიდან. - ძირითადი მიზეზი იმისა, რომ ქართული ენობრივ-აზროვნებითი სისტემის დესკრიფციული აღწერის მიზნით ჯგუფში უკვე დაწყებულია მუშაობა ქართული ენის თანამედროვე ლოგიკური გრამატიკის საფუძვლებზე არის ის, რომ ქართულ ენაზე დღეს არსებული შანიძისეული გრამატიკული ხედვები პრესკრიფციული საფეხურისაა, რაც, იმის გათვალისწინებით, თუ როდის ჩამოყალიბდა ეს ხედვები, ბუნებრივიცაა და გასაგებიც. - პროექტში „ქართული ენის თანამედროვე ლოგიკური გრამატიკის საფუძვლები" დაკავებულნი არიან ჯგუფში გაერთიანებული ენათმეცნიერები და მათემატიკოსები: რ. აბაშია, მ. ბაბუხარდია, კ. გაბუნია (თანახელმძღვანელი), მ. ივანიშვილი, ლ. ლეკიაშვილი (თანახელმძღვანელი), თ. ესიტაშვილი, გ. ნადიბაიძე, ვ. ფხაკაძე, კ. ფხაკაძე (ხელმძღვანელი), ლ. ტიბუა, გ. ჭანკვეტაძე, გ. ჩიჩუა (თანახელმძღვანელი), ბ. ცხადაძე და მათემატიკის დაფუძნებისა და სწავლების მეთოდიკის მოდულის ხელმძღვანელი, პროფესორი თ. თევზაძე, რომელიც პროექტის მეთოდოლოგიურ ხაზს კურირებს. ჩვენ არ გამოვრიცხავთ იმას, რომ მომავალში ჯგუფის შემადგენლობა დაზუსტდეს. ამასთან, ის, რომ პროექტში აუცილებელი იქნება სტუდენტების ჩართულობა უკვე ცხადია. ცხადია ისიც, რომ პროექტი ხანგრძლივვადიანია და რომ იგი წლების განმავლობაში ითხოვს ფუნდამენტური ხასიათის მაღალორგანიზებულ კვლევებს.

ამგვარად, პირველ შემთხვევაში, ჩვენ ვმოქმედებთ ორგანიზებულად და ვმოქმედებთ რა დარწმუნებულნი ჩვენი მოძრაობის შედეგიანობაში, ვახერხებთ კიდეც ქართული ენის ამ მართლაცდა უკანასკნელი ბარიერის მიღმა „გადაყვანას“. ანდა, მეორე შემთხვევაში, ასევე დარწმუნებულნი იმაში, რომ ეს ბარიერი ქართული ენისთვის „აუღებელი“ წინააღმდეგობაა, შეგუებულნი ველოდებით იმ არაქართულენობრივ კულტურულ არსებობას, რომელიც ამგვარი არჩევანის შემთხვევაში გვეძლევა.

საკითხებისადმი ამგვარმა მძაფრმა დამოკიდებულებამ განაპირობა „ლოგიკისა და ენის გაერთიანებული ქართული ჯგუფის“ და ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ზემოაღნიშნული მიზნობრივი პროგრამის[1] არსებობა და ის მიზნებიც, რაც ამ ჯგუფმა ამ პროგრამით განისაზღვრა. ამითვე იყო განპირობებული ის, რომ ჩვენი ჯგუფური მოძრაობა თავიდანვე ღია და საჯარო პროცესებისათვის დამახასიათებელი პრინციპებით წარვმართეთ. ასეთივე პრინციპებით ვითარდება იგი დღესაც.

ჩვენ უკვე მიმოვიხილეთ პროგრამის წინაშე მდგარი ფუნდამენტური ენობრივ-კულტურული ღირებულებების მქონე მიზნები, რაც ქართული ენის მანქანებთან თავისუფალი ურთიერთობის ენად მოდიფიცირების პრობლემას უკავშირდება. გასაგებია, რომ ამ პრობლემების არსებობა ძირითადად განპირობებულია თანამედროვე ლოგიკურ-ლინგვისტური სამეცნიერო მიმართულებით ჩვენი მოძრაობის ხანგრძლივი ჩამორჩენითა[2] და, შესაბამისად, ქართული

---

[1] უკვე მეოთხე წელია, რაც პროექტი „კომპიუტერის სრული პროგრამულ-მომსახურეობითი მოქცევა ბუნებრივ ქართულ ენობრივ გარემოში” სახელმწიფო მიზნობრივ პროგრამადაა განსაზღვრული იმ ღრმა რეზონანსული კონტექსტით, რასაც პროექტით გათვალისწინებულ მიზნებთან და ამოცანებთან ქართული ენის კულტურული ფუნქციებით შენარჩუნების საკითხის მიბმა გულისხმობს. - პირველსაწყისში პროექტის ღირებულებათა ამგვარი დეფინირება ჩვენთვის ადვილი არ იყო. საკითხებისადმი ამგვარ დამოკიდებულებას წინ უსწრებდა სფეროში მიმდინარე პროცესებისა და მათი მიზნების ღრმა ანალიზი. - მხოლოდ უპასუხისმგებლო ადამიანი მისცემს თავს უფლებას ამგვარად შეაფასოს მოძრაობა, როცა მოძრაობის შინაარსი ამგვარს არ გულისხმობს, ისევე როგორც, ამგვარად არ შეაფასოს იგი, როცა მისი შინაარსი ამგვარია! – ამით იყო განპირობებული ის, რომ აღნიშნული მიმართულებით ჩვენი მოძრაობა თავიდანვე მეტად თამამი და საპასუხისმგებლო განაცხადებით დაიწყო (იხ.: გაზ. „რეზონანსი” 242(2362) 2001, 20 სექტემბერი; გაზ. „თბილისის უნივერსიტეტი” 14(1892) 2001 23 ნოემბერი; ჟურნ. „ივერია”, გაზაფხული-ზაფხული 2001; გაზ. „ახალი ეპოქა” 69(223) 2002 15-21 ნოემბერი). ეს იყო ბევრად უფრო ადრე, ვიდრე ხელისუფლება „ციფრული უთანასწორობის” სახით ცოტა არ იყოს დამაბნეველ დეფინირებას მისცემდა მანამდე უფრო კონკრეტულად მოხაზულ პრობლემატიკას. - ჩვენ გადავწყვიტეთ, დაუფარავად და მძაფრად გვეთქვა იმ რეალური პერსპექტივების შესახებ, რომლებსაც ლოგიკურ-ლინგვისტურ ხაზად ცნობილი და უკვე ფუნდამენტურად გაფორმებული ის მეცნიერული მიმდინარეობა გვისაზღვრავს, რომლის ძირითადი პრაქტიკული მიზანი არის ბუნებრივი ენების სრული და ამომწურავი ტექნოლოგიზაცია, რაც ამ ენების მანქანებთან თავისუფალი ურთიერთობის ენად მოდიფიცირებას გულისხმობს.

[2] აღნიშნული ჩამორჩენის ფორსირებული ნიველირების მიზნით ჯგუფმა უკვე გადადგა რიგი მნიშვნელოვანი ნაბიჯი. კერძოდ: 2001 წელს შემუშავდა სახელმწიფო მიზნობრივი პროგრამა „კომპიუტერის სრული პროგრამულ-მომსახურეობითი მოქცევა ბუნებრივ ქართულ ენობრივ გარემოში”; ჯგუფის ინიციატივით 2002 წელს, გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტში ჩამოყალიბდა საუნივერსიტეტო სემინარი „ლოგიკა, ენა გამომთვლელი” (სემინარის ხელმძღვანელი კ. ფხაკაძე); 2003 წელს ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტის სამეცნიერო საბჭოს გადაწყვეტილებით ინსტიტუტში გაიხსნა მიზნობრივი საკვლევი სამეცნიერო თემა „კომპიუტერის სრული პროგრამულ-მომსახურეობითი მოქცევა ბუნებრივ ქართულ ენობრივ გარემოში“ (თემის ხელმძღვანელი, კ. ფხაკაძე); 2003 წელს გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტში დაფუძნდა „ცენტრალური ევროპის უნივერსიტეტისა და ბარბარა პარტის სახელობის წიგნთა ფონდი - „ლოგიკა, ენა, გამომთვლელი”; 2004 წელს ჯგუფის ინიციატივითა და მათემატიკის დაფუძნებისა და მეთოდიკის კათედრის (ხელმძღვანელი, პროფ. თ. თევზაძე) მხარდაჭერით თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ყოფილი მექანიკა-მათემატიკის ფაკულტეტზე ჩამოყალიბდა მათემატიკური და ბუნებრივი ენების ლოგიკის სპეციალიზაცია; 2004 წელს ჩამოყალიბდა ლოგიკისა და ენის ახალგაზრდული ჯგუფი, რომელიც დაკომპლექტებულია საბუნებისმეტყველო ფაკულტეტის ფრიადოსანი სტუდენტებით (ჯგუფს ხელმძღვანელობენ გ. ჩიჩუა და კ. ფხაკაძე. ჯგუფში გაერთიანებულნი არიან ლ. აბზიანიძე, ნ. ვახანია, ს. მასხარაშვილი, ნ. ფხაკაძე, ბ. ჩიქვინიძე); 2005 წელს ჯგუფისა და გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტის (დირექტორი, პროფ. დ. გორდეზიანი) ერთობლივი ინიციატივით ჩატარდა პირველი ყოველწლიური რესპუბლიკური სასემინარო კვირეული „ლოგიკა, ენა, ინფორმატიკა”; ქართული ენის პირდაპირი ფორმალურ-ლოგიკური აღწერით უკვე მიღებული შედეგების საფუძველზე დაწყებულია მუშაობა „ქართული ენის თანამედროვე ლოგიკური გრამატიკის საფუძვლების” შემუშავებაზე, რომელიც მონტეგიუსეული სიმრავლურ-თეორიული ლოგიკურ-ლინგვისტური ხედვებისაგან პრინციპულად განსხვავებულ სიმრავლურ-თეორიულ ხედვებს იძლევა

ლოგიკურ-ლინგვისტური სამეცნიერო სფეროს ჯერ კიდევ ვერფორმირებულობით ამ შემთხვევაში საჭირო და აუცილებელი მოცულობებით. ამგვარად, გასაგები უნდა იყოს ისიც, რომ ამ სამეცნიერო მიმართულებით ქართული მოძრაობის ხანგრძლივი ჩამორჩენის ნიველირება ჟურნალის ერთ-ერთი ძირითადი დანიშნულება იქნება და ისიც, რომ ჟურნალის საგანმანათლებლო საქმიანობა იმ სიღრმისეული ზოგადქართული პრობლემების აქტუალიზაციით განხორციელდება, რომლებიც გლობალურად და ინტენსიურად მიმდინარე ენობრივ-ტექნოლოგიურმა პროცესებმა ჩვენი ქვეყნის წინაშე დააყენა[1].

ახლა შევეცდებით გავაშუქოთ ჟურნალის კიდევ ერთი მეტად მნიშვნელოვანი მიზანი, რაც ლოგიკურ-ლინგვისტური მიმართულებით 2004 წელს თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტში დაწყებული სასწავლო პროცესის მხარდაჭერას ითვალისწინებს[2].

ქართული ენათმეცნიერული სკოლა, რომელიც დამსახურებულად ამაყობს თავისი მიღწევებით, რაც უკავშირდება მსოფლიო ენათმეცნიერულ სივრცეში უმნიშვნელოვანეს შედეგებსა და შენატანებს, ვერ გასცდა კლასიკური ენათმეცნიერების ზოგად ჩარჩოებს და ვერ შეძლო საქართველოში თანამედროვე მათემატიკური ლინგვისტიკის ანუ ჩომსკი-მონტეგიუსეული ლოგიკურ-ლინგვისტური სამეცნიერო მიმართულების დამკვიდრება, რისი ერთ-ერთი მიზეზი საქართველოში მათემატიკური ლოგიკის გვიან ფორმირებულობა და, შესაბამისად, ქართულ ენათმეცნიერებაში ამ მნიშვნელოვანი მათემატიკური საფუძვლების გაუთვალისწინებლობა იყო. -

---

ბუნებრივ ქართულ ენობრივ სისტემაზე, რაც ფუნდამენტური მნიშვნელობისაა როგორც კერძო, ისე ზოგადი ენათმეცნიერული თვალსაზრისებით; შემუშავებულია მეტყველების ამომცნობი ორიგინალური მეთოდიკა, რომელსაც მეტყველების ამოცნობის ტრადიციული ინტეგრალური მეთოდისაგან განსასხვავებლად მეტყველების ამოცნობის წრფივ მეთოდს ვუწოდებთ. ამ მეთოდის გამოყენებით უკვე პროგრამულად რეალიზებულია ქართული მეტყველების ამომცნობი მაღალხარისხობრივი ექსპერიმენტული პროგრამული სისტემა; თანამედროვე ლოგიკურ-ლინგვისტური მიმართულებით საუნივერსიტეტო სასწავლო პროცესის განვითარების ინტერესების გათვალისწინებით მომზადდა დამხმარე სახელმძღვანელო სათაურით „დამატებითი საკითხავი კურსი თანამედროვე მათემატიკურ ლინგვისტიკაში" (კურსის მომზადებაზე კ. ფხაკაძის ხელმძვანელობით მუშაობდნენ მ. ივანიშვილი, ლ. ლეკიაშვილი, ე. სოსელია, ლ. ტიბუა, გ. ჭანკვეტაძე) და ძირითადი სახელმძღვანელო კურსი სათაურით „მათემატიკური და ბუნებრივი ენების ზოგადი ლოგიკური საფუძვლები" (კურსის მომზადებაზე კ. ფხაკაძის ხელმძვანელობით მუშაობდა მთარგმნელთა ჯგუფი ლ. ლეკიაშვილის, ე. სოსელიასა და მ. ივანიშვილის შემადგენლობით).

[1] გლობალური ხასიათის მეცნიერული და ტექნოლოგიური პროცესები მხოლოდ იმ მოცულობით შეიძლება წარმოადგენდნენ შემაშფოთებელ გარემოებებს ეროვნულ-სახელმწიფოებრივი ენობრივ-კულტურული ერთეულებისათვის, რა მოცულობითაც ეს პროცესები გადიან უნივერსალური მეცნიერული ჩარჩოებიდან და, შესაბამისად, ექცევიან ვიწრო ენობრივ-სპეციფიკურ მეცნიერულ ჩარჩოებში. - ცხადია, ამგვარის ერთ-ერთი კერძო მაგალითია ბუნებრივი ქართული ენობრივ-აზროვნებითი სისტემის ტექნოლოგიზაციასთან დაკავშირებული პრობლემატიკა, რომელიც უფრო მეტი მოცულობით ენობრივ-სპეციფიკური ხასიათისაა, ვიდრე უნივერსალური. ამგვარად, ბუნებრივ ენათა ტექნოლოგიზაციით უკვე გლობალურად მოხაზული ამოცანები ქართულისათვის არის ვიწრო, ქართულენობრივი სპეციფიკების მქონე ის უმნიშვნელოვანესი ამოცანა, რომლის გადაწყვეტა მხოლოდ ქართულენობრივი ინტუიციის მქონე მკვლევრებს ხელეწიფების. – ამ ამოცანათა ამგვარი სპეციფიურობის გამოა, რომ ამ ტიპის კვლევები, თითქმის ყველგან, სპეციალური სახელმწიფო პრიორიტეტული პროგრამების სტატუსით მიმდინარეობს და რომ მათ განსაკუთრებული სახელმწიფოებრივი ყურადღება ექცევათ. – გასაგებია, რომ ჩვენთანაც, ქართულთან მიმართებაში, ამ ამოცანებისადმი დამოკიდებულება პრიორიტეტული უნდა იყოს, მით უფრო, რომ ჩვენ ამ უმნიშვნელოვანეს პროცესებს დიდი დაგვიანებით ვიწყებთ.

[2] მექანიკა-მათემატიკის ფაკულტეტის 2004 წლის 18 ივნისის სამეცნიერო საბჭოს გადაწყვეტილებითა და სახელმწიფო მიზნობრივი პროგრამის ფუნდამენტური ინტერესების გათვალისწინებით მაშინდელ „მათემატიკის დაფუძნებისა და სწავლების მეთოდიკის კათედრაზე" პირველად საქართველოში დაფუძნდა „მათემატიკური და ბუნებრივი ენების ლოგიკის" სპეციალიზაცია. – გასაგებია, რომ ამ მოცულობის ამოცანების გადაწყვეტა შესაბამისი ახალგაზრდა სამეცნიერო კადრების გაზრდისა და მათი მნიშვნელოვანი მონაწილეობის გარეშე წარმოუდგენელია. – ის, რომ თანამედროვე ლოგიკურ-ლინგვისტურ სამეცნიერო სფეროში, თუ არ ჩავთვლით ჯგუფის ფარგლებში არსებულ მცირე ოდენობის ძალებს, ჩვენ არ გვყავს სპეციალისტები და რომ ამგვარი ახალგაზრდა კადრების ფორმირებამდე ამავე მიზნებით აუცილებელია ქართველი ლოგიკოსებისა და ენათმეცნიერების თანამშრომლობა, ის კიდევ ერთი ცხადი რეალობაა, რომელიც არ შეიძლება არ იქნეს გათვალისწინებული ჩვენს წინაშე მდგარი პრობლემატიკის კონტექსტში.

ამითვე იხსნება ისიც, რომ საქართველოში ლინგვისტიკა დღესაც ძირითადად არაზუსტი, ფილოლოგიური სპეციფიკების მქონე მეცნიერებად ვითარდება[1].

არადა, გასული საუკუნის ორმოცდაათიანი წლებიდან მოყოლებული, დასავლეთში იწყება ზუსტი ენათმეცნიერების ანუ არა სალიტერატურო, არამედ საბუნებისმეტყველო ენათმეცნიერების ინტენსიური განვითარება, რაც ძირითადად მათემატიკურ ლოგიკაში და პოსტი-ტიურინგისა და ნეიმან-მაკალოკისეული ავტომატების თეორიაში მანამდე უკვე დაგროვილ გამოცდილებასა და ახალ შედეგებს ეყრდნობოდა. ამ ფონზე გასაგები ხდება იმ დროისათვის იმ მეტად ამბიციური მიზნების არსებობაც, რაც ჩომსკი-მონტეგიუსეულ ლოგიკურ-ლინგვისტურ სამეცნიერო სფეროში თავიდანვე მოიხაზა[2]. ეს მიზნები იყო ზოგადი ენობრივ-აზროვნებითი პროცესების სრული ფორმალურ-ლოგიკური აღწერა და ადამიანისეული ინტელექტუალური უნარების მქონე ავტომატების კონსტრუირება. ამასთან, ჩომსკისგან განსხვავებით, რომელიც უფრო მეტად ფორმალურ-ენობრივი ავტომატების თეორიას ეყრდნობოდა, მონტეგიუმ არსებითი როლი მიანიჭა ე.წ. ფრეგესეულ მათემატიკურ ენას და სიმრავლურ-თეორიულ მიდგომებს, რითაც მათემატიკის დაფუძნების პრობლემატიკაში საბოლოდ მიუჩინა ადგილი ბუნებრივი ენობრივი სისტემების დაფუძნების ამოცანებს.

შესაბამისად, მათემატიკის დაფუძნების საკითხებში მათემატიკურ ლოგიკასთან ერთად განშტოვდა და ცალკე სამეცნიერო ხაზად გამოიყო ბუნებრივი ენების ლოგიკა, რომელმაც, თავის მხრივ, განსაკუთრებული მნიშვნელობები შეიძინა. გასაგებია, რომ სხვადასხვა ენობრივი სისტემები სხვადასხვა ენობრივ-ლოგიკური სპეციფიკებით ხასიათდებიან, რაც ბუნებრივი ენების ლოგიკას მათემატიკისათვის დამახასიათებელ საყოველთაო ღირებულებებთან ერთად ანიჭებს ვიწრო ეროვნულ, ენობრივ-კულტურულ ღირებულებებსაც[3]. ანუ, ის, თუ როგორ ენობრივ მსოფლხედვას იძლევა ესა თუ ის ენა, როგორ აზროვნებს იგი, და როგორია ამ ენის ლოგიკისა და ფსიქოლოგიკის სრული და დაზუსტებული მათემატიკური სურათი, განსაკუთრებით მნიშვნელოვანია ამ ენის ბუნებრივად მატარებლებისათვის, რამდენადაც ისინი სწორედ ამ წესებით შედიან თავიანთ გარე თუ შიდა სამყაროსეულ რეალობასთან კონტაქტში და ამავე წესებით ახდენენ ამ რეალობათა გრძნობა-აღქმით შიდა აზროვნებით რეკონსტრუირებას და, შესაბამისად, მათში უკვე ამგვარად რეკონსტრუირებულ გონით წარმოსახვით სამყაროში ისინი სწორედ ამ ენისათვის დამახასიათებელი ლოგიკური თუ ფსიქოლოგიკური წესებით აზროვნებენ.

თუმცა, ეს ყველაფერი, ასევე მნიშვნელოვანია საყოველთაო, ზოგადკულტურულ ღირებულებათა ჭრილშიც, რაზეც უდაოდ მეტყველებს დღეს უკვე მკაფიოდ გამოკვეთილი კულტურულ-ეკოლოგიური თვალსაზრისები და ე.წ. მინორიტი ანუ საშიშროების ქვეშ მდგარი ენების კულტურული სახით შენარჩუნებისთვის დაწყებული საერთაშორისო ზრუნვა[4]. –

---

[1] აღსანიშნავია, რომ ლოგიკურ-ლინგვისტური სამეცნიერო მიმართულებების ორივე დამფუძნებელი, ნაუმ ჩომსკიც და რიჩარდ მონტეგიუც, არაფილოლოგიური წარსულის მქონენი იყვნენ. კერძოდ, მათგან პირველი შესანიშნავად ფლობდა ნეიმანისეული ციფრული ანუ დისკრეტული ავტომატების თეორიული ხასიათის ტექნოლოგიურ სპეციფიკებს, მეორე მუშაობდა მათემატიკურ ლოგიკაში და ძირითადად ბუნებრივი ენებისა და ფრეგესეული მათემატიკური ენის ურთიერთმიმართებების პრობლემათა კვლევით იყო დაკავებული.

[2] საქართველოში დღეს ბევრმა არც იცის, რომ ჩომსკის რევოლუციური ლინგვისტური პროგრამა თავიდანვე შეფასებულ იქნა როგორც ჰილბერტის ფორმალისტური ლოგიკური პროგრამის მაქსიმალური გაფართოება.

[3] რამდენადაც გასაკვირი არ უნდა იყოს მკითხველისათვის, ამ მიდგომებით, მათემატიკა და კერძოდ კი, მათემატიკური ლოგიკა, მათემატიკური ენის უკვე პირველსავე ბუნებრივ-ენობრივ გაფართოებაში, გარკვეული ძალით, კარგავს მათემატიკისათვის საზოგადოდ დამახასიათებელ უნივერსალურობის თვისებას და, შესაბამისად, ასევე გარკვეული ძალით, იგი ვიწრო ენობრივ-სპეციფიკური თვისებებით ხასიათდება. – ანუ მათემატიკა უნივერსალურია მხოლოდ მის ბირთვულ, ცენტრალურ ნაწილში და არა მის ზედასაფეხურეობრივ ბუნებრივ-ენობრივ გაფართოებებში!

[4] არ იყო შემთხვევითი ის, რომ მიმდინარე საუკუნის პირველი წელი ევროპაში ევროპულ ენათა წლად გამოცხადდა და არც ის, რომ ამ სფეროში მოღვაწეთათვის კარგად ცნობილი საერთო ევროპული საცნობარო ჟურნალის – Elsnews-ის იმ წლის პირველი ნომერი მთლიანად მინორიტი ენების პრობლემატიკისადმი იყო მიძღვნილი. – ერთ-ერთი პარამეტრი, რომლის მიხედვითაც ენა ან მინორიტ ანუ საფრთხის ქვეშ მდგარ ან მაჟორიტ ანუ საფრთხის ქვეშ არ მდგარ ენად ისაზღვრება დამოკიდებულია იმაზე, მიმდინარეობს თუ არა ამ ენაში

ბუნებრივი ენების ტექნოლოგიზაციის სულ უფრო მზარდი პროცესების ფონზე გასაგები ხდება, რომ ის ენები, რომლებიც ვერ შეძლებენ მონიშნული ტექნოლოგიური ბარიერების აღებას, ანუ ის ენები, რომელთა აღჭურვა თანამედროვე და პერსპექტიული ტექნოლოგიური შესაძლებლობებით ვერ მოხერხდება არსებითად დაკარგავენ საერთო მსოფლიო კულტურულ სივრცეში ყოველდღიურ ფუნქციონალურ დანიშნულებებს და ამით თანდათანობითი დაკნინებისა და დავიწყების საშიშროების ქვეშ მოექცევიან.

თუ კვლევების პირველ ეტაპზე ჩომსკისა და მონტეგიუს სამეცნიერო ხაზები თითქმის დამოუკიდებლად ვითარდებოდნენ, მათმა საერთო ნიადაგმა - მათემატიკურმა ლოგიკამ ეს ორი ხაზი ძლიერ დააახლოვა და იგი იმ ერთი მთლიანი სამეცნიერო სფეროს სახით ჩამოაყალიბა, რომელსაც დღეს ენა და ლოგიკა ეწოდება. ამასთან, თუ ზემოაღნიშნული მიმართულებით კვლევების პირველ ეტაპზე ძირითადად მუშაობა მიმდინარეობდა წერითმეტყველებითი ენების დამუშავების პრობლემებზე, დღეს უკვე კვლევითი დატვირთვების ვექტორი არანაკლები მოცულობით მიიმართა ზეპირმეტყველებითი ენების ფორმალურ დამუშავებაზე და ეს მაშინ, როდესაც, როგორც უკვე აღინიშნა, ჩვენ ქართული ენისთვის მათემატიკური ენის საფუძველზე განვითარებული თანამედროვე ლოგიკურ-ლინგვისტური თეორიული ხედვების ჯერ მხოლოდ სასაფუძვლო შემადგენლების ჩამოყალიბების პროცესში ვართ. არადა, ქართული ენის სხვა ენებისაგან სიღრმისეულად განსხვავებული ენობრივი სპეციფიკები ორიგინალური და არსებულებისაგან არსებითად განსხვავებული მიდგომების განვითარებას მოითხოვს[1]. აღნიშნულ თვალსაზრისს კიდევ უფრო ამყარებს ის, რომ თანამედროვე ლოგიკურ-ლინგვისტური მეცნიერული სწავლება, რომელიც ენობრივ ერთეულებში ენათა ქვეცნობიერ ბუნებრივ არსებულობას ადასტურებს, გვეუბნება, რომ ბუნებრივი ენობრივი სისტემის სრული გაცნობიერება და, შესაბამისად, მისი სრული და მათემატიკურად ზუსტი ფორმალური სისტემატიზაცია მხოლოდ ამ ენობრივი სისტემის ბუნებრივად მატარებელი ერთეულებისთვის არის შესაძლებელი. ანუ, ქვეცნობიერი საფეხურის ენობრივად მოცემულ ცოდნით ბუნებასთან არაბუნებრივი თანაზიარობის ანუ მისი ბუნებრივად არამატარებლობის შემთხვევაში შეუძლებლად მიიჩნევენ მისი მათემატიკურად ზუსტი და ამომწურავად სრული გააზრება-გაცნობიერების შესაძლებლობას. - ეს მათთვის დაახლოებით ისეთივე შეუძლებლობაა, როგორ შეუძლებლობასაც უცნობი ფიზიკური სამყაროს ფიზიკურ კანონთა ზუსტი და სრული მათემატიკური აღწერის შეუძლებლობა წარმოადგენს.

ეს იმას ნიშნავს, რომ თუ ზემოგანხილული ორი შესაძლო გზიდან პირველს ვირჩევთ, მაშინ უნდა შევთანხმდეთ, რომ თანამედროვე ჩომსკი-მონტეგიუსეული ლოგიკურ-ლინგვისტური სამეცნიერო სფეროს რეალური დაფუძნებისათვის აუცილებელია როგორც ამ მიმართულებით უკვე დაწყებული კვლევითი პროცესის, ისე ამავე მიმართულებით ასევე უკვე დაწყებული საუნივერსიტეტო სასწავლო პროცესის შემდგომი ხელშეწყობა და განვითარება. – ჩვენ, ჩვენს წინაშე მდგარი პრობლემების მაღალი სირთულიდან, დიდი მოცულობიდან და ამ პრობლემებთან რეზონანსულად დაკავშირებული პერსპექტივების სიმძაფრიდან გამომდინარე, ვთვლით, რომ აუცილებელი იქნება ამ საკითხების გასწვრივ საქართველოს სხვადასხვა უნივერსიტეტებისა და კვლევითი ცენტრების ორგანიზებული თანამშრომლობა. – ცხადია, რომ ასეთი სტრატეგიული მნიშვნელობის მქონე საკითხები შესაბამის და სწორად განსაზღვრულ სტრატეგიულ დამოკიდებულებებს მოითხოვს[2].

თანამედროვე ლოგიკურ-ლინგვისტური მეთოდებითა და მიზნებით კვლევითი პროცესები. – ამ მაჩვენებლით ქართული ენა საფრთხის ქვეშ მდგარ ენად ფასდება!

[1] - ანუ, აქ, ჩვენ საქმე გვაქვს ისეთი სახის ტექნოლოგიურ შედეგებთან, რომლებიც მათი ენობრივი სპეციფიკურობის გამო არასაზოგადოდ გამოყენებადნი არიან, რაც ცალსახად ადასტურებს ამ მიზნებით დამოუკიდებელი ადგილობრივი კვლევების განვითარების აუცილებლობას.

[2] ის, რომ აქ აღნიშნული მიზნების გათვალისწინებით უკვე გაფორმდა თანამშრომლობის მემორანდუმი თბილისის სახელმწიფო და თბილისის სახელმწიფო პედაგოგიურ უნივერსიტეტებს შორის, არის ამ მიმართულებით გადადგმული ჯერ მხოლოდ პირველი ნაბიჯი. – ფრანგებმა ამ პრობლემათა სახელმწიფოებრივად ორგანიზების მიზნით ჩამოაყალიბეს „ინრიად" წოდებული სპეციალური ორგანიზაცია, გერმანელებმა ამ მიმართულებით ინტენსიური კვლევები განავითარეს ჯერ საარბრიუკენის შესაბამის სამეცნიერო ცენტში და, მერე უკვე,

სამომავლო ინტერესების გათვალისწინებით ჯგუფის საქმიანობის მნივშნელოვან შედეგად უნდა ჩაითვალოს ,,ლოგიკისა და ენის ახალგაზრდული ჯგუფის'' ჩამოყალიბება, რომელიც აერთიანებს საბუნებისმეტყველო ფაკულტეტის იმ სტუდენტებს, რომლებიც, დაინტერესდნენ რა ,,მათემატიკური და ბუნებრივი ენების ლოგიკის'' სპეციალიზაციით, მთელი აკადემიური წლის განმავლობაში სისტემატიურად ესწრებოდნენ ,,ლოგიკა, ენა, გამომთვლელის'' თეორიულ და პრაქტიკულ სემინარებს. ამის საფუძველზე მათ უკვე ჩამოუყალიბდათ სფეროში არსებული უმნიშვნელოვანესი ამოცანებისადმი ადეკვატური დამოკიდებულება, განუვითარდათ კრიტიკული ხედვა საშუალო სკოლის პროგრამით შესწავლილი ქართული ენის გრამატიკისადმი, აღიჭურვნენ ენის ბუნებრივი არსებულობით განპირობებული თანამედროვე მსოფლხედვით, ცხადად დაინახეს, რომ ბუნებრივი ენობრივ-აზროვნებითი სისტემის ფორმალურ-ლოგიკური აღწერა, აღწერის საფუძველზე ამ სისტემის ფორმალური მოდელის მოძიება და ამ ფორმალური მოდელით კომპიუტერის სრული პროგრამული უზრუნველყოფა არის განსაკუთრებული მნიშვნელობებისა და მაღალი მათემატიკური სირთულეების მქონე ამოცანა. ამასთან, პრაქტიკულ სემინარებზე უკვე ნაწილობრივ შეისწავლეს პროგრამირების ზოგადი ჩვევები, საკმარისი მოცულობით შეიძინეს გამოთვლითი (და არა კომპიუტერული[1]) ენათმეცნიერებისთვის დამახასიათებელ ამოცანებზე მუშაობის გამოცდილება, იმდენად, რომ უკვე აკეთებენ საკმაოდ საინტერესო ხასიათის პროგრამულ რეალიზაციებს, რაც, იმის გათვალისწინებით, რომ ჯერ მხოლოდ მეორეკურსელები არიან, იმედს იძლევა ამ მიმართულებით მათი კვალიფიცირებულ მეცნიერ-მკვლევრებად ჩამოყალიბებისა. - ეს კი, ამ სამეცნიერო სფეროში ადგილობრივი სპეციალისტების სრული არარსებობიდან გამომდინარე, განსაკუთრებით მნიშვნელოვანია.

ამგვარად, თუ მოხდა ისე, რომ 2004 წელს დაფუძნებული ,,მათემატიკური და ბუნებრივი ენების ლოგიკის'' სპეციალიზაცია ახალი მოთხოვნების გათვალისწინებით ვერ იქნა შენარჩუნებული საბუნებისმეტყველო ფაკულტეტის დღევანდელ ინსტიტუტობრივ ფორმებში და თუ შეჩერდა საუნივერსიტეტო სასწავლო პროცესში ორმოცდაათწლიანი დაგვიანებით დაწყებული ქართული ლოგიკურ-ლინგვისტური მოძრაობა, მაშინ უნდა გვესმოდეს, რომ ამ უმნიშვნელოვანესი თვალსაზრისებით ქართულ ენას ისევ ისე ბედის ანაბარად ვტოვებთ, როგორც ეს აქამდე იყო. – ამდენად, გასაგებია, რომ ქართველი ლოგიკოს-ლინგვისტების რეალური არარსებობის პირობებში, მიზნობრივი პროგრამით - ,,კომპიუტერის სრული

თანდათანობით თითქმის მთელ გერმანიაში გაშალეს მიმართულებით მოძრაობა, ჰოლანდიელებმა 90-იანი წლების ბოლოს ამსტერდამის უნივერსიტეტში ჩამოაყალიბეს ,,ლოგიკა, ენა, გამომთვლელი'' ინსტიტუტი, ჩეხებმა, სადაც ჩეხეთის უნივერსიტეტის ფიზიკა-მათემატიკის ფაკულტეტის მიერ ორგანიზებულ ლინგვისტთა 17 საერთაშორისო კონგრესზე ჩვენი ჯგუფის ორი მოხსენება იყო ჩართული, ამ მიმართულებით მოძრაობა 60-იანი წლებიდანვე დაიწყეს. ინგლისში, შოტლანდიასა და უელსში განსაკუთრებით ძლიერი ცენტრებია პრობლემატიკის მთელი სპექტრის გათვალისწინებით, იმდენად, რომ იქ უკვე მუშაობენ ადამიანისეული აზროვნების კომპიუტერული ენობრივ-მათემატიკური სიმრავლურ-თეორიული მოდელის რეალიზაციაზე, რაც აზროვნების მონტეგიუსეული მოდელის მანქანურ რეალიზებას გულისხმობს. დიდი წინსვლაა მიმართულებით იაპონიასა, კორეასა და ჩინეთში, რომლებიც, ისევე როგორც ინგლისელები, ამ საკითხებს უფრო ფართოდ, ხელოვნური ინტელექტის პრობლემატიკის ჭრილში განიხილავენ. 80-იანი წლებიდან მოყოლებული აქტიურად ამოძრავდნენ ამ მიმართულებით ესპანურ, არაბულ, თურქულ, ირანულ და სხვა ინდოევროპულ თუ არაინდოევროპულ ენობრივ სისტემებში. – ამ სტრატეგიული საკითხების ანალიზისას ისიც უნდა გავითვალისწინოთ რა ტემპებით განვითარდა კომპიუტერული ტექნოლოგიები ბოლო 25 წლის განმავლობაში და ისიც, რომ დღეს უკვე არა მარტო თეორიულად მუშავდება, არამედ უკვე სახეზეა პირველი ექსპერიმენტული რეალიზაციები კვანტური გამომთვლელებისა.

[1] 'კომპიუტერული ლინგვისტიკა' ინგლისური წარმომავლობის ტერმინია და იგი ინგლისურად შემდეგნაირად იწერება - 'Computational Linguistics'. ამასთან, აქ 'Computational' ნიშნავს 'გამოთვლითს', რაც საბოლოო ჯამში განაპირობებს იმას, რომ მისი ქართული შესატყვისი არის არა 'კომპიუტერული ლინგვისტიკა', არამედ 'გამოთვლითი ლინგვისტიკა'. - სამწუხაროდ, თავის დროზე, ქართულ სამეცნიერო სივრცეში, ეს ტერმინი არასწორად დამკვიდრდა, რაც, როგორც ჩანს, გავლენაა ქართულში მანამდე დამკვიდრებული ტერმინისა 'კომპიუტერი', რომელსაც ჩვენ 'გამომთვლელი მანქანის' სახელწოდებად ვიყენებთ და რომელიც შესაბამისი ინგლისური სიტყვის ქართული ტრანსლიტერაციაა. - ამ ტერმინის არასწორმა დეფინიციამ განაპირობა ის, რომ დღეს საქართველოს საუნივერსიტეტო სივრცეში არათუ სადმე ისწავლება, არამედ არც კი არსებობს საგანი, რომელსაც 'გამოთვლითი ენათმეცნიერება' ჰქვია და რომელიც ლოგიკურ-ლინგვისტური ხაზის ერთ-ერთი უმნიშვნელოვანესი თეორიული განშტოებაა.

პროგრამულ-მომსახურეობითი მოქცევა ბუნებრივ ქართულ ენობრივ გარემოში" - მოხაზული უმნიშვნელოვანესი ამოცანების გადაწყვეტა ვერაფრით ვერ მოხერხდება ამ მიმართულებით ახალგაზრდა სამეცნიერო კადრების აღზრდის გარეშე. გასაგებია ისიც, რომ ამგვარი სამეცნიერო კადრების ფორსირებული ფორმირების მოთხოვნებიდან გამომდინარე აუცილებელია საბუნებისმეტყველო ფაკულტეტზე არსებული ენათმეცნიერული ხაზის მათემატიკური ლინგვისტიკისათვის დამახასიათებელი აქცენტებით განვითარება[1]. - ეს კი იმას ნიშნავს, რომ მათემატიკური და ბუნებრივი ენების ლოგიკის სპეციალიზაციით მათემატიკის დაფუძნებისა და სწავლების მეთოდიკის მოდულის ფარგლებში შარშან დაწყებული მოძრაობა არათუ უნდა შეფერხდეს, არამედ პირიქით, საბუნებისმეტყველო ფაკულტეტზე დღეს არსებულ ლინგვისტურ ხაზს საფუძვლად ეს სპეციალიზაცია და ამ მოდულის ეს ახალი ლოგიკურ-ლინგვისტური კომპეტენცია უნდა დაედოს და სამომავლოდ, ამგვარი ინტეგრაციის საფუძველზე, საბუნებისმეტყველო ფაკულტეტის ფარგლებში უნდა ვიფიქროთ „ლოგიკა, ენა, გამომთვლელი" ინსტიტუტის ჩამოყალიბებაზე[2].

აქედან გამომდინარე, ჟურნალის კიდევ ერთი ძირეული დანიშნულება იქნება იმ სასწავლო საუნივერსიტეტო პროცესის ხელშეწყობა, რომელიც, გვჯერა, რომ არა თუ შეწყდება, არამედ უფრო გაღრმავდება და განვითარდება. - ამდენად, ამ სასწავლო და სამეცნიერო პროცესების ხელშეწყობის მიზნით, ყველაფერ დანარჩენთან ერთად, ცხადია, ჟურნალი დაკავდება აგრეთვე მთარგმნელობითი საქმიანობითაც, რაც ლოგიკურ-ლინგვისტური მიმართულებით ინტენსიურად მიმდინარე საერთაშორისო პროცესებში ქართული მოძრაობის ფორსირებული ინტეგრაციისათვის აუცილებლობას წარმოადგენს[3].

დასასრულს მოკლედ შევეხებით ჟურნალის კიდევ ერთ მნიშვნელოვან მიზანსა და დანიშნულებას. კერძოდ, საუბარი გვექნება მათემატიკის დაფუძნებისა და სწავლების მეთოდიკის მოდულის და მათემატიკური და ბუნებრივი ენების ლოგიკის სპეციალიზაციის მეთოდოლოგიურ და პედაგოგიკურ მიზნებზე.

---

[1] მოგეხსენებათ, რომ ქართული ენათმეცნიერული სკოლა თავიდან ბოლომდე ფილოლოგიური სპეციფიკითაა განსაზღვრული. - საქართველოში თქვენ ფაქტიურად ვერ ნახავთ ენათმეცნიერს, რომელსაც არა ფილოლოგიური, არამედ არაფილოლოგიური ანუ ზუსტი მეცნიერებებისათვის დამახასიათებელი საბუნებისმეტყველო განათლება აქვს. უფრო მეტიც, თუ არ ჩავთვლით „ლოგიკისა და ენის გაერთიანებულ ქართულ ჯგუფში" თავმოყრილ ძალთა მცირე ოდენობას, საქართველოში საერთოდ ვერ ნახავთ ისეთ სპეციალისტს, რომელიც ენათმეცნიერულ კომპეტენციასთან ერთად ასევე კომპეტენტურია მათემატიკურ ლოგიკაში. არადა, ზუსტი ანუ საბუნებისმეტყველო მათემატიკური ლინგვისტიკა სწორედ მათემატიკურ ლოგიკაში დაგროვილი გამოცდილების და მათემატიკის დაფუძნების პრობლემატიკაში უკვე აპრობირებული მეთოდების საფუძველზე ჩამოყალიბდა.

[2] სხვა შემთხვევაში, ცხადია, გაგვიჭირდება ენობრივ-კულტურული თვალსაზრისებით იმ უმნიშვნელოვანესი მიზნების მიღწევა, რომლებიც მოხაზულია ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტის სახელმწიფო მიზნობრივი პროგრამით - „კომპიუტერის სრული პროგრამულ მომსახურეობითი მოქცევა ბუნებრივ ქართულ ენობრივ გარემოში". - თანამედროვე მათემატიკური ლინგვისტიკის ზოგადი კურსი, გამოთვლითი ლინგვისტიკა, მათემატიკური და ბუნებრივ ენათა ლოგიკა, ენობრივი ალგორითმებისა და ენობრივი ავტომატების თეორია, ზოგადი ენათმეცნიერების მოკლე კურსი, ქართული ენის კლასიკური გრამატიკის კრიტიკული ანალაზი და ქართული ენის თანამედროვე ლოგიკური გრამატიკის საფუძვლები, თანამედროვე ლინგვისტური და სემანტიკური თეორიები, თარგმნის ამოცანისა და მეტყველების ამოცნობის თანამედროვე მათემატიკური მეთოდები, ხელოვნური ინტელექტის პრობლემატიკით ნაგულისხმევი აზროვნების ფსიქოლოგიის, ფიზიოლოგიისა და ფილოსოფიის თანამედროვე კურსები, ლოგიკური (ანუ ინტელექტუალური) პროგრამირებისა და სხვა თანამედროვე პროგრამული ენების თეორიული და პრაქტიკული კურსები - ეს, ჩვენი აზრით, ის დისციპლინებია, რომელთაც უნდა დაეყრდნოს საბუნებისმეტყველო ფაკულტეტზე არსებული ლინგვისტური ხაზი. - ყველა სხვა შემთხვევაში, საბუნებისმეტყველო ფაკულტეტზე ჩვენ არა ზუსტ - მათემატიკურ, არამედ კვლავ არაზუსტ - ფილოლოგიურ ლინგვისტურ მიმართულებას მივიღებთ, რაც თუ ადრე ასე თუ ისე კიდევ ასატანი იყო, დღეს, უკვე მკაფიოდ მოხაზული ენობრივ-ტექნოლოგიური პერსპექტივების გათვალისწინებით, ყოვლად დაუშვებელია!

[3] ერთ-ერთი სირთულე, რაც ლოგიკურ-ლინგვისტური მიმართულებით ჩვენი მოძრაობის ორმოცდაათწლიანმა დაგვიანებამ განაპირობა არის მრავლად დაგროვილი სპეციალური სამეცნიერო მასალის სტუდენტებამდე (და არა მარტო სტუდენტებამდე!) მიტანის აუცილებლობა. ეს, ბუნებრივია, ჩვენი სპეციფიკების გათვალისწინებით შესაბამისი მთარგმნელობითი სტრატეგიის მოძიებისკენ გვიბიძგებს, რაც ამ აუცილებელ მთარგმნელობით საქმიანობაში სტუდენტების მაქსიმალურ ჩართულობას გულისხმობს.

მიმდინარე სასკოლო რეფორმამ ინფორმაციული მოცულობებით დატვირთული სწავლების საბჭოური პრინციპი შეცვალა სწავლების თანამედროვე დასავლური პრინციპით, რომელიც ერთ-ერთ პრიორიტეტულ მიზნად აღსაზრდელში ზოგადი ენობრივ-აზროვნებითი უნარ-ჩვევების განვითარებას სახავს. ეს ქართული საგანმანათლებლო სისტემის დასავლური საგანმანათლებლო სისტემისაკენ მიმართვის მნიშვნელოვანი მცდელობაა. ამ თანამედროვე სასწავლო სტრატეგიისათვის არსებით დატვირთვას იღებს თავის თავზე ტერმინი „სწავლების ენა", რომლის შინაარსი, ჩვენთვის, უმეტეს შემთხვევაში, ქართული ენაა. ამ პედაგოგიკური მიდგომებით სწავლების ენა ბავშვის ზოგადი ინტელექტუალური უნარების განვითარებისათვის უმნიშვნელოვანეს საბაზისო მონაცემად განიხილება. ითვლება, რომ მოზარდი, როგორც მოაზროვნე პიროვნება, ძირითადად სწორედ ამ ენაში ყალიბდება. შესაბამისად, გამოდის, რომ ბუნებრივ ენაში ლოგიკურად გამართული აზროვნებითი უნარების ფორმირება ამ თანამედროვე სასწავლო სტრატეგიის ერთ-ერთი ძირითადი მიზანია, რაც ფუნდამენტურად მნიშვნელოვანია, როგორც სუფთა საგანმანათლებლო[1], ისე ფართო საზოგადოებრივი თვალსაზრისებითაც. - ის, ვინც მეტყველებს, მაგრამ ვერ ახერხებს თავისი აზრების სწორად ჩამოყალიბებას ენისათვის დამახასიათებელი ლოგიკურად გამართული მსჯელობითი სქემების გათვალისწინებით და ისიც, ვინც, ამავე სქემებში გაუთვითცნობიერებლობის გამო, ვერ ფლობს ენობრივი ურთიერთობისას მოსმენით მიღებული მონაცემების გადამუშავების შესაძლებლობებს, ენობრივ საზოგადოებაში ენობრივი კომუნიკაციის გარეშე რჩება, რაც მძიმე ტვირთია როგორც თავად ამ პიროვნებისთვის, ასევე ამ საზოგადოებისთვისაც.

გათვითცნობიერებული მკითხველისათვის ზემოაღნიშნულთა გათვალისწინებით გასაგები უნდა იყოს ის, თუ რა მჭიდრო ურთიერთმიმართებები აქვთ მათემატიკური და ბუნებრივი ენების ლოგიკას, პრიორიტეტულად მიმდინარე სასკოლო რეფორმით მოხაზულ თანამედროვე სასწავლო მიზნებსა და სახელმწიფო მიზნობრივ პროგრამას[2] „კომპიუტერის სრული პროგრამულ-მომსახურეობითი მოქცევა ბუნებრივ ქართულ ენობრივ გარემოში". - უნდა ითქვას, რომ რეფორმით მოხაზულ დასავლურ სასწავლო სტრატეგიას თავის დროზე საფუძველი ენის, ლოგიკისა და აზროვნების ურთიერთკავშირებზე იქ მაშინ უკვე გამოკვეთილმა ხედვებმა ჩაუყარა.

ამგვარად, მათემატიკური და ბუნებრივი ენების ლოგიკის სპეციალიზაციისა და მათემატიკის დაფუძნებისა და სწავლების მეთოდიკის მოდულის ინტერესებში სახელმწიფო მიზნობრივი პროგრამით განსაზღვრულ თეორიულ საკითხებთან ერთად ექცევა სასკოლო რეფორმასთან მიბმული ისეთი საკითხებიც როგორიცაა მათემატიკის და ქართული ენის სასწავლო ხაზების გასწვრივ ზოგადი უნარების განვითარებაზე პრიორიტეტულად ორიენტირებული თანამედროვე სასწავლო მეთოდების მეცნიერული და პედაგოგიკური

---

[1] არანაირი ღირებულება სპეციფიკურ ცოდნას, თუ მას ენაში ლოგიკურად გამართული ზოგადი აზროვნებითი უნარიც თან არ ახლავს, არ გააჩნია. – უფრო მეტიც, ასეთ პირობებში, ასეთი სპეციფიკური „ცოდნები" საზიანოც კია, რამდენადაც ასეთი უნიადაგო „ცოდნა" მის მატარებელს არათუ თვისობრივად ანვითარებს, არამედ პირიქით.

[2] გასაგებია, რომ თუ ჩვენ მათემატიკური სიზუსტეებისა და ენობრივი სპეციფიკების სრული გათვალისწინებით გამოვიცნობთ ქართული ენისათვის დამახასიათებელ ლოგიკურად გამართულ მსჯელობათა ენობრივად მარეალიზებელ წესებს, თანაც ისე, რომ უკვე ამ წესთა სისტემით დაპროგრამებული კომპიუტერი პროგრამულადვე წინასწარ რეალიზებული შესაძლებლობებით ახერხებს ენობრივი მონაცემების ზოგად და კერძო ლოგიკურ-ლინგვისტურ ანალიზირებას, იქ არსებული ზოგად ლოგიკური თუ კერძო სემანტიკური წინააღმდეგობების შემჩნევას და ამგვართა არარსებობის შემთხვევაში ახერხებს ლოგიკურად დასაშვები კერძო და ზოგადი დასკვნების გაკეთებას, მაშინ, და მხოლოდ მაშინ, ჩვენ ასევე ხელთა გვაქვს ქართული ენის ლოგიკაზე ის თეორიული ცოდნა, მხოლოდ რომლის მეთოდური გადამუშავების საფუძველზეც გვეძლევა შესაძლებლობა სასკოლო სივრცეში თანდათან უფრო მეტი და მეტი წარმადობით წარვმართოთ მათემატიკური და ბუნებრივ ენობრივი აზროვნებითი უნარების განვითარებაზე პრიორიტეტულად ორიენტირებული და მეცნიერულად დაფუძნებული სასწავლო პროცესი. – ანუ, ცხადია, რომ ნებისმიერ ენაში და, მათ შორის ქართულ ენაშიც, არსებობს ამ ენის სწორი ენობრივი მსჯელობებისა და აზრობრივად გამართული შინაარსების ამგები წესების მყარი სისტემა, რომელიც ამ ენის სინტაქსურ, მორფოლოგიურ და ფონეტიკურ კანონებთან ერთად ემყარება ამავე ენის ზოგადი შინაარსული წესრიგის განმსაზღვრელ ლოგიკურ კანონმდებლობას. ამდენად, გასაგებია, რომ მოზარდში ლოგიკურად გამართული ენობრივ-აზროვნებითი უნარების ჩამოყალიბება-განვითარების უმნიშვნელოვანესი მიზნებისათვის ენის გრამატიკული კანონმდებლობის სწავლებაზე არანაკლებ მნიშვნელოვანი ენის ლოგიკური კანონმდებლობის სწავლება ხდება.

დამუშავებანი, რაც წინამდებარე ჟურნალის კიდევ ერთი მნიშვნელოვანი ფუნქციონალური ხაზი იქნება. - ჩვენ ვთვლით, რომ ჟურნალის ეს მიმართულება, გამომდინარე საკითხთა ფართო საზოგადოებრივი მნიშვნელობიდან, არანაკლებ ფუნდამენტურია, ვიდრე ზემო აღნიშნულნი.

ლოგიკისა და ენის გაერთიანებული ქართული ჯგუფისა და
მიზნობრივი პროგრამის ხელმძღვანელი,
ჟურნალის მთავარი რედაქტორი
კ. ფხაკაძე

საკითხთა მნიშვნელობიდან და უკვე გაკეთებული მძაფრი განაცხადებიდან გამომდინარე, გადავწყვიტეთ იმ მხარდაჭერების მოკლე ანოტირება, რაც ბოლო ოთხი წლის განმავლობაში მრავლად მიიღო ჯგუფის მიერ შემუშავებულმა სახელმწიფო მიზნობრივმა პროგრამამ - „კომპიუტერის სრული პროგრამულ-მომსახურეობითი მოქცევა ბუნებრივ ქართულ ენობრივ გარემოში". ამასთან, ქვემომოყვანილი დოკუმენტური მასალა ქვეყნდება ამ უმნიშვნელოვანესი საკითხების შემდგომი საზოგადოებრივი აქტუალიზაციის მიზნით, რაც ამ თვალსაზრისებით საზოგადოების ფართო და ამომწურავი ინფორმირებულობის აუცილებლობას გულისხმობს.

2001 წელი:

პროექტის ჩართვას სახელმწიფო მიზნობრივი პროგრამების ჩამონათვალში მხარი დაუჭირეს:

1. ზოგადი და გამოყენებითი ენათმეცნიერების კათედრის გამგემ, აკადემიკოსმა თამაზ გამყრელიძემ;
2. გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტის დირექტორმა, პროფესორმა დავით გორდეზიანმა;
3. თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის პრორექტორმა თემურ ხუროძემ;
4. კომპიუტერების მათემატიკური უზრუნველყოფისა და კომპიუტერული ტექნოლოგიების კათედრის გამგემ, პროფესორმა ჰამლეტ მელაძემ;
5. მართვის სისტემების ინსტიტუტის ენის მოდელირების განყოფილების გამგემ გიორგი ჩიკოიძემ;
6. მათემატიკის დაფუძნების და სწავლების მეთოდიკის კათედრის გამგემ, პროფესორმა თამაზ თევზაძემ;
7. აღმოსავლეთმცოდნეობის ინსტიტუტის აღმოსავლურ ენათა ტიპოლოგიის განყოფილების გამგემ, პროფესორმა მარიკა ჯიქიამ;
8. ეკონომიკის, მრეწველობისა და ვაჭრობის მინისტრის მოადგილემ ნათია თურნავამ;
9. სახელმწიფო კანცელარიის კულტურის, განათლების, მეცნიერებისა და ახალგაზრდობის საქმეთა სამსახურის უფროსმა კობა იმედაშვილმა – **„აღნიშნული პროექტი სარეცენზიოდ გადაეგზავნა ენათმეცნიერების ინსტიტუტს, ენის სახელმწიფო პალატასა და ინფორმატიზაციის სახელმწიფო დეპარტამენტს. სამივე დაწესებულებას მიაჩნია, რომ პროექტი მეტად მნიშვნელოვანია, იმსახურებს მხარდაჭერას და განსახორციელებელია განსაკუთრებით დღევანდელ დღეს. მათ აზრს ჩვენც ვიზიარებთ."**
10. ენათმეცნიერების ინსტიტუტის დირექტორმა გუჩა კვარაცხელიამ – **„პროექტი სახელმწიფოებრივ მხარდაჭერას იმსახურებს, რამდენადაც ქართული ენის ე.წ. კომპიუტერიზაცია უმნიშვნელოვანესი პრობლემაა. პროექტი სახელმწიფოებრივ მხარდაჭერას იმსახურებს მით უფრო, რომ ამ მიმართულებით სახელმწიფოს დღემდე არავითარი ხარჯი არ გაუღია."**
11. ენის სახელმწიფო პალატის თავმჯდომარემ ლევან ღვინჯილიამ – **„პროექტის განხორციელება მიგვაჩნია საქართველოს სახელმწიფო ენის სრულფასოვანი ფუნქციონირებისა და ქვეყნის ცხოვრების ყველა სფეროში მისი გამოყენების არეალის მაქსიმალურად ათვისების ერთ-ერთ აუცილებელ პირობად, ურომლისოდაც მოსალოდნელია სახელმწიფო ენის შემდგომი განვითარების პროცესების მნიშვნელოვნად შეფერხება".**
12. ინფორმატიზაციის სახელმწიფო დეპარტამენტის თავმჯდომარემ დავით თარხან-მოურავმა – **„პროექტი ითვალისწინებს ქართული ენის ფორმალურ-ლოგიკური მოდელის შემუშავებას, რაც აუცილებელია კომპიუტერული სისტემების ქართულ ენობრივ გარემოში მოსაქცევად. გვსურს გაცნობოთ, რომ აღნიშნული საკითხი უდაოდ წარმოადგენს სახელმწიფო მნიშვნელობის ამოცანას და ყოველმხრივ მხარდასაჭერია."**

2002 წელი:

27.02.2002. სახელმწიფო უნივერსიტეტმა პროგრამა წარადგინა ეკონომიკის, მრეწველობისა და ვაჭრობის სამინისტროში. ამავე წელს **პროგრამა პირველად იქნა ჩართული სახელმწიფო მიზნობრივ პროგრამათა ჩამონათვალში**.

03.03.2002 ამონაწერი განათლების სამინისტროში ჩატარებული განხილვის ანგარიშიდან (უძღვებოდა განათლების მართვის საინფორმაციო სისტემის ქვეკომპონენტის ხელმძღვანელი გია შერვაშიძე):

1. ენათმეცნიერების ინსტიტუტის ზოგადი ენათმეცნიერების განყოფილების გამგემ მაია მაჭავარიანმა აღნიშნა **პროექტის ღრმა მეცნიერული და პრაქტიკული ღირებულება.**

2. ენათმეცნიერების ინსტიტუტის ქართველურ ენათა განყოფილების გამგემ, პროფესორმა თედო უთურგაიძემ აღნიშნა **პროგრამის აქტუალობა და განხორციელების სასწრაფო დაწყების აუცილებლობა. ქართული ენის მათემატიკური (ფორმალურ-ლოგიკური) აღწერა დასახა, როგორც აუცილებელი წინაპირობა ქართულ-ენობრივი პროგრამული პროდუქტის შესაქმნელად.**

3. აღმოსავლეთმცოდნეობის ინსტიტუტის აღმოსავლურ ენათა ტიპოლოგიის განყოფილების გამგემ, პროფესორმა მარიკა ჯიქიამ პროგრამა შეაფასა, **როგორც ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი მიმართულება საქართველოში ენათმეცნიერების განვითარებისათვის.**

4. თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის პრორექტორმა პარმენ მარგველაშვილმა **თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის სახელით დაადასტურა სრული მხარდაჭერა**.

5. განათლების მართვის საინფორმაციო სისტემის ქვეკომპონენტის ხელმძღვანელმა გია შერვაშიძემ ხაზი გაუსვა **პროგრამის განხორციელების ღირებულებას თანამედროვე კომპიუტერული ლინგვისტიკის განვითარებაში.**

6. ტექნიკური უნივერსიტეტის პროფესორმა ლევან ჩხაიძემ მიუთითა საერთოდ **ასეთი ტიპის სამეცნიერო და პრაქტიკული სამუშაოების დაფინანსების სასიცოცხლო აუცილებლობაზე დღევანდელი საქართველოსათვის.**

7. აღმოსავლეთმცოდნეობის ინსტიტუტის აღმოსავლურ ენათა ტიპოლოგიის განყოფილების წამყვანმა მეცნიერ-თანამშრომელმა, ეთერ სოსელიამ წარმოაჩინა პროექტი, როგორც **ენის ფორმალური ლოგიკის საფუძველზე აღწერის ერთი უნიკალური და უმნიშვნელოვანესი მიმართულება.**

8. საქართველოს განათლების მინისტრმა ალექსანდრე კარტოზიამ აღნიშნა, რომ **განხილვის შედეგად გამოიკვეთა ენის მათემატიკური მოდელირების ასეთი სახის მიდგომისა და სისტემური კვლევის აუცილებლობა.**

13.03.2002. ინფორმატიზაციის სახელმწიფო დეპარტამენტის თავმჯდომარის მოადგილე ი. ბარამიძე – **„ინფორმატიზაციის სახელმწიფო დეპარტამენტი მიიჩნევს, რომ ახალი კომპიუტერული ტექნოლოგიების შესაძლებლობების სრული მოცულობით ათვისება აღნიშნული ხასიათის კვლევების გარეშე არაპერსპექტიულია.“**

19.07.2002 პარლამენტის განათლების, მეცნიერების, კულტურისა და სპორტის კომიტეტის თავმჯდომარე, აკადემიკოსი ნოდარ ამაღლობელი – **„პროექტს დიდი სახელმწიფო მხარდაჭერა აქვს. მისი აქტუალობა დღეს არავითარ ეჭვს არ იწვევს, რადგან ეს არის ქართული ენის, როგორც კულტურული ფენომენის შენარჩუნება-გადარჩენის, მისი განვითარებისა და შესწავლის გაღრმავების საშუალება და ეროვნული ცნობიერების განმტკიცების ერთ-ერთი უმნიშვნელოვანესი გზა. ამ ჭეშმარიტად ეროვნულ საქმეს საერთო მხარდაჭერა და თანადგომა სჭირდება.“**

25.07.2002. საქართველოს სახელმწიფო მინისტრი მიმართავს ფინანსთა მინისტრ მ. გოგიაშვილს - **„გთხოვთ 2003 წლის ბიუჯეტის ფორმირებისას გაითვალისწინოთ აღნიშნული პროექტი.”**

2002 წლის სექტემბერში დაფუძნდა ღია საუნივერსიტეტო სემინარი **„ლოგიკა, ენა, გამომთვლელი”,** რომელიც პირველი ამ ტიპის სემინარია საქართველოში.

19.12.2002. ფინანსთა სამინისტრო პასუხობს გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტის შეკითხვას - **„აღნიშნული საკითხი უნდა განიხილოს ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტმა საქართველოს 2003 წლის სახელმწიფო ბიუჯეტით მისთვის გათვალისწინებული ასიგნების ფარგლებში”.**

2003 წელი:

5.01.2003. ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტის სამეცნიერო საბჭოს გადაწყვეტილებით გაიხსნა ცალკე საკვლევი სამეცნიერო თემა **„კომპიუტერის სრული პროგრამულ-მომსახურეობითი მოქცევა ბუნებრივ ქართულ ენობრივ გარემოში“** (ხელმძღვანელი კ. ფხაკაძე).

11.02.2003 თსუ პრორექტორი, პროფესორი ანზორ ხელაშვილი მიმართავს საქართველოს ფინანსთა მინისტრს: **„თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი ნამდვილად საჭიროდ მიიჩნევს სახელმწიფო ბიუჯეტში აღნიშნული პროექტის ერთ-ერთ სახელმწიფო მიზნობრივ პროგრამად რეალიზაციას. ამასთან, გატყობინებთ, რომ სახელმწიფო ბიუჯეტით უნივერსიტეტისათვის 2003 წელს გამოყოფილი ასიგნების სიმცირიდან გამომდინარე, უნივერსიტეტი დასახელებული პროექტის სარეალიზაციოდ თანხებს ვერ გამოყოფს. ამდენად, კიდევ ერთხელ გთხოვთ მოიძიოთ სახსრები ამ სახელმწიფო მიზნობრივი პროგრამის პირდაპირი ბიუჯეტური რეალიზაციისათვის.“**

17.03.2003 საქართველოს პრეზიდენტი მიმართავს საქართველოს ფინანსთა მინისტრს **წლის მეორე ნახევრიდან პროექტის დაფინანსების თაობაზე.**

17.04.2003 ზოგადი და გამოყენებითი ენათმეცნიერების კათედრის გამგის, აკადემიკოს თამაზ გამყრელიძის, გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტის დირექტორის, პროფესორ დავით გორდეზიანის, კომპიუტერების მათემატიკური უზრუნველყოფისა და კომპიუტერული ტექნოლოგიების კათედრის გამგის, პროფესორ ჰამლეტ მელაძისა და მათემატიკის დაფუძნების და მეთოდიკის კათედრის გამგის პროფესორ თამაზ თევზაძის რეკომენდაციების საფუძველზე თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის მეთოდურმა საბჭომ (თავმჯდომარე, პროფ. გ. ჯაიანი) პროექტის ინტერესების გათვალისწინებით მხარი დაუჭირა საუნივერსიტეტო სახელმძღვანელო კურსის მომზადებას სათაურით „თანამედროვე მათემატიკური ლინგვისტიკის საფუძვლები.“

20.06.2003 ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტში შედგა პირველი ღია დისკუსია თბილისის **სახელმწიფო უნივერსიტეტში ლოგიკურ-ლინგვისტური ხაზით საუნივერსიტეტო სწავლების ორგანიზების აუცილებლობაზე.** ფრაგმენტი ამ სადისკუსიო შეხვედრაზე ზ. კიკნაძის გამოსვლიდან: **„. . . შემდგომში და თანდათან, გამომდინარე იქიდან, რომ ფაკულტეტზე სათანადოდ ვერ იყო რეალიზებული მათემატიკურ-ლოგიკური სპეციფიკა, განყოფილებამ დაკარგა პირველსაწყისი ორიენტირი, რაც დღეს იძულებულს გვხდის კიდევ ერთხელ დავაფუძნოთ თსუ-ში ამ ორმოცი წლის წინ ერთხელ უკვე დაფუძნებული განყოფილება. . .”**

18.07.2003 ზემოაღნიშნული დისკუსიის საფუძველზე მომზადებული მიმართვა გაეგზავნა ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის რექტორს, როინ მეტრეველს, თხოვნით, განსაკუთრებული ყურადღება მიექცია სახელმწიფო-მიზნობრივი პროგრამისათვის „კომპიუტერის სრული პროგრამულ-მომსახურეობითი მოქცევა ბუნებრივ ქართულ ენობრივ გარემოში“ და ლოგიკურ-ლინგვისტური ხაზით ამ პროგრამისთვის აუცილებელი საუნივერსიტეტო სწავლების გეგმაზომიერი დაფუძნებისათვის. ლოგიკისა და ენის ქართული ჯგუფის წევრებთან ერთად მიმართვაზე ხელმოწერით საკუთარი მხარდაჭერა დაადასტურეს: **თამაზ გამყრელიძემ, გუჩა კვარაცხელიამ, ანზორ ხელაშვილმა, პარმენ მარგველაშვილმა, თემურ ხუროძემ, დამანა მელიქიშვილმა, ირინე მელიქიშვილმა, თედო უთურგაიძემ, მარიკა ჯიქიამ, ეთერ სოსელიამ, რუსუდან ასათიანმა, ნანა შენგელაიამ, ინგა შადურმა, ზაზა კიკნაძემ, ჯემალ ანთიძემ, ხიმურ რუხაიამ, ლევან ჩხაიძემ, ნუგზარ სხირტლაძემ, გიორგი ჩიკოიძემ, მანანა ქარქაშაძემ.**

2004 წელი:

2004 წელს ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტმა ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტის სახელმწიფო-მიზნობრივი პროგრამა **„კომპიუტერის სრული პროგრამულ-მომსახურეობითი მოქცევა ბუნებრივ ქართულ ენობრივ გარემოში” წარადგინა ერთ-ერთ სახელმწიფო მიზნობრივ პუნქტად 2005 წლის საბიუჯეტო განაცხადში.**

12.02.2004 გმი-ის „ლოგიკისა და ენის ქართული ჯგუფის” ინიციატივით შედგა „ლოგიკა, ენა, გამომთვლელი” სემინარის მეორე ღია სადისკუსიო შეხვედრა ლოგიკურ-ლინგვისტური ხაზით საუნივერსიტეტო სწავლების გეგმაზომიერი ორგანიზების თაობაზე, სადაც გამოიკვეთა **მექანიკა-მათემატიკის ფაკულტეტზე ლოგიკურ-ლინგვისტური ხაზის დამკვიდრების აუცილებლობა.**

27.02.2004 გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტის დირექტორის პროფ. დავით გორდეზიანის ინიციატივით ინსტიტუტთან არსებული „ლოგიკისა და ენის ქართულმა ჯგუფმა” ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის სამეცნიერო საბჭოს სემინარზე წარადგინა მოხსენება თემაზე - **„თანამედროვე მათემატიკური ლინგვისტიკა და კომპიუტერის სრული პროგრამულ-მომსახურეობითი მოქცევა ბუნებრივ ქართულ ენობრივ გარემოში”** (მომხსენებელი კ. ფხაკაძე).

27.02.2004 ცენტრალური ევროპის უნივერსიტეტის (CEU) სასწავლო პროგრამების ცენტრის (CRC) სრული დაფინანსებით, რომლის პროგრამებსაც ნაწილობრივ აფინანსებს უმაღლესი განათლების მხარდამჭერი პროგრამა (HESP) ქართველი სტუდენტებისათვის ჯგუფმა მოამზადა და გამოსცა

„დამატებითი საკითხავი კურსი თანამედროვე მათემატიკურ ლინგვისტიკაში". ამავე გრანტის საფუძველზე ინსტიტუტში დაფუძნდა **„ცენტრალური ევროპის უნივერსიტეტისა და ბარბარა პარტის სახელობის წიგნთა ფონდი - ლოგიკა, ენა, გამომთვლელი"**, რომელიც პირველი ამ ტიპის ბიბლიოთეკაა საქართველოში.

25.04.2004 თსუ პრორექტორი, პროფესორი ანზორ ხელაშვილი მიმართავს საქართველოს განათლებისა და მეცნიერების მინისტრს - **„ბატონო კახა, იმედი გვაქვს, რომ საქართველოს განათლებისა და მეცნიერების სამინისტრო ყურადღებით შეისწავლის საკითხს და მხარს დაუჭერს საერთო ქართულ კულტურულ ღირებულებათა შრეში მდებარე სახელმწიფო მიზნობრიობის ბიუჯეტურ დაფუძნებას"**

25.04.2004 გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტის დირექტორი, პროფ. დავით გორდეზიანი მიმართავს საქართველოს განათლებისა და მეცნიერების მინისტრს - **„ბატონო კახა, მონტეგიუსეული ლოგიკურ-ლინგვისტური მეცნიერული ხაზით ნაგულისხმევი მკაცრი, მათემატიკური, ფორმალურ-ლოგიკური მეთოდებით ბუნებრივი ქართული ენის კვლევის პროცესი მხოლოდ ახლა იწყება, არადა პრობლემა მისი პრაქტიკული და თეორიული ღირებულებიდან გამომდინარე ფუნდამენტური ხასიათისაა."**

14.06.2004 ივ. ჯავახიშვილის სახ. სხდომათა დარბაზში შედგა სემინარი სახელმწიფო პროგრამის **„კომპიუტერის სრული პროგრამულ-მომსახურეობითი მოქცევა ბუნებრივ ქართულ ენობრივ გარემოში"** პრობლემების, ამოცანებისა და საზოგადო ღირებულებების წარმოჩენისა და განხილვის მიზნით.

18.06.2004 სახელმწიფო უნივერსიტეტის მექანიკა-მათემატიკის ფაკულტეტის 18 ივნისის სამეცნიერო საბჭოს გადაწყვეტილებით მათემატიკის დაფუძნებისა და მეთოდიკის კათედრაზე ჩამოყალიბდა **„მათემატიკური და ბუნებრივი ენების ლოგიკის"** სპეციალიზაცია.

06.07.2004. განათლებისა და მეცნიერების მინისტრის მოადგილე თემურ სამადაშვილი მიმართავს ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტს - **„გაცნობებთ, რომ სამინისტრო მიესალმება აღნიშნული პროგრამის განხორციელებას და მიაჩნია, რომ პროექტი მეტად მნიშვნელოვანია...."**

16.09.2004. განათლების სამინისტროს პასუხი ფ/2982 13.08.04წ; ფ/2990 13.08.04წ. წერილებზე - **„სამინისტრო მხარს უჭერს მის (პროექტის) პირდაპირ მიზნობრივ დაფინანსებას თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის 2005 წლის სახელმწიფო ბიუჯეტის ფარგლებში"**

16.09.2004. განათლების სამინისტროს პასუხი საქართველოს მთავრობის კანცელარიიდან შესულ ფ/3446 09.09.04. წერილზე - **„სამინისტრო მხარს უჭერს იმ თვალსაზრისს, რომ პროექტით მოხაზული მიმართულებით კვლევების არგანვითარების შემთხვევაში ქართულ ენას დეკულტურიზაციის საშიშროება ემუქრება.**

გარდა ამისა, განათლებისა და მეცნიერების სამინისტროში აღნიშნულ საკითხთა განხილვისას გამოიკვეთა, რომ ქართულ ენობრივ სისტემაში პროექტით გათვალისწინებული მონტეგიუსეული ლოგიკურ-ლინგვისტური კვლევები ფუნდამენტური მნიშვნელობისაა ენობრივ-აზროვნებით უნარ-ჩვევებზე ორიენტირებული სწავლების ოპტიმალური და მიზნობრივი წარმართვისათვის, რაც კიდევ ერთი მნიშვნელოვანი საფუძველია პროექტისადმი სამინისტროს მიერ ზემოთ გამოხატული სრული მხარდაჭერისა.

გაცნობებთ, რომ სამინისტრო აღნიშნული პროგრამის ბიუჯეტურ დაფინანსებას, გამომდინარე მისი აქტუალობიდან, ყოველმხრივ უჭერს მხარს"

20.10.2004. საქართველოს ფინანსთა სამინისტროს პასუხი ჩვენს 04-01-16/445 წერილზე - **„წარმოდგენილ პროგრამაში დასმული საკითხები მნიშვნელოვანი და მეტად აქტუალურია. ამასთან, მიგვაჩნია, რომ აღნიშნული მიზნობრივი პროგრამის დაფინანსება უნდა განხორციელდეს „საქართველოს 2005 წლის სახელმწიფო ბიუჯეტის შესახებ" საქართველოს კანონის პროექტით საქართველოს განათლებისა და მეცნიერების სამინისტროსათვის გათვალისწინებულ ასიგნებათა ფარგლებში"**

26.10.2004. განათლების, მეცნიერების, კულტურისა და სპორტის კომიტეტის თავმჯდომარის ნოდარ გრიგალაშვილის პასუხი ჩვენს №4178-2 წერილზე - **„კომიტეტი მიესალმება გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტის სახელმწიფო-მიზნობრივი პროგრამის განხორციელებას და მხარს უჭერს მის პირდაპირ მიზნობრივ დაფინანსებას თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის 2005 წლის სახელმწიფო ბიუჯეტის ფარგლებში"**

2.11.2004. სასწავლო გეგმებისა და სახელმძღვანელოების განყოფილების ხელმძღვანელი სიმონ ჯანაშია - **„ჩვენ ყოველმხრივ მხარს ვუჭერთ ამ ჯგუფის მიერ ქართული ენის ლოგიკურ-ლინგვისტურ კვლევას. ასევე ჩვენ უკვე დავიწყეთ თანამშრომლობა ამ კვლევების შედეგების გათვალისწინებაზე ეროვნულ სასწავლო გეგმებში. იმედი გვაქვს, რომ ჯგუფს საკმარისი საშუალება ექნება, რომ კიდევ უფრო ფართო მაშტაბიანი სამუშაოები ჩაატაროს ეროვნული სასწავლო გეგმების შემმუშავებელ საგნობრივ**

ექსპერტებთან ერთად. ვფიქრობთ, რომ ეს მუშაობა ნაყოფიერი იქნება და განათლების რეფორმას წაადგება.

იმედი გვაქვს, რომ ზემოხსენებული ჯგუფის მუშაობა წარმატებული იქნება და ამ კვლევის შედეგები წაადგება საინფორმაციო და საკომუნიკაციო ტექნოლოგიების ქართული ენით აღჭურვის საქმეს, რაც საბოლოოდ ისევ განათლების ეფექტური ინსტრუმენტი გახდება"

20.12.2004. ი.ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტის დირექტორი, პროფ. დავით გორდეზიანი მიმართავს უნივერსიტეტის რექტორს, პროფესორ რუსუდან ლორთქიფანიძეს - **„აღნიშნულ სახელმწიფო მიზნობრივ პროგრამას განსაკუთრებული მნიშვნელობა ენიჭება მისი უკვე მკაფიოდ გამოკვეთილი ღრმა ეროვნულ-კულტურული ღირებულებებიდან გამომდინარე.**

გასათვალისწინებელია ისიც, რომ საასპირანტო თემა (ხელმძღვანელები პროფ. თ. თევზაძე, დოც კ. ფხაკაძე), რომელიც ეხება ბუნებრივ ენობრივ მტკიცებათა თეორიის საკითხებს ქართულში, ამ მიმართულებით ქართული ენის მეცნიერული შესწავლის პირველი მცდელობაა."

20.12.2004. მათემატიკის დაფუძნებისა და მეთოდიკის კათედრის გამგე, პროფესორი თამაზ თევზაძე მიმართავს უნივერსიტეტის რექტორს, პროფესორ რუსუდან ლორთქიფანიძეს - **„აღსანიშნავია ისიც, რომ ზემოთ აღნიშნული მეტად მნიშვნელოვანი სახელმწიფო მიზნობრივი პროგრამის ინტერესებიდან გამომდინარე 2004 წელს კათედრაზე ჩამოყალიბდა მათემატიკური და ბუნებრივი ენების ლოგიკის სპეციალიზაცია. საასპირანტო თემა ამ მიმართულებით ქართული ენის ლოგიკურ-მათემატიკური მეთოდებით შესწავლის პირველი მცდელობაა, რაც ზემოხსენებული სახელმწიფო მიზნობრივი პროგრამის გარდა მჭიდროდ ეხმიანება უნარ-ჩვევებზე ორიენტირებულ სასკოლო-სასწავლო რეფორმასაც"**

31.12.2004. თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტმა მხარი დაუჭირა სახელმწიფო მიზნობრივ პროგრამას და საქართველოში თანამედროვე ლოგიკურ-ლინგვისტური სამეცნიერო ხაზის ფორსირებული განვითარებისათვის მათემატიკის დაფუძნებისა და მეთოდიკის კათედრას გამონაკლისის სახით დამატებით გამოუყო ერთი საასპირანტო ადგილი **მათემატიკური და ბუნებრივი ენების ლოგიკის სპეციალობით.**

2005 წელი:

07.04.2005. გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტში გაიხსნა პირველი რესპუბლიკური სასემინარო კვირეული „ლოგიკა, ენა, ინფორმატიკა".

14.04.2005. ქართული ენის დღისადმი მიძღვნილი სასემინარო კვირეულის დასკვნითი სადისკუსიო შეხვედრა შედგა ივანე ჯავახიშვილის სახელობის სხდომათა დარბაზში. შეხვედრა გახსნა გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტის დირექტორმა, პროფესორმა დ. გორდეზიანმა. დისკუსიაში მონაწილეობა მიიღეს თ. უთურგაიძემ, ლ. ჩხაიძემ, ქ. დათუკიშვილმა, მ. ბაბუხადიამ, კ. ფხაკაძემ და მეცნიერებისა და ტექნოლოგიების დეპარტამენტის თავმჯდომარის მოადგილემ, ბატონმა დ. გარუჩავამ. დისკუსიაზე კიდევ ერთხელ გაესვა ხაზი სადისკუსიოდ გამოტანილ საკითხთა მაღალ აქტუალობას.

01.06.2005 წლის აპრილი განათლებისა და მეცნიერების სამინისტროს მეცნიერებისა და ტექნოლოგიების დეპარტამენტმა უნივერსიტეტებში სამეცნიერო კვლევების ხელშემწყობი პროგრამის ფარგლებში 2005 წლის ივნისიდან 5 საშტატო ერთეულიანი II კატეგორიის დაფინანსება გამოყო № 1.01.73 პროგრამაზე - „კომპიუტერის სრული პროგრამულ-მომსახურეობითი მოქცევა ბუნებრივ ქართულ ენობრივ გარემოში". – აღნიშნული დაფინანსება პროგრამამ მიიღო მათემატიკის ფარგლებში არსებული საკონკურსო მოთხოვნების გათვალისწინებით[1], რის გამოც, ბუნებრივია, სათანადოდ ვერ იქნა გათვალისწინებული პროგრამის ქართველოლოგიური სპეციფიკები[2].

24.08.2005. თსუ საბუნებისმეტყველო ფაკულტეტის მათემატიკის ინსტიტუტის დირექტორს, ბატონ რამაზ ბოჭორიშვილს სარეკომენდაციო წერილით მიმართავს საქართველოს განათლების და მეცნიერებათა სამინისტროს პროექტ „ილია ჭავჭავაძის" მათემატიკის ჯგუფის კოორდინატორი ზაქარია გიუნაშვილი

---

[1] ეს, იმ ფონზე, რომ პროგრამა 2003 წლიდან მხოლოდ ერთი 75 ლარიანი საშტატო ერთეულით ფინანსდებოდა, მიზნობრივი პროგრამის ფრიად მნიშვნელოვანი მხარდაჭერაა. მაგრამ იგივე ეს, თუ იმასაც გავითვალისწინებთ, რომ ისეთი ამოცანები, როგორიცაა ქართული ენის მანქანებთან თავისუფალი ინტელექტუალური ურთიერთობის ენად მოდიფიცირება, მოითხოვს ხანგრძლივი თეორიული კვლევებისა და პრაქტიკული რეალიზაციების ცენტრალიზებულ და შეჯერებულ მიმდინარეობას, ცხადია, არ არის საკმარისი ჯგუფის წინაშე მდგარი მიზნობრივი საკითხების დროული და წარმატებული გადაჭრისათვის.

[2] ამ ეტაპზე არ დაფინანსდა პროექტის ენათმეცნიერული ნაწილი. ეს, იმის გათვალისწინებით, რომ საქართველოში ჯერ კიდევ არ არსებობენ ლოგიკურ-ლინგვისტური კომპეტენციის მქონე სპეციალისტები, ცხადია, არსებითად შეუშლის ხელს პროექტის წარმატებულ განხორციელებას.

და ქართული ენისა და ლიტერატურის კოორდინატორი კახა გაბუნია - **,,სწავლების თანამედროვე მოთხოვნებით განსაკუთრებული ყურადღება ექცევა აღსაზრდელში ლოგიკურად გამართული აზროვნებითი უნარების ჩამოყალიბებას. ამასთან, ყურადღება ექცევა როგორც მათემატიკური, ისე ენობრივი მსჯელობითი უნარების განვითარებასა და ამ უნარების შეჯერებას. ... .**

აქედან გამომდინარე, მნიშვნელოვნად მივიჩნევთ უნივერსიტეტში მათემატიკის დაფუძნებისა და სწავლების მეთოდიკის კათედრაზე უკვე დაწყებული ლოგიკურ-ლინგვისტური სამეცნიერო ხაზის განვითარების პროცესს. ცხადია, რომ მათემატიკური და ბუნებრივი ენების ლოგიკისა და სწავლების თანამედროვე მეთოდების ერთ-ერთ საფაკულტეტო სასწავლო ხაზად დამკვიდრება არსებითად შეუწყობს ხელს განათლების რეფორმის წინაშე მდგარი პრობლემების გადაწყვეტას"

05.08.2005. თსუ საბუნებისმეტყველო ფაკულტეტის მათემატიკის ინსტიტუტის დირექტორს, ბატონ რამაზ ბოჭორიშვილს სარეკომენდაციო წერილით მიმართავს თსუ რექტორის მოადგილე, პროფესორი ლევან გორდეზიანი. - **,,გამომდინარე უნივერსიტეტის სახელმწიფო მიზნობრივი პროგრამის ,,კომპიუტერის სრული პროგრამულ-მომსახურეობითი მოქცევა ბუნებრივ ქართულ ენობრივ გარემოში" (ხელმძღვანელი კ. ფხაკაძე) მაღალი აქტუალობიდან, რაც ქართული ენის თანამედროვე ლოგიკურ-ლინგვისტური მეთოდებით შესწავლის აუცილებლობას განაპირობებს, მნიშვნელოვნად მიმაჩნია უნივერსიტეტში მათემატიკური და ბუნებრივი ენების ლოგიკის სპეციალიზაციის დაფუძნებით დაწყებული პროცესის განვითარება"**

30.10.2005. ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტსა და ს-ს ორბელიანის სახელობის თბილისის სახელმწიფო პედაგოგიურ უნივერსიტეტს შორის დაიდო თანამშრომლობის მემორანდუმი. მემორანდუმი მიმართულია **საინფორმაციო ტექნოლოგიების განვითარების, ქართული ენის თანამედროვე და პერსპექტიული ტექნოლოგიური შესაძლებლობებით აღჭურვის, ქართულ ენობრივ გარემოსთან ინფორმაციული ტექნოლოგიების ადაპტირების, თანამედროვე ლოგიკურ-ლინგვისტური თვალსაზრისებით ქართული ენის შესწავლის, აზროვნებით პროცესებში ქართული და მათემატიკური ენების ურთიერთკავშირების შესწავლის, თანამედროვე სასწავლო მეთოდების მეცნიერული და მეთოდოლოგიური დამუშავების, თანამედროვე მოთხოვნების შესაბამისი სამასწავლებლო კადრების მომზადების, ქართული საგანმანათლებლო ინტერნეტ-რესურსების შექმნის და დანერგვის პრობლემების გადაჭრისაკენ.** მემორანდუმს ხელმოწერით ადასტურებენ თსუ რექტორი, პროფესორი რუსუდან ლორთქიფანიძე და თსპუ რექტორი, პროფესორი დავით მალაზონია.

19.05.2005 საქართველოს განათლებისა და მეცნიერების მინისტრს, ბატონ კახა ლომაიას ერთობლივად მიმართავენ თსუ რექტორის მოადგილე, პროფესორი ლევან გორდეზიანი, თსუ სამეცნიერო კვლევების დეპარტამენტის დირექტორი, პროფესორი მერაბ ელიაშვილი, თსუ გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტის დირექტორი, პროფესორი დავით გორდეზიანი: - **,,გამომდინარე იქიდან, რომ სუბორდინაციულად საკითხის გადაწყვეტა თქვენი სამინისტროს კომპეტენცია და გამომდინარე იქიდანაც, რომ საკითხის მნიშვნელობა და აქტუალობა არავითარ ეჭვს არ იწვევს, რამდენადაც ის, რომ ,,პროექტით მოხაზული მიმართულებით კვლევების არგანვითარების შემთხვევაში, ქართულ ენას დეკულტურიზაციის საშიშროება ემუქრება" არის ვითარების არა გადაჭარბებული, არამედ რეალური შეფასება, გთხოვთ ან სექტემბრიდან 2005 წლის ბიუჯეტის დაზუსტებისას ან, უკიდურეს შემთხვევაში, 2006 წლის ბიუჯეტის ფორმირებისას, გამოყოთ საბიუჯეტო ასიგნება აღნიშნული პროგრამის სახელმწიფო მიზნობრივი დაფინანსებისათვის, რაც ,,ლოგიკისა და ენის გაერთიანებულ ქართულ ჯგუფს", რომელმაც თავისი მაღალი კომპეტენცია უკვე დაადასტურა ლოგიკურ-ლინგვისტური ხასიათის თანამედროვე დონის თეორიული ნაშრომებითა თუ მაღალი ინტელექტუალური სირთულეების მქონე ისეთი პროგრამული რეალიზაციებით, რომლებსაც ჯერ-ჯერობით საქართველოში ანალოგები არ გააჩნია, საშუალებას მისცემს თანამშრომლობით რეჟიმში გააგრძელოს მუშაობა მიზნობრივი პროგრამით მოხაზული შემდგომი საფეხურის ამოცანების გადასაჭრელად"**

ლოგიკისა და ენის გაერთიანებული ქართული ჯგუფი
მათემატიკის დაფუძნებისა და სწავლების მეთოდიკის მოდული
პროექტი
„ქართული ენის თანამედროვე ლოგიკური გრამატიკის საფუძვლები"

ლინგვისტური მიმართებისა და ლოგიკური ბრუნების საკითხისათვის ქართულში

წინამდებარე ნაშრომი ეხება ზოგადი ლოგიკურ-ლინგვისტური თვალსაზრისებით ისეთ უმნიშვნელოვანეს საკითხებს, როგორებიცაა ლინგვისტური მიმართებისა და ლოგიკური ბრუნების ძირეული ცნებები. ნაშრომის მიზანი ამ ლოგიკურ-ლინგვისტური კატეგორიების ისეთი გადააზრებაა, რომ კვლევის შედეგად მათზე გამოკვეთილი ხედვები სრულ შესაბამისობაში იყოს ქართული ენობრივ-აზროვნებითი წესთწყობისთვის დამახასიათებელ და ჩვენში ბუნებრივად არსებულ მათ სახეებთან.

პირველი პარაგრაფის ძირითადი ავტორები არიან კ. გაბუნია და ბ. ცხადაძე. ნაშრომის დანარჩენი ნაწილის ძირითადი ავტორია კ. ფხაკაძე. ამასთან, ნაშრომი ჯგუფური ხასიათისაა და მასში ჩართულნი არიან რ. აბაშია, მ. ბაბუხადია, მ. ივანიშვილი, ლ. ლეკიაშვილი, თ. ესიტაშვილი, თ. თევზაძე, გ. ნადიბაიძე, ვ. ფხაკაძე, ლ. ტიბუა, გ. ჭანკვეტაძე, გ. ჩიჩუა. პროექტი „ქართული ენის თანამედროვე ლოგიკური გრამატიკის საფუძვლები" სახელმწიფო მიზნობრივი პროგრამის - „კომპიუტერის სრული პროგრამულ-მომსახურეობითი მოქცევა ბუნებრივ ქართულ ენობრივ გარემოში" ინტერესების გათვალისწინებით ხორციელდება „ლოგიკისა და ენის გაერთიანებული ქართული ჯგუფისა" და „მათემატიკის დაფუძნებისა და სწავლების მეთოდიკის მოდულის" თანამშრომლობით. პროექტის მეთოდოლოგიურ ხაზს ხელმძღვანელობს პროფ. თ. თევზაძე.

1. ბრუნვათა ტიპების შესწავლის ისტორიისათვის ქართულ ენაში

ქართველური ენების, საკუთრივ, ქართული ენის ენათმეცნიერული, გრამატიკული კვლევა ისტორიულობის თვალთახედვით ღირსსაცნობ სურათს - ჩვენებას იძლევა. X–XIIIსს ქართველ ფილოსოფოსთა კომენტარები და შენიშვნები მიგვანიშნებს, რომ ქართველებს გრამატიკა ძველადაც აინტერესებდათ. ფიქრობენ, რომ ჯერ კიდევ ადრეულ შუა საუკუნეებში უნდა გვქონოდა ქართული ენის იმ დროის შესაფერისი, რიგიანი გრამატიკა. ამ აზრის დასტურია უკანასკნელ ხანებში აღმოჩენილი და შესწავლილი ჯერჯერობით უძველესი გრამატიკული ტრაქტატი "სიტყუაჲ ართრონთათვის". ჩვენ საკითხის შესწავლის ამ ეტაპზე ისტორიულ ჭრილში გვაინტერესებს ბრუნვა, მისი ზოგადი ტიპები და ბრუნვათა ამ ზოგადი ტიპების ზოგადი ლინგვისტური დახასიათება. ამიტომ, ამჯერად, უფრო მეტ ყურადღებას ბრუნვათა სისტემას მივაქცევთ, ვიდრე ბრუნვის ნიშნებს და მათ წარმომავლობას.

ისტორიულად ცნობილი ფაქტია, რომ ქართული ენის გრამატიკის შექმნა უცხოელმა კათოლიკე მისიონერებმა დაგვასწრეს. პირველი „ძველი ქართველი" გრამატიკოსი, იტალიელი მისიონერი, ფ. მაჯო ლათინური ენის მიხედვით ქართულ ენაში ექვს ბრუნვას გამოყოფდა:

ბრუნვათა ლათინური დასახელება	ბრუნვათა ქართული დასახელება	მხოლობითი რიცხვის ფორმები	მრავლობითი რიცხვის ფორმები
Nominativ	სახელობითი	ბიჩი, ბიჩიმა	ბიჩები
Genitiv	ნათესაობითი	ბიჩისა	ბიჩებისა
Dativ	მიცემითი	ბიჩსა	ბიჩებსა
Accusativ	აკუზატივი	ბიჩი	ბიჩები
Vocativ	წოდებითი	ბიჭი	ბიჩებო
Ablativ	დაწყებითი	ბიჩისაგან	ბიჩებისაგან

ყოველივე ეს საფუძვლიანად შეისწავლეს არნ. ჩიქობავამ და თ. უთურგაიძემ. ფ. მაჯოს ლათინური ენის ბრუნვათა შესატყვისების ძიებამ გამოაყოფინა ბრუნვათა ეს რაოდენობა და თანამიმდევრობა. ამან განაპირობა დაწყებითის ცალკე გამოყოფა. ასევე, აკუზატივის - ნათესაობითისა და მიცემითის გვერდით დაყენება. თუმცა, განსხვავებული ნიშანი მას არ აქვს. მეორე მხრივ „უადგილოდ" დაურჩა მოთხრობითი. მან იგი ცალკე ბრუნვად არ მიიჩნია და სახელობითის ვარიანტად დასახა. რადგანაც ლათინურ ენას არა აქვს დაწყებითისაგან განსხვავებული მოქმედებითი, ამიტომაც ქართულ ბრუნებაში მოქმედებითი ფ. მაჯოს გამორჩენია (არნ. ჩიქობავა).

გორელი ანონიმი ავტორის მიერ 1724 წელს შედგენილ იტალიურ-ქართულ ლექსიკონს მცირე ტრაქტატის სახით წინ დართული აქვს ქართული ენის მორფოლოგიურ-სინტაქსური დახასიათება. ბრუნების პარადიგმა მაჯოსაგან განსხვავებული არ არის.

სულხან-საბა ორბელიანმა პირველმა გამოყო ცალკე მოთხრობითი, მოქმედებითი, ვითარებითი, აგრეთვე ამოსვლითი. ეს უკანასკნელი „აბლატიოს" (თანდებულიან ნათესაობითს) დაუპირისპირა, თუმცა მათი სახელდება ლექსიკოგრაფს არ მოუცია.

ნომინატიო	მამა
ჯენეტიო	მამის
დატიო	მამასა
აკუზატიო	მამა
აბლატიო	მამისაგან
–	მამად
–	მამიდამ
–	მამიდამ
–	მამამან

1737 წელს, ქართლის სამეფო კარზე, ზურაბ შანშოვანმა, რომელიც ეროვნებით სომეხი იყო და ფლობდა სომხურ ენას, დაწერა ქართული ენის „მოკლე ღრამმატიკა". ღირსსაცნობია, რომ ავტორს გამოყოფილი აქვს 10 ბრუნვა (ანუ „სრბოლა"):

საწრფელო	ქუყანაქუჱყანა
სანათესაო	ქუჱყანისა
სამიცემადო	ქუჱყანას
სამოქმედო	ქუჱყანით
საძიებო	ქუჱყანასა
სადასაბამო	ქუჱყანისგან
სამეტყველო	ქუჱყანისას
საშორისო	ქუჱყანაში
საგარმყოფო	ქუჱყანითა
საწოდებო	ქუჱყანაო

ზ. შანშოვანი სომხური ენის გრამატიკის მიხედვით აგებს სახელთა ,,ქართულ'' პარადიგმას. ჩვენთვის აღსანიშნავია ის, რომ მისეულ გრამატიკაში პირველი ცდაა ბრუნვათა სახელწოდებების ქართული ტერმინებით გადმოცემისა. სულხან-საბა ორბელიანისგან განსხვავებით, ზ. შანშოვანმა ცალკე წარმოადგინა მოქმედებითი (მისეული ტერმინოლოგიით ,,საგარმყოფო''), აგრეთვე ე.წ. ,,სამეტყველო'' ბრუნვა (ნანათესაობითარი მიცემითი) და ,,საძიებო'' (ლათინური აკუზატივის შესატყვისი ფორმა), რომელიც მასთან მიცემითია და არა სახელობითი (როგორც იტალიელ ,,ქართველ'' გრამატიკოსებთან და საბასთან გვაქვს). როგორც ჩანს, ზ. შანშოვანმა დრო-კილოთა I სერიის ზმნურ ფორმებთან შეწყობილი უახლოესი ობიექტის ბრუნვა აკუზატივად მიიჩნია.

ქართული ლინგვისტური აზრის ისტორიაში გამორჩეული ადგილი უჭირავს ანტონ პირველის (ბაგრატიონის) გრამატიკას. ფაქტობრივ, ეს არის პირველი სერიოზული მეცნიერული ღირებულების მქონე ორიგინალური ნაშრომი, რომელიც შექმნილია ქართული ენის ბუნებიდან გამომდინარე, ენის თავისებურებების გათვალისწინებით. მიუხედავად ამისა, ანტონ კათალიკოსმა მაინც ვერ აირიდა თავიდან უცხოური ენების გრამატიკათა გავლენა, დაამძიმა ენა ხელოვნური, ქართულ ენაში არარსებული ფორმებით, რითაც, როგორც აკად. ა. შანიძე შენიშნავს, შეაფერხა და ააცილა სალიტერატურო ქართული ბუნებრივი განვითარების გზას. თუმცა, არსებობს მოსაზრებაც, რომ ანტონი არსებითად ემყარებოდა სომხური ენის გრამატიკებს (კერძოდ, მხითარ სებასტიელისას). ანტონმა ქართულში რვა ბრუნვა გამოყო, ექვს ტრადიციულ ბრუნვას მან დაუმატა ორი — მოქმედებითი და მოთხრობითი:

წრფელობითი	მარიამ
ნათესავობითი	მარიამისა
მიცემითი	მარიამს
შემასმენლობითი	მარიამი
დაწყებითი	მარიამისაგან
მოთხრობითი	მარიამმან
მოქმედებითი	მარიამითა
წოდებითი	მარიამო

თ. უთურგაიძის შეფასებით, ანტონს არ მოუხდენია მხითარ სებასტიელის (სებასტაცის) ,,კალკირება''. მართალია, პირველი სამი ბრუნვა სომხურის რიგს მისდევს, მაგრამ ეს იტალიური გრამატიკების გავლენითაც შეიძლება აიხსნას. როგორც აღნიშნავენ, მხითარ სებასტაცთან გარკვეული მიმართება ანტონის გრამატიკაში უთუოდ შეინიშნება. სომხური გრამატიკიდან აიღო მან ტერმინები (თარგმნა) მოთხრობითი და მოქმედებითი (შდრ. ზ. შანშოვანის სა- პრეფიქსით ნაწარმოები ტერმინები). ანტონ კათალიკოსმა ქართული ენის გრამატიკის სამი რედაქცია დაგვიტოვა. სათანადო ცვლილებები მოახდინა ავტორმა ბრუნების პარადიგმაში, მაგ., მეორე რედაქციაში იგი შემასმენლობითს აღარ მიიჩნევს ქართულისათვის დამახასიათებლად. ანტონის განმარტებით, ბრუნება არის ,,ცუალება მიმოხრითი სხჳსა და სხჳსა მდგომობისა ერთისა და მისივე სახელისა''. ანტონი ამ განმარტებისას მნიშვნელოვან და არსებით დებულებას აყენებს: ქართულ ენაში სახელთა ბრუნების მხოლოდ ერთი ტიპი არსებობს, დანარჩენი სხვა ამ ტიპის ნაირსახეობაა, ვარიაციაა. ანტონმა დიდი გავლენა მოახდინა მის და შემდეგდროინდელ გრამატიკოსებზე, საერთოდ, ქართულ სალიტერატურო ენაზე, ქართული მწერლობის სტილზე.

გაიოზ რექტორის ,,ქართულ ღრამმატიკაში'' ბრუნვათა რაოდენობა და რიგი იდენტურია ანტონისეული ,,ღრამმატიკისა'', თუმცა გაიოზი ,,ბრუნებანის'' (კანკლედობის) ორ ტიპს მაინც გამოყოფს. გაიოზი ბრუნვას უწოდებს ,, ... მას ოდესცა__ცუალებითა ანუ დამეტებითა უკანასკნელთა მარცუალთათა ჰსცუალებენ ვითარმე მნიშჳნელობისა სახესაცა''. როგორც ჩანს, ავტორი ამ განმარტებაში გულისხმობს სემანტიკურ მხარესაც. გაიოზი თითოეულ ბრუნვას მნიშვნელობის მიხედვით განმარტავს: მაგ., წრფელობითი - ,,ოდესცა ჰნიშჳნიდეს ნივთისა ანუ

საქმისა ქონებულსა, მიცემითი - „ოდესცა ნივთისადმი იყოს საქმე რამეჲ". გაიოზ რექტორის შემდეგ ქართული გრამატიკის ავტორები (ვარლამ არქიეპისკოპოსი, ი. ჩუბინაშვილი, გ. ფირალოვი) ბრუნვათა რაოდენობისა და რიგის შესახებ ახალს არაფერს წერენ. ბრუნების მათეული კლასიფიკაცია ანტონისეულია. თუმცა, ზოგი სიახლე მათთანაც დასტურდება. მაგ., ანტონისა და გაიოზისგან განსხვავებით, ი. ქართველიშვილი კანკლედობის 4 ტიპს გამოყოფს.

მსგავს სიახლეს სოლომონ დოდაშვილიც გვთავაზობს: მაგალითად, საგანთა ურთიერთმიმართების განმარტვისას, იგი წერს: „ბრუნუა არს შეცუალება დაბოლოებისა, რომლითაცა აღინიშვნიან სხუა და სხუანი რაჲს მიმართობანი საგანთანი". ბრუნვათა რაოდენობა და რიგი აქაც ანტონისეულია.

მარი ბროსე თავის ღრმა მეცნიერულ ქართულ გრამატიკაში ათ ბრუნვას გამოყოფდა (ათია გამოყოფილი ზ. შანშოვანთანაც). ამათგან შვიდი მარტივია და სამი რთული. მარტივ ბრუნვებს მარი ბროსე ასე ალაგებს: წრფელობით-შემასმენლობითი ანუ სახელობითი, ნათესაობითი, მიცემითი, წოდებითი, მოქმედებითი, ვითარებითი (მისი ტერმინით - მოდალობითი) და ფინალური. რთულ ბრუნვებად მიჩნეულია დაწყებითი („ბაგისაგან"), კაუზალური („ბაგისათვის") და ლოკალური („ბაგასა შინა", „ბაგასა თანა"). მარი ბროსე შემასმენლობითს ქართულ ბრუნებაში არ გამოყოფდა და წრფელობითთან ერთად ერთ ბრუნვის ფორმად მიიჩნევდა. ღირსსაცნობია ისიც, რომ მოთხრობითი ბრუნვის თაობაზე გამართულ დავას მარი ბროსემ ჩაუყარა საფუძველი.

პლატონ იოსელიანის „პირველდაწყებითნი კანონნი ქართულისა ღრამატიკისა" ჩვენთვის ფასეულია იმ მხრივ, რომ ავტორმა ამ მეცნიერულ გამოკვლევაში განიხილა არა მარტო ბრუნების პარადიგმა, არამედ სინტაქსური წესებიც ბრუნვის ფუნქციებთან დაკავშირებით: „ბრუნუა არს ცუალება რომლისამე ლექსისა, დაბოლოებას შინა თანახმად რომლისამე კითხვისა ლექსისა" განმარტავს პლ. იოსელიანი და გამოყოფს ექვს ბრუნვას (სახ. ნათეს. მიც. მოთხრ. მოქმ. წოდ.). მას ის ორი ბრუნვა, რომელიც ლათინური ენის გავლენით იყო დამკვიდრებული ქართული ენის ბრუნვების სისტემაში, აქ არ შეუტანია. მისი დაკვირვებიდან აღსანიშნავია ისიც, რომ ავტორი მიცემით ბრუნვად მიიჩნევს -დ, -ად, -და სუფიქსიან სახელებსაც, თუმცა იქვე წერს, რომ „ამა შემთხუჱვასა შინა შეიქმნების ზმნის-ზედა". პლ. იოსელიანმა ყურადღება მიაქცია გრამატიკაში სინტაქსური ურთიერთმიმართების მხარეს. იგი განიხილავს მოქმედებით, ვნებით, საშუალი გვარის ზმნებთან „უფლის" და „ძიების" ბრუნვებს დრო-კილოთა სერიების მიხედვით. ცალკეა განხილული მსაზღვრელ-საზღვრულის ურთიერთობა (ატრიბუტული მსაზღვრელის შეთანხმება საზღვრულთან ბრუნვაში და სუბსტანციური მსაზღვრელის მართვა საზღვრულის მიერ ნათესაობით ბრუნვაში).

დ. ჩუბინაშვილის გრამატიკა გამიზნული იყო ქართული ენის შესასწავლად რუსულენოვან გიმნაზიებში. ბრუნვათა რიგი აქ ასეთია: სახელობითი, ნათესაობითი, მიცემითი, წოდებითი, მოქმედებითი, ვითარებითი, მოთხრობითი. დ. ჩუბინაშვილი (მ. ბროსეს გავლენით) გამოყოფს შედგენილ ბრუნვას - ადგილობით-ნათესაობითს. ავტორი დიდ ადგილს უთმობს ბრუნვათა ფუნქციების ანალიზს.

ა. ცაგარელი კარგად ცნობილ ნაშრომებში ეხება სახელთა ბრუნების საკითხებს სხვა ქართველურ ენებთან მიმართებაში. იგი არ განიხილავს მოთხრობითს, სახელობითსა და ბრალდებითს აერთიანებს. მკვლევარი ცალკე არ გამოყოფს „მიწევნით", „მიზეზობრივ", „ადგილობით" ბრუნვებს. მათ ნაწილაკით ნაწარმოებ „მექანიკურ" ფორმებად მიიჩნევს.

დ. ყიფიანი გამარტივებულად წარმოადგენს ბრუნების პარადიგმას. გამოყოფს მხოლოდ ოთხ ბრუნვას („მერყეობა" ანუ ბრუნებაც ოთხია): სახელობითი, ნათესავობითი, მიცემითი და მოთხრობითი. წოდებითს დ. ყიფიანი მიმართვის ფორმად მიიჩნევს. ასევე, მოქმედებითი, რომლის ნიშანიც -თურთ თანდებულის ნაშთი ჰგონია, მას ბრუნვად არ ესახება.

პ. კვიცარიძის ,ქართულ სწორმეტყველებაში" ბრუნება ფორმის კრიტერიუმებზე დაყრდნობითაა შესწავლილი (არ ჩანს სემასიოლოგიური ნიშანი). აღსანიშნავია, რომ იგი თავის გრამატიკაში განიხილავს სინტაქსურ დამოკიდებულებებში მონაწილე სახელთა ბრუნვის

ფორმებს. ა. ქუთათელაძე, თ. ჟორდანია, ს. ხუნდაძე, მ. ჯანაშვილი, ს. გორგაძე და დ. კარიჭაშვილი კვიცარიძისეულ სქემას იმეორებენ (სხვაობა მხოლოდ ტერმინოლოგიაშია). მეტადრე ფასეულია ა. ქუთათელაძისეული განსაზღვრება, სადაც მკვლევარს შემოაქვს სინტაქსური მომენტიც: ,,სიტყვის დაბოლოების ცვლილება არს ბრუნვა. ბრუნვის შემწეობით ვგებულობთ სიტყვის დამოკიდებულებას წინადადებაში''. თ. ჟორდანიაც სინტაქსური ნიშნის მიხედვით იძლევა ,,კანკლედობის'' განმარტებას. ორიგინალურია თ. ჟორდანიასეული დაჯგუფება: იგი შვიდ ბრუნვას სამ კლასში აერთიანებს: ა) ქვემდებარე-შემასმენლის დამოკიდებულების გამომხატველი ბრუნვები. ბ) დამატებითი სიტყვების ბრუნვები; გ) განმარტებითი სიტყვების ბრუნვები. განსხვავებულია მკვლევრისეული ქართული კანკლედობის სამი ტიპის გამოყოფა.

თავისებურებით გამოირჩევა მ. ჯანაშვილის ქართული ენის ბრუნვათა სისტემა. მისგან ცალკე გამოყოფილი მოთხრობითი ,,სახელობით მეორედ'' არის სახელდებული, რაც საყურადღებო ფაქტია: აქ სახელდებასთან ერთად მოთხრობითი ბრუნვა, როგორც ჩანს, სახელობითის ვარიანტადაა დასახული. მკვლევარი კანკლედობის მხოლოდ ერთ ტიპს იძლევა.

ი. ნიკოლაიშვილი ქართულში შვიდ ბრუნვას გამოყოფს (სახელობითი, ნათესაობითი, მიცემითი, მოთხრობითი, მოქმედებითი, ვნებითი და წოდებითი). მისი განმარტებით, ,,არსებითი სახელის დაბოლოების ცვლილებას ბრუნვება ჰქვია''.

ნ. მარით ქართული ენის მეცნიერული შესწავლის ახალი ეტაპი იწყება. ღირსსაცნობია მეცნიერის ცნობილი ტაბულები. მე-5 ცხრილში იგი 8 ბრუნვას გამოყოფს. 1925 წელს გამოცემულ მონოგრაფიაში სქემა ოდნავ სახეცვლილია. ,,გაუფორმებელი ბრუნვა'' პარადიგმის ბოლოსაა გადატანილი, ხოლო ,,ნაცვალსახელური მიცემითი'' სახელდებულია ,,მეორე მიცემითად''. შესაბამისად, ,,ჩვეულებრივი'' -ს-იანი მიცემითი პირველი მიცემითია. ორიგინალურია ნ. მარის დაკვირვება: ძველ ქართულ ბრუნებაში ორი პარადიგმა შეერწყა ერთმანეთს ,,მწიგნობრული'' და ,,ხალხური''. ძველ ქართულ სისტემაში ,,მწიგნობრული'' ბრუნების ელემენტებია: ,,გაუფორმებელი ბრუნვა'', ,,მეორე მიცემითი'' და ,,მიმართულებითი''. ,,სახელობითი'', ,,ნათესაობითი'', ,,პირველი მიცემითი'' და ,,მოქმედებითი'' ,,ხალხური'' სისტემიდანაა აღებული, ,,წოდებითი'' საერთოა. ამ რვა ბრუნვათაგან ,,წოდებითსა'' და ,,გაუფორმებელ ბრუნვას'' ნ. მარი ორგანულად არ მიიჩნევს. ,,სახელობითი'', ,,ნათესაობითი'', ,,პირველი მიცემითი'' და ,,მოქმედებითი'' საკუთრივ ქართველურია. ,,მოქმედებითი'' ,,ნათესაობითისგანაა'' მიღებული (-ის → -იც → -ით). ,,მეორე მიცემითი'' ნ. მარს იაფეტური ენებიდან ნასესხებად ესახება. საინტერესოა ნ. მარის ახსნა სახელობითი ბრუნვისა. მისი აზრით, ,,გაუფორმებელ ფუძეზე'' დართული განსაზღვრებითი წევრი –ი (მწიგნობრული სისტემიდან) და ბრუნების ,,ხალხური'' პარადიგმიდან სახელობითის ნიშანი ერთმანეთს დაემთხვა ნარევ, კონტამინაციურ სისტემაში.

სახელობითი	-ი
წოდებითი	-ო
მოთხრობითი	-მა
მიცემითი	-ს
ნათესაობითი	-ის
მოქმედებითი	-ით
ვნებითი	-[ა]დ

ა. შანიძე 1930 წელს დასტამბულ ქართული ენის გრამატიკაში ბრუნებას განმარტავს როგორც ,,სახელთა ფორმების ცვლას 7 დაბოლოების მიხედვით''. განსაზღვრებაში არაა

მოცემული ის კრიტერიუმი, რითაც ბრუნვის ფორმა განირჩევა სხვა (ნაწარმოები) სახელური ფორმებისაგან[1]. ა. შანიძისეული ბრუნვათა სისტემა ასეთია:

არნ. ჩიქობავა ქართულში 6 ბრუნვას წარმოადგენს ასეთი თანამიმდევრობით: სახელობითი, მოთხრობითი, მიცემითი, ვნებითი, ნათესაობითი, მოქმედებითი. იქვეა მოყვანილი სათანადო არგუმენტაცია და საჭიროება, თუ ,,რატომ არის აუცილებელი ბრუნვათა რიგის შეცვლა ქართულში''.

1942 წლის ა. შანიძის ,,ქართული გრამატიკის საფუძვლებში'' წარმოდგენილი ,,ბრუნვის'' განმარტება დამკვიდრდა შემდგომ ქართულ გრამატიკებში: ,,ბრუნვა საზოგადოდ ეწოდება კატეგორიას, რომელიც გვიჩვენებს, რომ სახელის ნაირ-ნაირი ფორმები ერთია ლექსიკური მნიშვნელობის თვალსაზრისით, მაგრამ განსხვავებულია წინადადებაში მოხმარების მიხედვით, ე.ი. სასიტყვათშორისო ურთიერთობის თვალსაზრისით''. ბრუნვათა რაოდენობა, რიგი ტერმინოლოგიითურთ უცვლელად აისახა სასკოლო გრამატიკებშიც. აღსანიშნავია, რომ ა. შანიძემ შვიდ ბრუნვას დაუმატა ე.წ. ,,ლოკალური ბრუნვები'' (გამოსვლითი, მიწევნითი, სადაობითი). ა. შანიძისეული საბოლოო სქემა ასეთია:

სახელობითი	-ი
მოთხრობითი	-მა
მიცემითი	-ს
ნათესაობითი	-ის
მოქმედებითი	-ით
ვითარებითი	-ად
სადაობითი	-ში, -ზე
გამოსვლითი	-იდან
მიწევნითი	-ამდე
წოდებითი	-ო

..გრამატიკის საფუძვლების'' მომდევნო არაერთგზის გამოცემებში ა. შანიძეს ამ მხრივ არაფერი შეუცვლია. შვიდი ძირითადი ბრუნვის ეს პარადიგმა დღესდღეობით სხვა პარადიგმებთან შედარებით გაბატონებულია და ბრუნვა ასევე გაიგება ო. გაჩეჩილაძის, ა. დავითიანის, ლ. კვაჭაძის, ო. მიქიაშვილის და სხვათა გრამატიკებში.

რა ვითარება გვაქვს ამ მხრივ ძველი ქართული ენის გრამატიკებში? - ი. იმნაიშვილი 8 ბრუნვას გამოყოფს. მერვე ანუ რიგით პირველი წრფელობითია. რვა ბრუნვას გამოყოფს ა. შანიძეც: წრფელობითი, სახელობითი, მოთხრობითი, მიცემითი, ნათესაობითი, მიმართულებითი, მოქმედებითი, ვითარებითი. იმავდროულად იქვე ავტორი ცხრა ბრუნვიან პარადიგმასაც გვთავაზობს:

[1] შეადარეთ. ი. ნიკოლაიშვილისეული განმარტება: "არსებითი სახელის დაბოლოების ცვალებას ბრუნვება ჰქვია". ცხადია, ეს უკანასკნელი განმარტება უფრო ზოგადია.

წრფელობითი	კაც
სახელობითი	კაც-ი
მოთხრობითი	კაც-მან
მიცემითი	კაც-ს(ა)
ნათესაობითი	კაც-ის(ა)
მიმართულებითი	კაც-ისა
მოქმედებითი	კაც-ით-(ა)
ვითარებითი	კაც-ად
წოდებითი	კაც-ო

ზ. სარჯველაძე შვიდ ბრუნვას გამოყოფს: სახელობითი, მოთხრობითი, მიცემითი, ნათესაობითი, მოქმედებითი, ვითარებითი, წოდებითი. იქვე ავტორი რამდენიმე შენიშვნას გვთავაზობს: 1) ძველი ქართულის დონეზე წრფელობითი და სახელობითი ერთმანეთს თავისუფლად ენაცვლებიან ისე, რომ არ ირღვევა წინადადების წყობა და არც აზრი იცვლება. ამიტომ ისინი ერთი ბრუნვის ორი ვარიანტია. 2) ძველ ქართულში გვაქვს მეორეული ბრუნვებიც, ნათესაობითისაგან ნაწარმოები: დანიშნულებითი (ის-ა / -ის-ად) და მიმართულებითი (-ის-ა).

1956 წელს გამოიცა კრებული „სახელთა ბრუნების ისტორიისათვის ქართველურ ენებში", რომელშიც მეცნიერულად შესწავლილია არაერთი საკითხი ბრუნებასთან დაკავშირებით ქართველურ ენებში. წარმოჩენილია ბრუნვის ნიშანთა ეტიმოლოგია, მოსაზრებები ბრუნვათა რიგის, რაოდენობისა და სახელდების ირგვლივ, წარმოდგენილია ბრუნვათა სისტემის ცალკეული ფორმანტის რეკონსტრუქციის ცდა საერთო-ქართველურ დონეზე. ამ მხრივ აღსანიშნავია გ. კლიმოვის მონოგრაფიაც, სადაც განხილულია ქართველურ ენათა ბრუნვათა სისტემები, აღდგენილია სავარაუდო პრაქართველური პარადიგმა:

ტრადიციული სახელობითი	-ი
სუბიექტური (ტრადიციული მოთხრობითი)	-მა
ობიექტური (ტრადიციული მიცემითი)	-ს
ვითარებითი	-დ/-ა(დ)
ნათესაობითი	-ის
გამოსვლითი	-იდან
მოქმედებითი	-ით

ჰ. ფოგტი, ცნობილი ნორვეგიელი ქართველოლოგი, ექვს ბრუნვას გამოყოფს: სახელობითი, მიცემითი, ერგატივი, ნათესაობითი, ინსტრუმენტალისი, ვითარებითი. წოდებითი ამ სისტემიდან ამოვარდნილია, რადგან ეს ბრუნვა, მისი თქმით, ახალი წარმომავლობისაა. ღირსსაცნობია ისიც, რომ ძველი ქართულის მრავლობითში გამოყოფილია ორი ბრუნვა - სახელობითი და ირიბი. ჰ. ფოგტის აზრით, პირველი სამი ბრუნვა - სახელობითი, მიცემითი, ერგატივი - ძირითადია, დანარჩენი სამი - „ფორმალურად დამოუკიდებელია ზმნისგან, მათი დაბოლოებები უახლოვდება დერივაციულ სუფიქსებს". ჰ. ფოგტის ძირითადი დებულებაა

„ლოკალური ჰიპოთეზა", რომ ბრუნვათა მნიშვნელობისათვის ამოსავალია მათი სივრცული მნიშვნელობები, კერძოდ:

α	ერგატივი	სახელობითი	
β	ნათესაობითი		მიცემითი
γ	ინსტრუმენტალური		ვითარებითი

ამ სისტემის პირველ ვერტიკალურ რიგში „დაშორების" გამომხატველი ბრუნვებია გაერთიანებული, მესამე ვერტიკალურ რიგში "არ დაშორების" გამომხატველი ბრუნვები. ჰორიზონტალური α სტრიქონი „გრამატიკულ ბრუნვებს" აერთიანებს, β - „წერტილოვან ბრუნვებს", γ - „ხაზოვანს". ფაქტობრივ, ჰ. ფოგტი პირველია, ვინც მოახდინა ქართული ენის ბრუნვათა სისტემის სემასიოლოგიური კლასიფიკაცია. რაც შეეხება არონსონს, იგი ქართული ენის თითოეულ ბრუნვას მთლიანად სისტემასთან მიმართებით განიხილავს.

სიახლეა ნ. ჭანიშვილის მონოგრაფიაში „ბრუნვა და ზმნური კატეგორიები ქართულ წინადადებაში". მეთოდის და მიდგომის თვალსაზრისით ავტორი ემყარება ე. კურილოვიჩის, ლ. იემსლევის, რ. იაკობსონის პრინციპებს და იძლევა ქართული ენის ბრუნვათა სისტემის ფუნქციონალურ-სემანტიკურ ანალიზს. სინტაქსური თვალსაზრისით ნ. ჭანიშვილი ხუთ სერიას გამოყოფს: 1. სახელობითი, მოთხრობითი, მიცემითი. 2. ნათესაობითი, 3. მოქმედებითი. 4. ტრანსლატივი ანუ ვითარებითი; 5. სადაობითი, გამოსვლითი, მიწევნითი.

თ. უთურგაიძე კი ბრუნებას სტრატიფიკაციული თვალსაზრისით განიხილავს. მისეული პრინციპით - ბრუნვის ფორმა გააჩნია მხოლოდ ზმნურ აქტანტს - სხვა შემთხვევაში ოდინდელი ბრუნვის ნიშანი, სტრატიფიკაციული თვალსაზრისით, სიტყვამაწარმოებელი აფიქსის სტატუსით გამოდის. აღსანიშნავია, რომ იგი მორფოლოგიური ელემენტის სტატუსის დადგენისას იყენებს სინტაქსურ კრიტერიუმს. მაგ., მისი აზრით, გარემოება არ შეიძლება იყოს სახელით გადმოცემული. მას გაიგივებული აქვს „ზმნისართისა" და „გარემოების" ცნებები. თ. უთურგაიძე ძველ და ახალ ქართულში გამოყოფს შვიდ ბრუნვას და მათ ალომორფებს. მისი აზრით, ნულოვანი ალომორფი ყველა ბრუნვის ნიშანს გააჩნია თანამედროვე ქართულში.

ქართული და ქართველური ენების ბრუნვათა სისტემის სინქრონული და დიაქრონული ანალიზი მოცემულია ა. ონიანის მონოგრაფიაში. მისი აზრით, ქართული ენის ბრუნვათა სისტემა ათწევრიანია, წოდებითიც და ე.წ. ლოკალური ბრუნვებიც მისთვის ბრუნვის ფორმებია.

ქართველ ლინგვისტთა შორის არც ერთ ბრუნვას ისეთი ცხოველი კამათი და დავა არ გამოუწვევია, როგორც წოდებითს. არის თუ არა იგი ბრუნვა?

ბრუნვათა სისტემაში წოდებითი ფორმის ადგილის თაობაზე XX საუკუნის 30-იან წლებში დაწყებული კამათი ვ. თოფურიას და ა. შანიძეს შორის XX სს.-ის 80-90-იან წლებშიც გაგრძელდა. ამჯერად საკითხის განხილვა ძირითადად მორფოლოგიით შემოიფარგლა. თუ ა. შანიძე წოდებითს ბრუნვად მიიჩნევდა, ვ. თოფურიამ პირიქით - მორფოლოგიიდან გამოაძევა, ორივემ სათანადო არგუმენტაციით[1]. აქვე დავძენთ, რომ წოდებითის საკითხს

[1] აქვე, სანამ ამ მიმოხილვას შევაჯამებთ, მოკლედ შევეხებით წოდებითთან დაკავშირებულ პოლემიკას და მოკლედვე შევეცდებით ჩვენი დამოკიდებულების წარმოჩენას: გამომდინარე ლოგიკური ბრუნების ჩვენს მიერ ქვემოთ შემოთავაზებული განსაზღვრიდან, წოდებითი, იმ უბრალო მიზეზის გამო, რომ მარტივ წინადადებაში იგი არასდროს არ აკომპლექტებს ამ წინადადების ძირითადი წევრის ანუ შემასმენლის ანუ მსჯელი სიტყვის (ამ ტერმინის შინაარსი მოგვიანებით ამავე ნაშრომში იქნება განსაზღვრული) თუნდაც რომელიმე სამსჯელო ადგილს, არ იძლევა და არ გაიგება როგორც ბრუნებითი ფორმა. რაც შეეხება საუბარს, იმის თაობაზე, თუ სად უნდა დავტოვოთ იგი - მორფოლოგიაში თუ სინტაქსში, საერთოდ გაუგებარია, რამდენადაც ჩვენთვის გაუგებარია როგორც უმორფოლოგიო სინტაქსი, ისე უსინტაქსო მორფოლოგია. – ჩვენი მიდგომებით მორფოლოგია იძლევა საშენ მასალას სინტაქსისათვის, სინტაქსი კი, საშენი მასალაა სემანტიკისა. ამასთან, ამ სამი პლანიდან, ძირეული და დომინანტური სემანტიკაა. იგი კარნახობს და, შესაბამისად, ხსნის როგორც სინტაქსს ისე მორფოლოგიას. – რაც შეეხება წოდებითის '–ო' მორფემას, იგი ჩვენთვის მარცხნივ ერთადგილიანი ოპერატორია, რომელიც მოქმედებს წრფელობითი ფორმით მოცემულ სიტყვა-ფორმაზე და ოპერირების შედეგად გვაძლევს მარტივ წინადადებებზე მოქმედ სინტაქსურ ოპერატორს, რომელიც, თავის მხრივ, ამ მოქმედებით პირველ საწყის მარტივ

უცხოელი მეცნიერებიც შეხებიან. მისი ბრუნვად განხილვა საეჭვოდ მიუჩნევია ფინკს. იაკობსონსაც წოდებითი, როგორც მიმართვის ფორმა, გრამატიკული წინადადების გარეთ ეგულება.

შ. აფრიდონიძის მტკიცებით, „ბრუნვის (ისე, როგორც სხვა კატეგორიის) ფორმები სინტაქსურადაა შეპირობებული, მისი უპირველესი (თუ არა ერთადერთი) ფუნქცია თავისი ხასიათით სინტაქსურია. ენობრივი კომუნიკაცია ხორციელდება სწორედ სინტაქსურად შეკავშირებული სახელისა და ზმნის ურთიერთობის მეშვეობით. მაგ., ქართულში სახელობითი არის ორი აქტანტის (სუბიექტისა და პირდაპირი ობიექტის) ბრუნვა, მოთხრობითი ოდენ სუბიექტისა, მიცემითი კი სამივე აქტანტისა". მისი თქმით, დერივაციაში წოდებითის გადატანა ვერ იქნება საკითხის ოპტიმალური გადაწყვეტა. მისი საბოლოო დასკვნით, ამ ფონზე უკეთესი გამოსავალი ჩანს მიმართვის ფორმათა ცალკე ჯგუფად გამოყოფა, რის პრეცენდენტს ა. შანიძეც იძლევა. - „წოდებითი არასდროს არ აღნიშნავს დამოკიდებულებას ზმნასთან, სახელთანაც მას მხოლოდ შეთანხმება აკავშირებს". ამგვარად, შ აფრიდონიძე გამოსავლად მიიჩნევს მიმართვის ფორმების ცალკე ჯგუფად გამოყოფას მათი მორფოლოგიაშივე დატოვებით.

ისტორიულ ჭრილში ჩვენ მოკლედ მიმოვიხილეთ ბრუნების ლინგვისტურ კატეგორიასთან და, ზოგადად, ბრუნებასთან დაკავშირებული საკითხები ქართულში. აქ შევეცდებით მოკლედ შევაჯამოთ ზემოგანხილულნი:

1. აშკარად იკვეთება ქართულ ენაზე გრამატიკული ხედვების ჩამოყალიბებაში უკვე არსებული ლათინური და, ზოგადად, ინდოევროპული გრამატიკული ხედვების გავლენა. შესაბამისად, არ არსებობს მეცნიერულად მკაცრად დაფუძნებული და საყოველთაოდ შეთანხმებული ხედვები ქართულში ბრუნვითი ფორმების როგორც ოდენობაზე, ისე დანიშნულებაზე;

2. როგორც უკვე აღვნიშნეთ, ქართული ენის გრამატიკაში სახელთა ბრუნების ტერმინთა შემოტანა-დამკვიდრება ძირითადად უცხოური გრამატიკების თარგზე მოხდა. მიუხედავად ამისა, გასაქანი მიეცა საკუთრივ ქართული ტერმინოლოგიის შექმნას. მაგალითად, წრფელობითი, მოთხრობითი, ვნებითი, სადაობითი, ადგილობითი, საძიებო, საგარმყოფო, სამეტყველო, და მისთ.;

3. რამდენადაც აღნიშნულ საკითხზე გრამატიკოსთა შორის ჯერ კიდევ არ არსებობს ერთი, დასაბუთებული და დამკვიდრებული ხედვა, ისინი თავთავიანთი ხედვითა და თავთავიანთივე არგუმენტაციით წარმოადგენენ ქართულ ენაში ბრუნების საკითხს, რაც საკითხთან დაკავშირებით მჭიდრო და მეცნიერული თანამშრომლობითი პროცესების ნაკლულობაზე მიგვანიშნებს. ამ მიზეზითაა ისიც, რომ არ არსებობს ერთი საყოველთაოდ მიღებული ხედვა ბრუნების ტიპებზე და ქვეტიპებზე. აღსანიშნავია ისიც, რომ არსებული ხედვები ერთმანეთისაგან განსხვავდებიან როგორც სახელთა ბრუნების პარადიგმით, ისე ბრუნვათა თანამიმდევრობით.

4. თვალშისაცემია ნაირგვარი ტერმინის დანერგვის მრავალი მცდელობა ბრუნების დასასახელებლად. ასე მაგალითად: ბრუნვება, ბრუნვა, კანკლედობა, სრბოლა და სხვა. მნიშვნელოვანია აგრეთვე ბრუნვათა დასახელების საკითხის მოგვარება, აქ ინდოევროპული გავლენებისაგან თავის დაღწევა და ახალი, ზოგად შინაარსულ გაგებებთან მაქსიმალურად შეჯერებული სახელების თანდათანობითი ჯერ მოძიება და, მერე უკვე, ამ სათანადოდ არგუმენტირებული და დასაბუთებული სახელების დამკვიდრება. - აჩქარებული და შინაარსულად არაარგუმენტირებული და, ამდენად, თავსმოხვეული სახელების სისტემაში ჩანერგვა გაუმართლებლად მიგვაჩნია. არ გამოვრიცხავთ იმისაც, რომ ერთ ფორმას შეიძლება რამდენიმე

წინადადებას გარდაქმნის, როგორც იაკობსონი ამბობს, მიმართვითი ფორმის წინადადებად, რაც, ბუნებრივია, მარტივი წინადადებებისაგან პრინციპულად განსხვავებული და უფრო მაღალ გაგებით საფეხურზე მდგარი სემანტიკური მოვლენაა. - ამგვარად, წოდებითს აქვს მისთვის მყარად დამახასიათებელი მორფოლოგიური ფორმა, ამ მორფოლოგიურ ფორმაზე ასევე მყარად მიბმული სინტაქსური ფუნქცია და ამ სინტაქსური ფუნქციით იგი რეალიზაციას უკეთებს შესაბამის სემანტიკურ მოვლენას ქართულ ენობრივ-აზროვნებით სისტემაში.

განსხვავებული სახელი განესაზღვროს, გამომდინარე იმ განსხვავებული სემანტიკური ფუნქციებიდან, რაც ამ ფორმით მარტივ წინადადებებში მოცემულ სახელებს ესაზღვრებათ. ეს ყველაფერი გვაფიქრებინებს, რომ აღნიშნული სახის მიზნების განხორციელება ითხოვს სამეცნიერო პროცესების უფრო მეტ შეჯერებასა და კონკრეტულ საკითხებზე კოლეგიალური ხასიათის ხანგრძლივ სამეცნიერო დისკუსიებს, რამდენადაც ბრუნვითი ფორმების დასახელების საკითხი, როგორც ჩანს, არ შეიძლება გადაწყდეს ამ ფორმაში მყოფი მხოლოდ ზოგიერთი სიტყვებისათვის დამახასიათებელი შინაარსობრივი და სინტაქსური თავისებურებებით.

5. გრამატიკოსები განსხვავებულად წარმოგვიდგენენ ბრუნვათა რაოდენობას. ზოგი გამოყოფს, ზოგი კი უარყოფს ლოკალურ და თანდებულიან ბრუნვებს, რაც იმაზე მიგვანიშნებს, რომ მათი მიდგომა, კრიტერიუმი თითოეული ბრუნვის, ბრუნების, ბრუნვათა ტიპების, თუ რაოდენობის დადგენის მხრივ ნაკლებცხადია და, შესაბამისად, არასრული, ნაკლებსისტემური და ნაკლებამომწურავია. აშკარად იკვეთება არარსებობა ერთგვარად ცხადი, კონცეპტუალური ხედვისა, რომლის მიხედვითაც და არა ტრადიციით, ან უკვე მიღებული შეხედულების თანახმად, ჩვენ მოგვეცემოდა საშუალება ბუნებრივი ქართული ენის ფორმებით განსხვავებული სიტყვებიდან გამოგვერჩია, თუ რომლებია ერთი და იგივე სიტყვის განსხვავებული ბრუნვითი ფორმები და რომლები - არა. გასათვალისწინებელია ისიც, რომ ბლუმფილდისეული მიდგომების გავლენით ბრუნვის ლინგვისტური კატეგორიის ანალიზისას ძირითადად ეყრდნობოდნენ სინტაქსური თუ მორფოლოგიური ხასიათის გრამატიკულ კატეგორიებს და, შესაბამისად, როგორც ძნელად მიღწევადი, იგნორირებული იყო სემანტიკური ასპექტები. - ჩვენ ვთვლით, რომ სწორედ ეს უკანასკნელი არის ძირითადი მიზეზი ზემოთ უკვე პუნქტებად შეჯამებული ვითარებისა.

2. ლოგიკური გრამატიკის ცნებისა და მარტივი წინადადების საკითხის შესახებ ქართულში

ქართული ენის ლოგიკური გრამატიკის მიზანია არა იმდენად ქართული ენის ფონეტიკური, მორფოლოგიური და სინტაქსური კანონების მოძიება, არამედ იგი მიზნად ისახავს ქართული ენით ბუნებრივად მოცემული ზოგადი შინაარსული წესრიგის ახსნასა და ამ წესრიგის განმსაზღვრელი ლოგიკური და ფსიქოლოგიკური კანონების ამომწურავ აღწერას. ანუ, ქართული ენის ლოგიკური გრამატიკის მიზანი არის ბლუმფილდისეული ტერმინოლოგიით იმ „შავი ყუთის" გახსნა, რომელიც ქართული ენითა და ამ ენისათვის დამახასიათებელი ლოგიკური და ფსიქოლოგიკური კანონებით ფუნქციონირებს.

ძირითადი მიზეზი იმისა, რომ შემოთავაზებული ლოგიკურ-გრამატიკული ხედვები არსებითად განსხვავდება შესაბამისი კლასიკური ენათმეცნიერული ხედვებისაგან, გახლავთ ის, რომ ჩვენ თავიდანვე უარი ვთქვით ტრადიციულ ლინგვისტურ პრინციპზე, რომელმაც „შავ ყუთთან" ანუ ენის აზროვნებით აქტივობასთან დაკავშირებულ სირთულეებს თავი აარიდა და, შესაბამისად, მოხაზა რა ე.წ. საკუთრივ ლინგვისტური ამოცანები, გრამატიკული კვლევების ძირითად მიმართულებად ენათა ფონეტიკური, მორფოლოგიური და სინტაქსური პრობლემატიკა განსაზღვრა. აღსანიშნავია, რომ დღეს არსებული ქართული გრამატიკული ხედვები ძირითადად ამ „საკუთრივ ლინგვისტური" მიდგომების საფუძველზეა გააზრებული და რომ თანამედროვე ლოგიკურ-ლინგვისტური თვალსაზრისებით ქართული ენა თითქმის შეუსწავლელია[1].

ბლუმფილდისეული მიდგომებით მარტივი გაუვრცობელი წინადადების საკითხი ქართულში წყდება ამ მარტივი წინადადების ძირითადი წევრის ანუ შემასმენლის პირიანობის მიხედვით. ზმნით აგებულ მარტივ წინადადებაში მთავარ წევრთა რაოდენობა ერთით მეტია შანიძისეული გაგებით ამ წინადადების ამგები ზმნური შემასმენლის პირიანობის მაჩვენებელზე

[1] თუ არ ჩავთვლით იმ თანამედროვე ლოგიკურ-ლინგვისტური ხასიათის კვლევით პროცესებს, რაც ბოლო წლების განმავლობაში „ლოგიკისა და ენის გაერთიანებული ქართული ჯგუფის" ფარგლებში მიმდინარეობდა, ქართული ენის კვლევა მონტეგიუსეული ლოგიკურ-ლინგვისტური მიდგომებით მანამდე არავის უწარმოებია.

და, შესაბამისად, წინადადების მთავარი წევრები პირდაპირ სინტაქსურ კავშირში არიან ამავე წინადადების შემასმენელთან.

ამგვარად, შეიძლება ითქვას, რომ ტრადიციული მიდგომებით მარტივი წინადადების საკითხის განხილვისას გადამწყვეტი მნიშვნელობა ზმნისა და სახელის სინტაქსურ მიმართებებს ენიჭებათ. ეს გვაფიქრებინებს, რომ მარტივი წინადადების პრობლემის არსებული გადაწყვეტები არის საკითხის ჯერ მხოლოდ „საკუთრივ სინტაქსური" გადაწყვეტები, რაც ბლუმფილდისეული ეპოქის პრინციპებიდან გამომდინარე გასაგებიცაა და ბუნებრივიც.

ქართული ენათმეცნიერება, თავის დროზე, გასცდა მარტივ წინადადებაზე იმ დროს უკვე ჩამოყალიბებულ ინდოევროპულ გრამატიკულ ხედვებს და საკითხი ქართული ზმნის სინტაქსური თავისებურებების გათვალისწინებით განიხილა. აღნიშნულთან დაკავშირებით ლ. კვაჭაძე ამბობს - „წინადადების წევრები ორგვარია: მთავარი და არამთავრი. ტრადიციის მიხედვით მთავარი წევრებია ქვემდებარე და შემასმენელი, ხოლო ყველა დანარჩენი - არამთავარი. წინადადების წევრთა ასეთი კლასიფიკაცია შემუშავდა XIX საუკუნეში. შემუშავდა ისინი რუსული, გერმანული და სხვა ევროპული ენების წინადადებათა ანალიზის საფუძველზე. ე.ი. იმ ენებისა, სადაც ზმნა მხოლოდ ერთპირიანია. წინადადების წევრთა ამგვარი კლასიფიკაცია დამკვიდრდა ქართულშიც, მიუხედავად იმისა, რომ ქართული ენის გრამატიკული აგებულება არსებითად განსხვავდება დასახელებულ ენათა გრამატიკული აგებულებისაგან.

მარტივი წინადადების სინტაქსური მექანიზმი ქართულში მეტ-ნაკლებად რთულია. მარტივია ეს მექანიზმი, როცა შემასმენლად ერთპირიანი ზმნა გვაქვს, ხოლო რთულია, როცა შემასმენელი ორპირიანი ან სამპირიანი ზმნითაა გადმოცემული. ამასთან დაკავშირებით წინადადების მთავარ და არამთავარ წევრთა საკითხიც განსხვავებულ მიდგომას მოითხოვს.

ერთპირიან ზმნის შემცველ წინადადებაში მთავარი წევრი ორია: შემასმენელი და ქვემდებარე. ... . ერთპირიანი ზმნის შემცველ წინადადებაში ქვემდებარე ერთადერთი წევრია, რომელიც გავლენას ახდენს ზმნის ფორმაზე.

ახლა ვნახოთ ორპირიანი გარდაუვალი ზმნის შემცველი წინადადება სტუდენტი მესალმება მე. სტუდენტი ქვემდებარეა მე – ირიბი დამატება. ზმნის ფორმაში აღნიშნულია ორივე პირი: **მ**-ესალმებ-**ა**. შეიძლება აღინიშნოს არამარტო ქვემდებარის მრავლობითობა, არამედ ირიბი დამატებისაც: სტუდენტები **გვ**-ესალმები-**ან** ჩვენ. ასეთივე ვითარებაა მაშინაც, როცა შემასმენლად ორპირიანი გარდამავალი ზმნაა. ზმნის ფორმაში აქაც გამოხატულია როგორც ქვემდებარის, ისე პირდაპირი დამატების პირიც (ნიშნით ან პოტენციურად). ამასთანავე შემასმენელი რიცხვში შეიძლება შეეთანხმოს ქვემდებარესაც და პირდაპირ დამატებასაც. მაგალითად ის მხატავს მე და ისინი გვხატავენ ჩვენ. აქვე უნდა შევნიშნოთ, რომ დამატება, პირდაპირი თუ ირიბი, ხშირად ვერ ითანხმებს ზმნას რიცხვში, მაგრამ ეს საქმის ვითარებას არ ცვლის, რადგანაც ყოველთვის ვერც ქვემდებარე ითანხმებს ზმნას რიცხვში.

როგორც ამ მოკლე მიმოხილვიდან ჩანს, შემასმენელთან სინტაქსური ურთიერთობის თვალსაზრისით ქვემდებარესა და დამატება-ობიექტებს შორის არ არის არსებითი განსხვავება. დამატება პირდაპირი თუ ირიბი სინტაქსური უფლებით ქვემდებარეს ეტოლება. „ორპირიან ზმნებში გარდამავალშიც და გარდაუვალშიც, სუბიექტი და ობიექტი არსებითად ერთნაირი სინტაქსური უფლებით სარგებლობს. სუბიექტის ძალა განელებულია, ობიექტისა – გაძლიერებული, და ამის შედეგად სინტაქსური დაპირისპირება სუბიექტისა (ქვემდებარისა) და ობიექტისა (დამატებისა) მოხსნილია. დამატება ქვემდებარეს ეტოლება. ტრადიციული ტერმინი რომ ვიხმაროთ, დამატება წინადადების მეორეხარისხოვანი წევრი კი არაა, არამედ ისევეა მთავარი წევრი, როგორც ქვემდებარე"[1] მაშასადამე, ზოგადად თუ ვიმსჯელებთ, მთავარი წევრებია შემასმენელი, ქვემდებარე, ირიბი დამატება და პირდაპირი დამატება, ხოლო უბრალო დამატება, განსაზღვრება და გარემოება (სხვადასხვა სახისა) არამთავარი წევრებია."

ამგვარად, ბლუმფილდისეული ტრადიციის შესაბამისად, ქართულ ენაში მარტივი წინადადების საკითხის განხილვისას ძირითადად გათვალისწინებულია ზმნის პირისა და

[1] არნ. ჩიქობავას ჩანართი.

რიცხვის განმსაზღვრელი მორფემული შემადგენლები, ხოლო ნებისმიერი ზმნის ისეთი უმნიშვნელოვანესი მორფემული შემადგენელი, როგორიც არის ამ ზმნის ე.წ. ლექსიკური მორფემა, ფაქტიურად იგნორირებულია. შესაბამისად, იგნორირებულია ამ ლექსიკური მორფემით მონიშნული წინარე ზმნური სემანტიკური ერთეულის ზოგადი ლოგიკური მახასიათებლებიც[1]. გასაგებია, რომ მარტივი წინადადებისადმი ზემოთ განხილული დამოკიდებულება იძლევა მარტივი წინადადების არალოგიკურ, ვიწრო გრამატიკულ გააზრებას, რაც ენის ზოგადი სინტაქსური ანალიზისათვის იქნებ საკმარისიც იყოს, მაგრამ, ამავდროულად, ცხადია, რომ მარტივი წინადადებისადმი ამგვარი მხოლოდ სინტაქსური დამოკიდებულებით ვერაფრით შევძლებთ ქართული ენით განსაზღვრული მთლიანი აზროვნებითი სისტემის ლოგიკური და ფსიქოლოგიკური კანონმდებლობის აღწერას. ვერ შევძლებთ, რადგან მარტივი წინადადება, რომლის ძირითადი ინტუიციური მახასიათებელი არის ის, რომ იგი დასრულებულ და ამავდროულად მარტივ ანუ განუყოფელ ჭეშმარიტულ შინაარსს უნდა გადმოგვცემდეს, წარმოადგენს არა მხოლოდ სინტაქსურ კატეგორიას. გასაგებია ისიც, რომ ასე გააზრებული მარტივი წინადადება არ იგება მხოლოდ შემასმენელთან პირის ნიშნებით სინტაქსურად დაკავშირებული სახელებით. უფრო მეტიც, შემასმენლით მოცემული აზრის ანუ ენობრივი მსჯელობის განუყოფლობისა და დასრულებულობის მოთხოვნებიდან გამომდინარე, აშკარაა, რომ არსებითია არა იმდენად შემასმენელში პირისა და რიცხვის ნიშანთა განლაგება ანუ შემასმენელში გრამატიკული მორფემების განაწილება, არამედ მისი შინაარსული სახის განმსაზღვრელი ლექსიკური მორფემა, რომელიც პირველადობით განსაზღვრავს ყოველი კონკრეტული ზმნური შემასმენლის გრამატიკულ, მორფოლოგიურ აღნაგობასაც.

აქედან გამომდინარე, გასაგები ხდება ის, რომ ლოგიკური გრამატიკის თაობაზე საუბარს ჩვენ სწორედ მარტივი წინადადების საკითხის განხილვით ვიწყებთ, რაც, როგორც ჩანს, ერთგვარი სასაფუძვლოდ შუალედური რგოლია მთლიანი ენობრივ-აზროვნებითი სისტემისა. საკითხის განხილვისას ჩვენ არსებითად ვეყრდნობით მათემატიკური და პროგრამული ენების ზოგადი თეორიიდან დღეს კარგად ცნობილ ხედვებს სხვადასხვა ტიპის ატომალური ანუ განუყოფელი გამოსახულებების თაობაზე.

თანამედროვე მათემატიკური და პროგრამული ენების თეორიაში, ისევე როგორც ბუნებრივ ენებში, ზოგადი სემანტიკური ინტერესების გათვალისწინებით გამოიყოფა წინადადებათა სამი პრინციპულად განსხვავებული ტიპი. ესენია: დეკლარაციული ანუ თხრობითი წინადადებები, პროცედურული ანუ ბრძანებითი წინადადებები და ინტეროგაციული ანუ კითხვითი წინადადებები. ამასთან, გაგებადობის თეორიის ზოგადი იერარქიული თვალსაზრისებიდან გამომდინარე, მიიჩნევა, რომ ზემომონიშნული სამი ტიპიდან სასაფუძვლოა პირველი. ამდენად, როდესაც განიხილება ბუნებრივი ენობრივი სისტემებისათვის ისეთი ფუნდამენტური მნიშვნელობის მქონე საკითხი, როგორიცაა წინადადების პრობლემა, პირველგადასაწყვეტ ამოცანად თხრობითი წინადადების პრობლემა ისახება. - წინამდებარე ნაშრომი არის ქართულ ენაში თანამედროვე ლოგიკურ-ლინგვისტური მიდგომებით ზემოაღნიშნული ფუნდამენტური პრობლემის სრული და ამომწურავი გადაწყვეტისკენ მიმართული მცდელობა, რაც, თავისთავად, იმასაც ნიშნავს, რომ ჩვენთვის წინამდებარე არის პირველი ნაბიჯი აღნიშნული პრობლემის მიმართულებით და არა მისი სრული და ამომწურავი გადაწყვეტა. ამასთან, აღსანიშნავია ისიც, რომ ჩვენს მიერ ქვემოთ შემოთავაზებული მიდგომები არსებითად ეყრდნობა ბუნებრივი ქართული ენობრივი სისტემის პირდაპირი ფორმალურ-ლოგიკური აღწერით უკვე მიღებულ შედეგებსა და აქ უკვე ჩამოყალიბებულ თვალსაზრისებს[2].

კლასიკური ენათმეცნიერული მიდგომებით „თხრობითია წინადადება, რომელიც გადმოგვცემს რაიმე ცნობას ამ თუ იმ ფაქტის ან მოვლენის შესახებ, ადასტურებს რასმეს ან უარყოფს" (იხ. [12]). - ბუნებრივად ჩნდება კითხვა: როგორ ახერხებს თხრობითი წინადადება

---

[1] აღნიშნული ჩვენთვის ფუნდამენტური დატვირთვის მქონე ცნებაა. ეს საკითხი დეტალურად განხილულია [52]-ში.
[2] იხ. [45]-[52].

რაიმე ცნობის ანუ შეტყობინების გადმოცემას? - ანუ, როგორ ახერხებს თხრობითი წინადადება რაიმე ფაქტის ან მოვლენის ან დადასტურებას, ან უარყოფას?

განვიხილოთ წინადადებები 'წვიმს.' და 'არ წვიმს.' - და დავსვათ კითხვა: რა შეტყობინებას იძლევა თხრობითი წინადადება 'წვიმს.'? - ცხადია, რომ: (1) თუ ეს წინადადება ჭეშმარიტია, მაშინ ჩვენ ამ წინადადებით იგივე შეტყობინება გვეწოდება, რაც 'არ წვიმს.' წინადადების მცდარობით; (2) თუ ეს წინადადება მცდარია, მაშინ ჩვენ ამ წინადადებით იგივე შეტყობინება გვეწოდება, რაც 'არ წვიმს.' წინადადების ჭეშმარიტობით; (3) თუ ეს წინადადება არ ვიცით მცდარია თუ ჭეშმარიტი, მაშინ ჩვენ ამ წინადადებით, ისევე როგორც ამავე პირობებში წინადადებით 'არ წვიმს.' არანაირი შეტყობინება ანუ ახალი ცოდნა არ მოგვეწოდება.

ამგვარად, მსმენელისათვის თხრობითი წინადადება მხოლოდ იმ შემთხვევაში იძლევა შეტყობინებას, თუ იგი ამ თხრობით წინადადებასთან ერთად იღებს მონაცემს მისი ჭეშმარიტული ანუ ლოგიკური მნიშვნელობის შესახებაც. ანუ, თუ მსმენელმა პირმა არ იცის კონკრეტული თხრობითი წინადადება ჭეშმარიტია თუ მცდარი, მაშინ მისთვის ამ თხრობით წინადადებას არც არანაირი ცნობა არ მიუწოდებია და, შესაბამისად, არც არაფერი დაუდასტურებია და არც არაფერი უარუყვია.

დავუბრუნდეთ დაწყებულ მსჯელობას და საკითხი ამჯერად მეტყველი პირის ინტერესებიდან გამომდინარე განვიხილოთ: თუ მეტყველი პირის მიერ გამოთქმულ თხრობით წინადადებას განუყოფლად არ ახლავს მოცემულობად, თუ რა ჭეშმარიტული შინაარსით გვაწვდის იგი მას, მაშინ ეს წინადადება, ზემოთ ზოგადად განხილული მიზეზის გამო, ვერანაირი ცნობისა და, შესაბამისად, ვერანაირი შეტყობინების მომწოდებელი ვერ იქნება. ეს იმას ნიშნავს, რომ მეტყველ პირს არა თუ უფლება, არამედ თეორიული საშუალებაც კი არ ეძლევა იმისა, რომ გამოთქვას თხრობითი წინადადება მასთან მასში ცალსახად გაფორმებული ლოგიკური დამოკიდებულების გარეშე[1]. ამასთან, ზოგადი ლოგიკური ანალიზით ვრწმუნდებით, რომ თხრობითი მეტყველების ზოგადი ლოგიკა მეტყველ პირს მცდარად შეფასებული თხრობითი წინადადების გამოთქმის არანაირ საშუალებას არ აძლევს, რაც ერთგვარად ხსნის და ადასტურებს კიდეც ლაიბნიცისეულ წინჭვრეტას, რომლის[2] მიხედვითაც 'ჭეშმარიტობა' ანუ 'ჭეშმარიტი ჭეშმარიტული მნიშვნელობა' ერთ-ერთ ძირეულ სააზროვნო დებულებად არის გამოცხადებული.

ამგვარად, ნებისმიერი S თხრობითი წინადადება, რომელიც წერითმეტყველებით ენაში, როგორც წესი, წერტილით[3] ბოლოვდება ენობრივ აზროვნებით სისტემაში შემდეგი სახის ლინგვო-ლოგიკურ ტოლობად გაიგება [S=t]. აქ '=' არის ლოგიკური იგივურობის მიმართება, t აღნიშნავს 'ჭეშმარიტ' ჭეშმარიტულ მნიშვნელობას, ხოლო S სიმბოლოთი, ჩომსკის აღნიშვნების შესაბამისად, თხრობითი წინადადების ენობრივი გამოსახულებაა აღნიშნული. ანუ, თუ ვინმე თხრობით კილოში ამბობს წინადადებას 'წვიმს.', მაშინ ან ქვეცნობიერი, ან ცნობიერი ცოდნის სახით მან იცის, რომ იგი ამეტყველებს[4] [წვიმს=t] ლინგვო-ლოგიკურ ტოლობას, ან, თუ ეს ასე

---

[1] ანუ, თუ მეტყველმა პირმა არ იცის, რომ ის, რასაც ის ამბობს, ამას ის მართლად ამბობს თუ არა, მაშინ ის საერთოდაც არაფერს არ ამბობს. - ასეთ შემთხვევაში, ის მეტყველებს არა ენობრივად ანუ შინაარსულად, არამედ არაენობრივად ანუ უშინაარსოდ.

[2] ასე მაგალითად, წინადადება 'ის, რაც მე ახლა ვთქვი, ტყუილია.' მიუხედავად იმისა, რომ ძნელი გასაგებია რა ვთქვით, მეტყველების ენობრივ ლოგიკაში ჭეშმარიტად ანუ მართლად გაიგება. - ანუ ადამიანი ყოველთვის მართლად ამბობს იმას, რაც სინამდვილეში ან მართალია, ან არა. - ამას ის ასე აკეთებს მხოლოდ იმიტომ, რომ მას სხვაგვარად არ ძალუძს.

[3] ქართული ენის სრული მათემატიკური შესწავლის მიზნები ითვალისწინებს ე.წ. სასვენი ნიშნების ფორმალურ-ლოგიკური ფუნქციების ზუსტი მათემატიკური აღწერების მოძიებასაც. – ის, რომ ისინი 'სასვენი ნიშნები' არ არიან, ეს ცხადია.

[4] ის, რომ ენა ძირითადი სააზროვნო ინსტრუმენტია და რომ ენობრიობა იძლევა როგორც ზოგად აზროვნებით უნარებს, ისე კერძო აზროვნებითი აქტივობის განხორციელებათა საშუალებებს, გასაგებია. მაგრამ, იმის დასაბუთებული ჩვენება, რომ ამ ყველაფერში ბუნებრივ ენასთან ერთად სასაფუძვლოდ მონაწილეობს ქვეცნობიერი საფეხურის მათემატიკური ენა, ამ ნაშრომის ერთ-ერთი ძირითადი მიზანია.

არ არის, მაშინ, მან, მიუხედავად იმისა, რომ თხრობითად გაამეტყველა წინადადება ‘წვიმს.’ ან უბრალოდ არ იცის რა თქვა, ან, საერთოდ, მას არც არაფერი არ უთქვამს, რადგან, ასეთ შემთხვევაში, რაც ითქვა მხოლოდ ხმა იყო და არა შინაარსი.

ლინგვო-ლოგიკური ტოლობა ‘[წვიმს=f]’, რომლითაც ლინგვო-ლოგიკურ განტოლებათა თეორიაში ხშირად ვისარგებლებთ ხოლმე, პირდაპირ არცერთ თხრობით წინადადებას არ ითანადებს. რადგანაც, როგორც უკვე აღვნიშნეთ, მეტყველების ზოგადი ლოგიკით, მეტყველი და მსმენელი პირების საურთიერთობო ინტერესებიდან გამომდინარე, ის, რომ წინადადება თხრობით კილოში ითქვა, უკვე გულისხმობს იმას, რომ მეტყველმა პირმა მსმენელ პირს იგი ჭეშმარიტ ფაქტად მიაწოდა, რაც პირდაპირ მხოლოდ [S=t] სახის ლინგვო-ლოგიკურ ტოლობას იძლევა.

ამით ჩვენ დასაბუთებულად ვთვლით შემდეგს: ზემომოყვანილი განსაზღვრებით მოცემული თხრობითი წინადადების საკითხი საჭირო და სათანადო მეცნიერული სიზუსტით ვერც გაიგება და ვერც გადაიჭრება, თუ უწინარესად, წინადადების ცნების გააზრებისას, გათვალისწინებული არ იქნება თხრობით წინადადებაზე მეტყველი პირის აზრობრივი შეფასებითა და მისივე პიროვნული პასუხისმგებლობით განუყოფლად მიბმული ჭეშმარიტული მნიშვნელობა, რაც, ბუნებრივია, ლოგიკის სათანადო გრამატიზაციისა და გრამატიკის შესაბამის ლოგიკიზაციის აუცილებლობისკენ გვიბიძგებს. - ბუნებრივი ქართული ენის ლოგიკური გრამატიკის მიზანი სწორედ ეს არის.

ანუ, ჩვენ მიზნად ვისახავთ ისეთი ინტელექტუალური ფორმალურ-ლოგიკური თეორიის აგებას, რომლის ერთ-ერთი მოდელი ბუნებრივი ქართული აზროვნებითი წესთწყობა იქნება. ამასთან, ქართული ენითა და ამ ენის ლოგიკური კანონმდებლობით ჩვენში ზოგადი გონითმოქმედებითი[1] უნარების საფუძველზე მოცემულ დედუქციურ და სინთეზურ აზროვნებით შესაძლებლობებს ჩვენ არ განვიხილავთ ქვეცნობიერ საფეხურზე მდგარი უნივერსალური მათემატიკური ენისა და ამ ენის ასევე უნივერსალური ლოგიკის გარეშე. უფრო მეტიც, ვთვლით, რომ ქართული ენითა და ქართული ენის ლოგიკით მოცემული აზროვნებითი წესრიგი ვერ იქნება ახსნილი და ვერც გაგებული ადამიანში უფრო სიღრმისეულად არსებული მათემატიკური ენისა და მათემატიკური ენის ლოგიკის გარეშე[2].

ამგვარად, უკვე გაირკვა, რომ თხრობითი წინადადება მხოლოდ იმის წყალობით ახერხებს შინაარსის გადმოცემას, რომ იგი მის ე.წ. ენობრივ შინაარსთან ერთად და მისგან განუყოფლად მატარებელია აგრეთვე მისივე ე.წ. ლოგიკური შინაარსისა. - ეს ჩვენი საკვლევი მიზნისთვის მეტად მნიშვნელოვანი დასკვნაა. - გამომდინარე აღნიშნულიდან ვთვლით, რომ ბუნებრივ ენებში თხრობითი წინადადებები, მსგავსად მათემატიკურ ენებში ფორმულებისა, უნდა იგებოდეს პრედიკატული ბუნების მქონე ენობრივი საშუალებებით. აქედან გამომდინარე, ქართული ენის ლოგიკური გრამატიკა ცდილობს მარტივი წინადადების პრობლემა გადაწყვიტოს ენაში პრედიკატული ბუნების მქონე სიტყვების გამოყოფითა და მათი იმგვარივე დახასიათებით, როგორც ეს მათემატიკაში ფრეგემ გააკეთა პრედიკატებთან დაკავშირებით. ეს იმას ნიშნავს, რომ ჩვენ ქართული ენის მარტივი წინადადების ცნებას ვუპირისპირებთ ჰილბერტისეული კლასიკური მათემატიკური ლოგიკის ერთი პრედიკატით აგებული ატომალური ანუ განუყოფელი ფორმულის ცნებას და ამ ანალოგირების გზით ვცდილობთ საკითხთა გადაწყვეტას.

---

[1] ეს სიტყვა ჩვენ ავიღეთ გ. რამიშვილისაგან.

[2] არნ. ჩიქობავას თვალსაზრისი - „საერთოდ: მსჯელობისა და წინადადების პარალელიზმზე დაყრდნობით ლოგიციზმი ვერ წყვეტს წინადადების საკითხს ოდნავ დამაკმაყოფილებლად. ვერ იძლევა წინადადებისა და მისი ელემენტების საჭირო და გამოსადეგ განსაზღვრებათ. და თუ ლოგიკოსები ცდილობენ ბოლო მოუღონ გრამატიციზმს ლოგიკაში, გრამატიკისათვის კიდევ უფრო აუცილებელია თავი დააღწიოს ლოგიციზმს. ენობრივისა და ლოგიკურის გამიჯვნას მოითხოვს სასიცოცხლო ინტერესები, როგორც გრამატიკისა, ისე ლოგიკის.” (იხ. მარტივი წინადადების პრობლემა ქართულში, არნ. ჩიქობავა) – ცხადია, არა თუ არ ითვალისწინებდა, არამედ პირიქით, უარყოფდა ზემოთ ჩვენს მიერ წინ წამოწეულ ხედვას.

3. ზოგადი მოსაზრებები ქართული მარტივი წინადადებისა და ფრეგესეული მათემატიკური პრედიკატის შესახებ

ჩვენ ახლა შევეცდებით ორი თვალსაზრისის გაშუქებას და მათ ურთიერთ დაპირისპირებას. მათგან პირველი არისტოტელესეული ტრადიციული ლოგიკისთვის დამახასიათებელი ხედვაა, ხოლო მეორე თანამედროვე კლასიკურ მათემატიკურ ლოგიკაში არსებულ ზოგად მიდგომებს ითვალისწინებს:

(1) „მსჯელობა არის აზრი საგანზე, რომლის შესახებ ჩვენ რაიმეს ვადასტურებთ ან უარვყოფთ[1]" (იხ. [6]). იქვე კ. ბაქრაძე აღნიშნავს - „მსჯელობის განსაზღვრებიდან ნათელი ხდება, რომ ყოველ მსჯელობაში სამი ელემენტია: 1. აზრი საგანზე, რომლის შესახებაც ჩვენ რაიმეს ვადასტურებთ ან უარვყოფთ; 2. ის, რასაც ჩვენ ვადასტურებთ ან უარვყოფთ საგნის მიმართ; 3. თვით დასტური ან უარყოფა, რაც გამოიხატება სიტყვებით „არის", „არ არის". იმას, რის შესახებ ჩვენ რაიმეს ვადასტურებთ ან უარვყოფთ, ქვემდებარეს უწოდებენ, ხოლო იმას, რასაც ამ ქვემდებარეს შესახებ ვადასტურებთ ან უარვყოფთ - შემასმენელს. გრამატიკულ ქვემდებარესთან და შემასმენელთან რომ არ აგვერიოს მსჯელობის ეს ელემენტები, გამოვიყენოთ ის ტერმინები, რომლებიც ლოგიკაში ფილოსოფოსმა ბოეციუსმა შემოიღო და მის შემდეგ ტრადიციულ ტერმინებად გადაიქცა: ლოგიკაში ქვემდებარეს უწოდებენ სუბიექტს, ხოლო შემასმენელს პრედიკატს. პირველს აღნიშნავენ ლათინური S ასოთი, ხოლო მეორეს P ასოთი. დასტურსა და უარყოფას საშუალო საუკუნეებში კოპულა (კავშირი) უწოდეს და ასე უწოდებენ დღესაც. ამრიგად, მსჯელობაში ორი ძირითადი ელემენტია S და P და კავშირის ნაწილაკი „არის", „არ არის"; სქემატურად მსჯელობას ასე გამოხატავენ: S არის P ან S არ არის P."

(2) „ყველაფერს, რის შესახებაც აზრის გამოთქმა შეიძლება, საგანს უწოდებენ. საგნებს აღნიშნავენ სიმბოლოებით. საგანს, რომელიც აღნიშნულია a სიმბოლოთი, ეწოდება a სიმბოლოს მნიშვნელობა. ზეპირ მეტყველებაში საგანი აღინიშნება სახელით." (იხ.[38-39]). იქვე პროფ. შ. ფხაკაძე აღნიშნავს - „მსჯელობა ეწოდება აზრს, რომელშიც რაიმე დასტურდება საგნის ან გარკვეული რიგით მოცემული საგნების მიმართ და რომელიც არის ჭეშმარიტი ან მცდარი, მაგრამ არ არის ერთდროულად ჭეშმარიტიც და მცდარიც. ხსენებულ $a_1, \ldots, a_n$ საგნებს მსჯელობის საგნები ეწოდებათ. მსჯელობის a_i საგანს მსჯელობის i-ური საგანი ეწოდება. ... . იმას, რაც დასტურდება მსჯელობაში მსჯელობის $a_1, \ldots, a_n$ საგნების მიმართ, ეწოდება პრედიკატი ანუ მიმართება. მეტი სიზუსტისთვის მას n-ადგილიან პრედიკატს ანუ n-ადგილიან მიმართებასაც უწოდებენ. ... . მსჯელობა ენაში, როგორც წესი, თხრობითი წინადადებით მოიცემა[2]."

ახლა, გაშუქებული ხედვების დაპირებული დაპირისპირების მიზნით, მოვიყვანთ კიდევ ერთ ციტატას პროფ. შ. ფხაკაძის იმავე ნაშრომიდან (იხ. [39]):

„მსჯელობის ერთ-ერთ ძლიერ გავრცელებულ სახეს აქვს ფორმა „S არის P" ან „S არ არის P", სადაც S არის მსჯელობის (აზრის) ის ნაწილი, რომელშიც აისახება მსჯელობის საგანი და ეწოდება მსჯელობის სუბიექტი, P კი არის მსჯელობის ის ნაწილი, რაც დასტურდება, შესაბამისად უარიყოფა, სუბიექტის მიმართ. ფილოსოფიურ ლიტერატურაში P-თი აღნიშნულ მსჯელობის ნაწილს ეწოდება პრედიკატი. იგულისხმება, რომ განხილული ტიპის მსჯელობა წარმოადგენს სუბიექტისა და პრედიკატის კავშირს. კავშირის როლში გამოდის მსჯელობის ნაწილი, რომელიც აისახება სიტყვაში „არის", შესაბამისად "არ არის". ზემოთ

---

[1] თუ მსჯელობის აქ მოყვანილ განსაზღვრებას შევადარებთ თხრობითი წინადადების კვაჭაძისეულ განსაზღვრებას, ვნახავთ, რომ მათ შორის სიღრმისეული მსგავსებაა. უფრო მეტიც, შეიძლება ითქვას, რომ ამ განსაზღვრებებს ერთი ზოგადი ლოგიკური სქემა აქვთ, რაც, ბუნებრივია, არ არის შემთხვევითი.

[2] ჩვენ, ქვემოთ, მარტივი თხრობითი წინადადების განსაზღვრისას არსებითად დავეყრდნობით მსჯელობის ამ განსაზღვრებას. უფრო მეტიც, მარტივი წინადადების ჩვენს მიერ ქვემოთ შემოთავაზებული განსაზღვრება ფაქტიურად იმავე ლოგიკური სქემით იქნება აგებული, რა ლოგიკური სქემითაც მსჯელობის ეს განსაზღვრება მოიცემა.

მოტანილი განსაზღვრის მიხედვით კი, განხილულ შემთხვევაში, პრედიკატი ანუ მიმართება არის ის, რაც აისახება მსჯელობის ნაწილით "არის P" შესაბამისად "არ არის P"[1].

ამგვარად, პრედიკატის მათემატიკური გაგება განსხვავდება პრედიკატის არისტოტელესეული გაგებისაგან, რაც იმის გათვალისწინებით, რომ ქართული ენის ზმნის პრედიკატული ბუნება მათემატიკური პრედიკატის ანალოგიურია, ჩვენთვის ფუნდამენტური და ფრიად მნიშვნელოვანი ფაქტია.

მონტეგიუსეული მოდგომებით, რომელიც გარკვეულად ზემოთ გაშუქებულ არისტოტელესეულ ხედვებს ემყარება, წინადადება 'ეს კაცი არის ექიმი' მათემატიკურ ენაზე ითარგმნება როგორც $(\exists x)(\text{კაცი}(x) \wedge \text{ექიმი}(x))$. იგივე წინადადება ჩვენი მიდგომებით, რომელიც შეზღუდულკვანტორებიან პრედიკატთა თეორიას ემყარება, ითარგმნება როგორც $[\exists x_{x \in \{\text{კაცი}\}}: x \in \{\text{ექიმი}\} = t]$, რაც უფრო ბუნებრივ ინფიქსურკვანტორებიან თარგმანში $[(\text{კაცი})^p \in \{\text{ექიმი}\} = t]$ ფორმულას იძლევა. რაც შეეხება იგივე შინაარსის წინადადებას 'ეს კაცი ექიმია', რომელიც ცხადლივ ადასტურებს ქართული ენის მიდრეკილებას მათემატიკური პრედიკატების მსგავსი ბუნების მქონე ზმნური სიტყვების წარმოებისკენ, მათემატიკურ თარგმანში იძლევა $[\exists x_{x \in \{\text{კაცი}\}}: \text{ექიმია}(x) = t]$, რასაც ჩვენ გამარტივებულად შემდეგნაირად ჩავწერთ ხოლმე $[\exists x \in \{\text{კაცი}\}: \text{ექიმია}(x) = t]$.

ამგვარად, 'ეს კაცი არის ექიმი' წინადადების მონტეგიუსეული გაგება და მისეული მათემატიკური თარგმანი, ისევე როგორც არისტოტელესეული ხედვა ენობრივ მსჯელობაზე, ითხოვს ლოგიკურ კავშირს და არ ემყარება მარტივი წინადადების ამგები ზმნის მათემატიკურ პრედიკატულ გაგებას. რაც, ქართული ენობრივი თვალთხედვიდან[2] გამომდინარე, არღვევს ენობრივი მსჯელობის მომცემი წინადადების ბუნებრივ პრედიკატულ შინაარსულ მთლიანობას. იგივე წინადადების ჩვენეული მათემატიკური თარგმანი არ ითხოვს ლოგიკურ კავშირს და მსჯელობის პრედიკატულ მათემატიკურ ბუნებასთან ერთად ითვალისწინებს ამ მსჯელობის მომცემი ენობრივი წინადადების ასევე პრედიკატულ შინაარსულ მთლიანობას და, შესაბამისად ამისა, თარგმანში პრედიკატული აღნაგობის ატომალურ ფორმულას გვაწვდის. რაც, ჩვენ ვფიქრობთ, ბუნებრივადაა განპირობებული თავად ქართული ენისა და ამ ენით განსაზღვრული აზროვნებითი ხედვების მათემატიკური პრედიკატულობისაკენ მიდრეკილებით[3].

განვიხილოთ ინგლისური წინადადებები 'he must leave' და 'he must not leave', რომლებიც სიტყვა-სიტყვით თარგმანში იძლევიან წინადადებებს 'ის უნდა წავიდეს' და 'ის უნდა არ წავიდეს'. ეს წინადადებები, ცხადია, არ წარმოადგენენ ერთმანეთის ლოგიკურ უარყოფებს[4]. უფრო მეტიც, ინგლისურ ენაში მარტივი წინადადებით 'he must leave' წინადადების ლოგიკური უარყოფა არც მოიცემა (იხ. [16]). და ეს მაშინ, როდესაც ქართული წინადადება 'ის არ უნდა წავიდეს' არის 'ის უნდა წავიდეს' წინადადების პრედიკატული უარყოფით მიღებული წინადადება და, შესაბამისად, იგი მის ლოგიკურ უარყოფასაც წარმოადგენს.

ამგვარად, მიუხედავად იმისა, რომ წინადადება 'ის უნდა წავიდეს' არის 'he must leave' წინადადების პირდაპირი სიტყვა-სიტყვითი თარგმანი, გამოდის, რომ ისინი სხვადასხვა სახის ენობრივ-აზროვნებითი კოსტრუქციებია და რომ ინგლისურ ენაში 'must' სიტყვის პრედიკატულობა ლინგვისტურად არც კი დასტურდება, მაშინ როდესაც 'უნდა' სიტყვის პრედიკატულობას ქართულში ცხადლივ ადასტურებს 'ის არ უნდა წავიდეს' წინადადების

---

[1] პრედიკატის აქ ხაზგასმულ და არისტოტელესეულისაგან განსხვავებულ მათემატიკურ გაგებას ფუნდამენტური დატვირთვა აქვს მთელი ჩვენი შემდგომი კვლევისთვის.

[2] ამით ხაზს ვუსვამთ იმას, რომ ჩვენ არ შეგვიძლია საკითხი შევაფასოთ ინგლისური ენობრივი თვალთხედვით, რომელიც ჩვენთვის, ჩვენში ამ ენობრივი ბუნების არარსებულობის გამო, ძნელად მისაწვდომია.

[3] პირველი განაცხადი ქართული ენისა და მათემატიკური ენის ზოგადი ერთტიპობრიობის თაობაზე ოთხი წლის წინ გავაკეთეთ [იხ. 43, 50].

[4] ორი წინადადებიდან ერთი წარმოადგენს მეორის ლოგიკურ უარყოფას და პირიქით, მაშინ, და მხოლოდ მაშინ, როცა ერთ-ერთი მათგანის ჭეშმარიტობის, შესაბამისად მცდარობის, შემთხვევაში მეორე აუცილებლად მცდარია, შესაბიმისად ჭეშმარიტია.

ენობრივი არსებობა, რომელიც, როგორც უკვე აღვნიშნეთ, 'ის უნდა წავიდეს' წინადადების ლოგიკურ უარყოფას წარმოადგენს.

განვიხილოთ წინადადება 'ის არის ვალდებული თქვას', რომელიც პრედიკატულ უარყოფაში იძლევა წინადადებას 'ის არ არის ვალდებული თქვას', ხოლო წინადადება 'ის არის ვალდებული არ თქვას' იგივე პრედიკატული უარყოფით იძლევა წინადადებას 'ის არ არის ვალდებული არ თქვას'. ცხადია, რომ ორივე შემთხვევაში პრედიკატული უარყოფით მიღებული წინადადებები არიან შესაბამისი წინადადებების ლოგიკური უარყოფები და ეს მაშინ, როდესაც ისეთი, ე.წ. ორმაგუარყოფიანი კონსტრუქციები, როგორიცაა 'ის არ არის ვალდებული არ თქვას' წინადადება, უცხოა ინგლისური ენისთვის.

ამ მაგალითებით დასტურდება, რომ მიუხედავად ქართული ენისა და ინგლისური ენის წინადადებების სრული ლექსიკური ერთიდაიგივეობისა, ხშირ შემთხვევაში, ეს წინადადებები, გამომდინარე ამ ენების განსხვავებული სიტყვათშორისი შინაარსული ურთიერთკავშირებისა, სხვადასხვაგვარად აზრდებიან და, შესაბამისად ამისა, ფაქტობრივი თვალსაზრისებით თითქმის ერთი და იგივე თხრობით შინაარსებს სხვადასხვაგვარი ლოგიკური კონსტრუქციებით გვაწვდიან, რაც, ისევ ვიმეორებთ, ცხადლივ დასტურდება იმით, რომ ქართულისთვის ორგანულად დამახასიათებელი ორმაგუარყოფიანი ენობრივი კონსტრუქციები ინგლისურისთვის უცხოა.

ცხადია, რომ მონტეგიუს ლოგიკურ-ლინგვისტურ მიდგომებზე ზემოგანხილული ბუნებრივი ვითარება არსებითად ისახება. მიზეზი იმისა, რომ მარტივი წინადადების მისეული მათემატიკური თარგმანი არ იძლევა ატომალურ ანუ განუყოფელ ფორმულას, არის არა მისი არასწორი მიდგომები, არამედ ზემოთ უკვე განხილული ინგლისური მარტივი წინადადების ქართულისგან არსებითად განსხვავებული არაპრედიკატული აღნაგობა[1].

განხილული მაგალითები ნათლად წარმოაჩენენ ბუნებრივი ქართული ენობრივი სისტემისათვის ბუნებრივადვე დამახასიათებელი ლოგიკურ-სინტაქსური ფორმალიზმის სიღრმისეულ განსხვავებულობას ინგლისური ენისათვის ბუნებრივად დამახასიათებელი ლოგიკურ-სინტაქსური ფორმალიზმისაგან, რაც თავისთავად მეტად მნიშვნელოვანი ფაქტია. - ჩვენ ვთვლით, რომ ქართული ენის ძირითადი ანუ ბირთვული საფეხურის ნებისმიერი მარტივი ანუ განუყოფელი წინადადება აიგება ერთი ლოგიკო-სპეციალური რელაციური ოპერატორით, რისი დასაბუთებაც ჩვენი შემდგომი კვლევის საგანი იქნება. მანამდე კი, შევეცდებით დავასაბუთოდ, რომ ქართული კლასიკური ენათმეცნიერული თვალსაზრისებით მარტივ წართქმით თხრობით წინადადებად გაგებული წინადადებები, ანალოგიურად ფრეგესეული კლასიკური მათემატიკური ენის ატომალური ფორმულებისა, პრედიკატული აღნაგობისანი არიან.

ბულის გამონათქვამთა ლოგიკის ფარგლებში ფრეგესეული ზოგადი ენობრივი პრინციპების მიხედვით აგებულ მათემატიკურ თეორიებში სემანტიკური ინტერესების გათვალისწინებით განიხილება გამოსახულებათა და მნიშვნელობათა ორი პრინციპულად განსხვავებული ტიპი. მონტეგიუსთან ისინი e და t ტიპებად იწოდებიან. კლასიკური მიდგომებით e ტიპის გამოსახულებებს ტერმებს, ხოლო t ტიპის გამოსახულებებს ფორმულებს უწოდებენ. ამასთან, e ტიპის მნიშვნელობები სუბსტანციურ ანუ საგნობრივ, ხოლო t ტიპის მნიშვნელობები ლოგიკურ ანუ ჭეშმარიტულ მნიშვნელობებად არის გაგებული.

ანალოგიურ ზოგად ვითარებასთან გვაქვს საქმე ბუნებრივ ენებშიც. აქაც, ძირეულ საფეხურზე შესაძლებელია განხილულ იქნეს გამოსახულებათა და მნიშვნელობათა ზოგადი e და t ტიპები. მართლაც, შევადაროთ ერთმანეთს გამოსახულებები 'ეს წითელი ვაშლი' და 'ეს ვაშლი წითელია.'. პირველი გამოსახულება ენობრივ-აზროვნებით სისტემაში იძლევა სუბსტანციურ ანუ საგნობრივ შინაარსს და არ იძლევა ლოგიკურ ანუ ჭეშმარიტულ შინაარსს. ცხადია, რომ ის არც ჭეშმარიტი შეიძლება იყოს და არც მცდარი. ასეთ გამოსახულებებზე ჭეშმარიტობა-მცდარობის საკითხის დაყენებაც კი უაზრობაა, რისი უბრალო მიზეზი გახლავთ ის, რომ ისინი e ტიპის ენობრივი გამოსახულებები არიან. რაც შეეხება მეორე გამოსახულებას,

[1] ის, რომ ეს ასეა, ქართული ენით ანუ მარტივი წინადადებების საფეხურზე პრედიკატულად მოაზროვნე ენით განსაზღვრული ინტუიციისათვის არც თუ ისე მარტივად გასაგები და აღსაქმელი ფაქტია.

იგი ან ჭეშმარიტია, ან მცდარი, რისი მიზეზიც ისაა, რომ იგი t ტიპის გამოსახულებაა. ასეთ ენობრივ გამოსახულებებს ლოგიკური ანუ ჭეშმარიტული შინაარსის გამოსახულებებს უწოდებენ.

ახლა დავუბრუნდეთ ფრეგესეულ მათემატიკურ პრედიკატს. უხეშად რომ ვთქვათ, იგი არის ისეთი მათემატიკური ენობრივი მოცემულობა, რომელიც არაჭეშმარიტული ანუ სუბსტანციური ტიპის გამოსახულებაზე ან გამოსახულებებზე ერთდროული ოპერირების გზით იძლევა ჭეშმარიტული ანუ ლოგიკური ტიპის გამოსახულებას. ამასთან, იმის მიხედვით, თუ ერთდროულად რამდენ e ტიპის გამოსახულებაზე ოპერირებს P^n პრედიკატი, ისაზღვრება ამ პრედიკატის საპრედიკატო ადგილიანობის მაჩვენებელი, რომელიც მის აღმნიშვნელ სიმბოლოს შესაბამისი ნატურალური რიცხვის სახით ზედა ინდექსად მიეწერება. მათემატიკურ თეორიებში, როგორც წესი, განიხილება არაშეზღუდული პრედიკატები, რაც იმას ნიშნავს, რომ მათი საპრედიკატო ადგილები შეუზღუდავად კომპლექტდება e ტიპის გამოსახულებებით[1]. ის, რომ P^n არის n-ადგილიანი პრედიკატი ნიშნავს იმას, რომ e ტიპის ნებისმიერი $e_1,\ldots,e_n$ სწორად აგებული ენობრივი გამოსახულებებისათვის $P^n(e_1,\ldots,e_n)$ არის აგრეთვე სწორად აგებული t ტიპის ენობრივი გამოსახულება. ამგვარად, ფრეგესეული მათემატიკური პრედიკატი არის სიმბოლო, რომელიც შემდეგი სამი ძირითადი პუნქტით ხასიათდება:

1. იმით, რომ ნებისმიერ პრედიკატს ფორმალური ანუ სინტაქსური ადგილიანობის მაჩვენებლად მიეწერაბა ნატურალური რიცხვი[2];

2. იმით, რომ პრედიკატის თითოეული ადგილის ფორმალური ანუ სინტაქსური განსაზღვრის არე არის e ტიპის გამოსახულებათა სიმრავლე;

3. იმით, რომ პრედიკატით აგებული ნებისმიერი გამოსახულება ფორმალურად ანუ სინტაქსურად t ტიპის ანუ ლოგიკური ტიპის გამოსახულებაა.

ახლა იმავე ლოგიკური სქემით, რა ლოგიკური სქემითაც პროფ. შ. ფხაკაძესთან მსჯელობა განისაზღვრა, ჩვენ განვსაზღვრავთ ფრეგესეული ენობრივ-მათემატიკური ანუ ლინგვისტური პრედიკატისა და მარტივი პრედიკატული წინადადების ცნებებს ქართულისათვის: ჩვენი წინასწარი ხედვებით, მარტივი პრედიკატული წინადადება არის გარკვეულ ბრუნვით ფორმაში მყოფ არსებით სახელზე ან სახელებზე ერთი პრედიკატული სიტყვით გამოხატული დასრულებული და განუყოფელი აზრი, რომლითაც რაიმე დასტურდება ამ სახელის ან ამ სახელების მიმართ და რომელიც არის ან ჭეშმარიტი ან მცდარი, მაგრამ არ არის ერთდროულად ჭეშმარიტიც და მცდარიც. ხსენებულ არსებით სახელებს მარტივი პრედიკატული წინადადების სამსჯელო სახელებს (სიტყვებს) ვუწოდებთ, ხოლო მარტივი პრედიკატული წინადადების იმ ერთ პრედიკატულ სიტყვას, რომლითაც წინადადების სამსჯელო სიტყვების შესახებ რაიმე დასტურდება, ენობრივ-მათემატიკურ ანუ ლინგვისტურ პრედიკატს ვუწოდებთ. ზოგჯერ ლინგვისტურ პრედიკატს მსჯელ სიტყვასაც ვუწოდებთ ხოლმე. ამასთან, ენობრივ-მათემატიკური პრედიკატი იმდენ ადგილიანია რამდენი სხვადასხვა სამსჯელო სახელის ერთდროული გააზრებაც არის აუცილებელი მისი შინაარსის მთელი სისრულით გასააზრებლად. ზოგჯერ მარტივ პრედიკატულ წინადადებას წართქმით მარტივ თხრობით წინადადებასაც

---

[1] პროფ. შ. ფხაკაძისეული აღნიშვნათა თეორია, რომელიც 1996 წელს თერმთა გადამწერი სისტემების ჰოლანდიური სკოლის ერთ-ერთი ფუძემდებლის ვან კლოპის მოწაფის ფენკე ვან რამსდუკის სადოქტორო დისერტაციაში შეფასებულია როგორც მაღალი რიგის დაბმულცვლადებიანი თერმთა გადამწერი სისტემების ერთ-ერთი პირველწყარო, ანზოგადებს რა ფრეგესეული პრედიკატის ცნებას რელაციური ლოგიკო-სპეციალური ოპერატორის ცნებით, მათემატიკურ ენობრივ სისტემაში განიხილავს საოპერატორო ადგილების გასწვრივ შეზღუდულ ოპერატორებსაც.

[2] თუ არ გავითვალისწინებთ განზოგადების ინტერესებს, მათემატიკურ თეორიებში 0-ადგილიან პრედიკატებს არ განიხილავენ, და ეს ბუნებრივია, რამდენადაც, უზოგადესი თვალსაზრისებით, პრედიკატი არის იდეა, რომელიც აკავშირებს რა სხვადასხვა გამოსახულებებით მოცემულ შინაარსებს ინფორმაციას (შეტყობინებას) გვაწვდის იმის თაობაზე, თუ რა მიმართებაა მათ შორის, რაც ბუნებრივად გვკარნახობს იმაზე, რომ მიმართებაში შემავალ საგანთა არ არსებობის შემთხვევაში საგანთა შორის არანაირი მიმართება არ შეიძლება არსებობდეს. - ანუ, შეტყობინება მხოლოდ იმ შემთხვევაში შეიძლება არსებობდეს, თუ მანამდე არსებობს ის, ან ისინი, რომლებზედაც ამ შეტყობინებას ვიძლევით.

ვუწოდებთ. მარტივი პრედიკატული წინადადების ანუ წართქმითი მარტივი თხრობითი წინადადების აუცილებელ წევრებად მიჩნეულია ამ წინადადების მსჯელი სიტყვა ანუ ამ წინადადების ამგები ენობრივ-მათემატიკური პრედიკატი და ამ წართქმითი მარტივი თხრობითი წინადადების სამსჯელო სიტყვები. ამასთან, მსჯელი სიტყვა წინადადების ძირითად აუცილებელ წევრად იწოდება.

ამგვარად, მსჯელი სიტყვა ანუ ფრეგესეული ენობრივ-მათემატიკური პრედიკატი არის ისეთი სიტყვა, რომელიც შემდეგი სამი ძირითადი პუნქტით ხასიათდება:

1. მსჯელი სიტყვის ბუნებრივი შინაარსით განსაზღვრული სამსჯელო ადგილიანობის მაჩვენებლით, რომელიც ნატურალური რიცხვით გამოისახება;

2. მსჯელი სიტყვის თითოეული სამსჯელო ადგილის ფორმალური ანუ სინტაქსური განსაზღვრის არით;

3. იმით, რომ მსჯელი სიტყვით სწორად აგებული ნებისმიერი ენობრივი გამოსახულება ფორმალურად ანუ სინტაქსურად t ტიპის ანუ ლოგიკური ტიპის ენობრივი გამოსახულებაა.

ამგვარად, ჩვენ განვსაზღვრეთ მსჯელი სიტყვისა და მარტივი წართქმითი თხრობითი წინადადების ცნებები და ვნახეთ, რომ ენობრივ-მათემატიკური და მათემატიკური პრედიკატები მსგავსი ზოგადი მახასიათებლებით ხასიათდებიან. ქვემოთ, მაგალითების მეშვეობით, ჩვენ ვნახავთ, რომ ენობრივ-მათემატიკურ პრედიკატს, მსგავსად მათემატიკური პრედიკატისა, უნარი აქვს სამსჯელო სახელებით მოცემულ e ტიპის ენობრივ შინაარსებზე დაყრდნობით აწარმოოს ენობრივი t ტიპის შინაარსები. ჩვენ ვნახავთ იმასაც, რომ მარტივი წართქმითი თხრობითი წინადადების ამგები ფრეგესეული ენობრივ-მათემატიკური პრედიკატის თითოეული სამსჯელო ადგილი კომპლექტდება მხოლოდ სამსჯელო სახელების სხვადასხვა ბრუნვითი ფორმებით.

ამგვარად, ამ მიდგომებით, ქართულ ენაში ბრუნების საკითხი განუყოფლად უკავშირდება ენობრივ-მათემატიკური პრედიკატისა და წართქმითი მარტივი თხრობითი წინადადების ცნებებს. კერძოდ, ვთვლით, რომ არსებითი სახელის ესა თუ ის ფორმა ბრუნებითია, თუ ამ ფორმით რომელიმე წართქმით მარტივ თხრობით წინადადებაში რომელიმე აუცილებელი სამსჯელო სახელი მოგვეწოდება.

4. ლოგიკური ბრუნების და ლინგვისტური პრედიკატის ძირეული ცნებებისა და მარტივი წინადადებების მათემატიკურ ენაზე თარგმნის პრობლემის შესახებ

ამ ნაწილში განვიხილავთ არსებითი სახელებისა და მათი მსაზღვრელი სახელების ლოგიკური ბრუნების საკითხს. ამასთან, წინასწარვე ვიტყვით, რომ ზედსართავი სახელების, როგორც არსებითი სახელების თვისებითად მსაზღვრელი სიტყვების, ბრუნების საკითხი არაძირეული საკითხია და იგი დაიყვანება არსებითი სახელების ბრუნების ძირეულ საკითხზე, რომელიც, თავის მხრივ, არ შეიძლება იქნეს განხილული მარტივი წინადადების ძირითადი მაწარმოებელი წევრის ანუ, ჩვენი მიდგომებით, ენობრივ-მათემატიკური ანუ ლინგვისტური პრედიკატის ძირეული ცნების გარეშე.

ქვემოთ, ტექსტში, ჩომსკის აღნიშვნების შესაბამისად, გამოვიყენებთ N, A და V სიმბოლოებს და მათ გაფართოებულ ვარიანტებს. ამასთან, N და A სიმბოლოების შემთხვევაში გამაფართოებელ მაინდექსირებელ საშუალებებად ვიყენებთ ქართული ენის მაბრუნებელ მორფემებს[1], V სიმბოლოს შემთხვევაში კი აღნიშვნების გასაფართოებლად გამოვიყენებთ ბრუნებითი ფორმების მატიპიზირებელ აღნიშვნებს[1].

---

[1] წინასწარვე შევნიშნავთ, რომ ჩვენთვის α არის მაბრუნებელი მორფემა, თუ იგი შემდეგი სიმრავლის ელემენტია {ი; ის; ისთვის; ისკენ; ისგან; იდან; ით; ს; ში; ზე; ად; ამდე; თან; მა}. ამასთან, იმის გათვალისწინებით, რომ N სიმბოლოთი საზოგადოდ აღინიშნება არსებითი სახელის ფუძის გამომხატველი ლექსიკური მორფემა, ჩვენთვის Nα სიმბოლო არის საზოგადო აღნიშვნა α ბრუნვაში მყოფი ანუ α ტიპის ბრუნვის ნიშნით წარმოებული არსებითი

განვითარებული მიდგომების საფუძველზე განხილული იქნება აგრეთვე ბუნებრივი ენობრივი შინაარსების მათემატიკურ ენაზე თარგმნის საკითხიც, რომელიც დღესაც ერთ-ერთ უმნიშვნელოვანეს პრობლემად მიიჩნევა. - ქართულენობრივი შინაარსების მათემატიკურ ენაზე მექანიკურად მთარგმნელი სისტემის აგება ჩვენი ერთ-ერთი ძირითადი მიზანია. ანუ, ზოგადი ლოგიკურ-სემანტიკური ინტერესების სრული გათვალისწინებით ქართული ენის მიბმა მათემატიკურ ენაზე ჩვენს უმნიშვნელოვანეს ეტაპობრივ მიზანს წარმოადგენს და ეს მიზანი არსებითად განსაზღვრავს ჩვენი კვლევების თავისებურებებს.

ნაშრომის წინამდებარე ნაწილში განიხილება ამ ამოცანის ძირეული, ფუნდამენტური შემადგენლები. ამასთან, მარტივად გასაგები მაგალითების მეშვეობით საბუთდება, რომ ჩვენი მიდგომები იძლევა ქართული წინადადებების მათემატიკურ ენაზე მექანიკურად მთარგმნელი სისტემის აგების მარტივ და ბუნებრივ გადაწყვეტებს.

დავიწყოთ არსებითი სახელების ბრუნების საკითხით და, კერძოდ, ჩვენი მიზნებიდან გამომდინარე, კრიტიკულად მიმოვიხილოთ დღეს არსებული ტრადიციული შანიძისეული ხედვები[1]. მისი განმარტებით „ბრუნვა საზოგადოდ ეწოდება კატეგორიას, რომელიც გვიჩვენებს, რომ სახელის ნაირ-ნაირი ფორმები ერთია ლექსიკური მნიშვნელობის თვალსაზრისით, მაგრამ განსხვავებულია წინადადებაში მოხმარების მიხედვით, ე.ი. სასიტყვათშორისო ურთიერთობის თვალსაზრისით". ამის საფუძველზე მან გამოყო შვიდი ბრუნვა და შემდეგი შვიდი ბრუნვის ნიშანი: სახელობითი - -ი, მოთხრობითი - -მა, მიცემითი - -ს, ნათესაობითი - -ის, მოქმედებითი - -ით, ვითარებითი - -ად, წოდებითი - -ო, რომლებსაც შემდგომ დაუმატა ე.წ. „ლოკალური ბრუნვები" სადაობითი პირველი - -ში, სადაობითი მეორე - -ზე, გამოსვლითი - -იდან, მიწევნითი - -ამდე.

დავსვათ კითხვა: ზემომოყვანილი განსაზღვრების საფუძველზე რატომ გამოიყო ქართულში ეს შვიდი ძირითადი ბრუნვა და იმის გათვალისწინებით, რომ სადაობითი ორი ბრუნვაა, რატომ მიემატა ამ შვიდ ბრუნვას შემდეგ კიდევ ოთხი ლოკალური? – ჩვენ ამით იმის თქმა გვინდა, რომ ზემოაღნიშნული განსაზღვრება, ერთი მხრივ, გასაგებიცაა და მისაღებიც, მაგრამ, მეორე მხრივ, იგი, როგორც ჩანს, არაწარმადია, რადგან მისი მეშვეობით ჩვენ არ გვეძლევა ცალსახა, საყოველთაოდ მისაღები და გასაგები პასუხები სახელის ამა თუ იმ ფორმის ბრუნვით ფორმად განსაზღვრის ან არ განსაზღვრის თაობაზე.

ზემოაღნიშნული განსაზღვრება, როგორც ჩანს, არც იმ კითხვაზე იძლევა პასუხს, თუ რატომ არ არის შეტანილი ბრუნებით სისტემაში Nისკენ, Nისგან, Nისთვის და Nთან ფორმები? აღნიშნული არ იძლევა პასუხს არც იმაზე, თუ რატომ არის ბრუნებით სისტემაში ჩართული წოდებითი ანუ ჩვენი მიდგომებით Nო ფორმა? – ანუ, ასეთი, განსაზღვრებიდან უშუალოდ გამომდინარე პასუხები რომ არსებობდეს, მაშინ, ცხადია, ქართულ ენათმეცნიერებაში არ იარსებებდა ე.წ. წოდებითი ბრუნვის პრობლემა, რომელსაც თავის დროზე არაერთი ნაშრომი მიეძღვნა.

გარდა ამისა, ხაზგასმით უნდა აღინიშნოს, რომ ჩვენი საკვლევი საგანია არა იმდენად ქართული წერითმეტყველებითი ან ზეპირმეტყველებითი ენები, არამედ, პირველ რიგში, ჩვენ ქართულ ენას ვიკვლევთ აზრითმეტყველებით საფეხურზე იმ ბუნებრივად არსებულ გონითმოქმედებით ლოგიკურ-მათემატიკურ ოპერაციებთან ერთად, რომელთა არარსებობის

სახელებისა. ქვემოთ, ტექსტში, იმის გათვალისწინებით, რომ A არის ზედსართავი სახელის ფუძის აღმნიშვნელი მორფემა, Aα აღნიშვნის შინაარსი ანალოგიურად იქნება გაგებული [იხ. 52]. აქვე, წინასწარ შევნიშნავთ, რომ V სიმბოლოს გამაფართოებელ სიმბოლოებად ვიყენებთ Nα გამოსახულებებს, რომლებსაც ჩვენ α ბრუნვაში მყოფი გამოსახულებების მატიპიზირებელ აღნიშვნებადაც ვგებულობთ.

[1] კრიტიკულად ვაანალიზებთ რა შანიძისეულ გრამატიკულ სისტემას, ამავდროულად, ქართული ენის თანამედროვე ლოგიკური გრამატიკის შემუშავებისას ფუნდამენტურად ვეყრდნობით მას. - გასაგებია, რომ მიუხედავად კრიტიკული დამოკიდებულებისა, ჩვენთვის ერთ-ერთი სასაფუძვლო ხასიათის თეორიული მონაცემი სწორედ შანიძისეული გრამატიკული სისტემაა.

შემთხვევაში, დამოუკიდებლად, მხოლოდ ენა, ცხადია, სააზროვნო ინსტრუმენტად ვერ ჩამოყალიბდებოდა.

ამგვარად, ჩვენი კვლევის საგანი უპირველესად არის ქართული აზრითმეტყველებითი ენა, რომელიც კომბინირებულად მოიცავს თავის თავში მათემატიკურ და ქართულ ენობრივ შემადგენლებს და, შესაბამისად ამისა, პასუხები, რომლებსაც ჩვენ ბრუნების საკითხის განხილვისას ვეძებთ, ძირითადად სწორედ ამ ქართული და მათემატიკური ენების აზრითმეტყველებით ურთიერთმიმართებებზე უნდა გვანიშნებდნენ.

ჩვენ შანიძისეულ ბრუნვით ფორმებს შემდეგნაირად ვასახელებთ: სახელობითი ანუ Nი ბრუნვა, მოთხრობითი ანუ Nმა ბრუნვა, მიცემითი ანუ Nს ბრუნვა, ნათესაობითი ანუ Nის ბრუნვა, მოქმედებითი ანუ Nით ბრუნვა, ვითარებითი ანუ Nად ბრუნვა, სადაობითი პირველი ანუ Nში ბრუნვა, სადაობითი მეორე ანუ Nზე ბრუნვა, გამოსვლითი ანუ Nიდან ბრუნვა, მიწევნითი ანუ Nამდე ბრუნვა და მათ გარდა განვიხილავთ აგრეთვე Nისკენ ბრუნვას, Nისგან ბრუნვას, Nისთვის ბრუნვას და Nთან ბრუნვას. რაც შეეხება წოდებითს, როგორც უკვე აღვნიშნეთ, მას ჩვენ ბრუნვად არ განვიხილავთ და, შესაბამისად, იგი ჩვენთან Nო ფორმად იწოდება. ამგვარად, Nო ფორმას არ მივიჩნევთ რა ბრუნებით ფორმად, არ ვრთავთ მას ე.წ. ლოგიკური ბრუნების შემდეგ სისტემაში.:

1. Nი ბრუნვა; 2. Nის ბრუნვა; 3. Nისთვის ბრუნვა; 4. Nისკენ ბრუნვა; 5. Nისგან ბრუნვა; 6. Nიდან ბრუნვა; 7. Nით ბრუნვა; 8. Nს ბრუნვა; 9. Nში ბრუნვა; 10. Nზე ბრუნვა; 11. Nად ბრუნვა; 12. Nამდე ბრუნვა; 13. Nთან ბრუნვა; 14. Nმა ბრუნვა.

ქვემოთ, იმის ჩვენებით, რომ ლოგიკური ბრუნების ამ სისტემის შემადგენელი თითოეული ფორმით შეიძლება მოგვეწოდოს წართქმითი მარტივი თხრობითი წინადადების აუცილებელი სამსჯელო წევრი, დავასაბუთებთ ბრუნების ზემოშემოთავაზებული სისტემის საფუძვლიანობას. მანამდე კი, იმით, რომ არ არსებობს Nო ფორმის აუცილებელი სამსჯელო წევრიანი მარტივი წართქმითი წინადადება, ვასრულებთ იმის დასაბუთებას, რომ Nო გრამატიკული ფორმა ლოგიკური ბრუნების თვალსაზრისებით სახელის ბრუნვით ფორმად არ უნდა იქნეს განხილული.

განხილული მაგალითები, ერთი მხრივ, დაგვეხმარება ლინგვისტური პრედიკატის ძირეული ცნების გააზრებაში. ამასთან, ამავე მაგალითების მეშვეობით ჩვენ ვნახავთ, როგორ ითარგმნება ქართული ენის მარტივი წართქმითი წინადადებები მათემატიკური ენის პრედიკატული კონსტრუქციის ატომალურ ანუ განუყოფელ ფორმულებად.

1. და 8. Nი და Nს ფორმების ლოგიკურ ბრუნებაში ჩართულობის დასაბუთება და ამ ბრუნვითი ფორმების მათემატიკური ფუნქციები ქართულ აზრითმეტყველებით ენაში:

განვიხილოთ 'ჩუქნის' ზმნა, როგორც ენობრივ-მათემატიკური პრედიკატი ანუ როგორც მსჯელი[1] სიტყვა. ჯერ გავარკვიოთ ამ მსჯელი სიტყვის ადგილიანობის საკითხი. როგორც აღვნიშნეთ, მსჯელი სიტყვის სამსჯელო ადგილიანობა ტოლია იმ რიცხვისა, რამდენი სხვადასხვა სიტყვით მოცემული შინაარსიც არის აუცილებელი გააზრდეს ამ მსჯელი სიტყვის შინაარსის გასააზრებლად. ანუ, ან ზუსტად ვახერხებთ მსჯელი სიტყვის შინაარსით შემჭიდროებულად ანუ კომპაქტურად მოცემულ სამსჯელო ადგილთა გამოცნობას და წინადადებაში ამ ადგილების სიტყვებად გაშლას, ანდა მსჯელი სიტყვის შინაარსი არასწორად გვესმის და, შესაბამისად, ენობრივ აზროვნებითი აქტივობისას ამ მსჯელი სიტყვით არა სწორად ვმსჯელობთ. ანუ, ბუნებრივ ენაში რომელიმე ერთი კერძო მსჯელი სიტყვის ადგილიანობის

---

[1] ჩვენი ერთ-ერთი მიზანია თანდათანობითი გათავისუფლება ქართული მეცნიერული ხედვებისა ჭარბი არაქართულენობრივი ტერმინოლოგიისაგან. ანუ, ჩვენ დაახლოებით იმავე მიზანს ვისახავთ, რაც, თავის დროზე, ქართული მათემატიკური სკოლის შემქმნელებმა ერთხელ უკვე განახორციელეს. გვესმის რა ამ ამოცანის სირთულე, ჩვენ აქ შემოთავაზებულ ტერმინს 'მსჯელი სიტყვა' სამუშაო ტერმინად მივიჩნევთ და არ გამოვრიცხავთ, რომ იგი საბოლოო სახით ჩამოყალიბდეს ან როგორც 'განმსჯელი სიტყვა' ან კიდევ სულაც სხვაგვარი სახით. ამასთან, ჩვენთვის გასაგებია ისიც, რომ ამ ტერმინოლოგიური წნეხისგან ქართული აზროვნების გათავისუფლებაში მეცნიერებთან ერთად არსებითი მონაწილეობა უნდა მიიღონ ქართველმა სტუდენტებმაც. – ყველა შემთხვევაში, მნიშვნელოვანი სამეცნიერო ცნებების ქართულ ტერმინირებაზე უარის თქმა ქართული ენით ცნებითი სიტყვების წარმოებაზე უარის თქმას ნიშნავს, რაც ენის ფუნქციების შეზღუდვას და, შესაბამისად, მისი ინტელექტუალური დანიშნულების დაკნინებას ნიშნავს.

განსაზღვრისა და ამ ადგილების სინტაქსური დახასიათების საკითხი დაიყვანება ბუნებრივ ენობრივ აზროვნებით წესთწყობაში ამ მსჯელი სიტყვის ენობრივი შინაარსით ლოგიკურად ურთიერთდაკავშირებული და სიტყვებით მოცემადი შინაარსების რაოდენობის და მათი ზოგადი სინტაქსური ფორმების გამოცნობაზე[1].

დავუბრუნდეთ მსჯელ სიტყვას 'ჩუქნის'. როგორც ჩანს, 'ჩუქნის' სიტყვით გამოხატული ერთი რომელიმე კერძო 'ჩუქნის' ხდომილების ან დროს, ან ადგილს, ან მიზეზს, ან მიზანს, ან ამ მოქმედების კიდევ სხვა რაიმეგვარ თანამდევ ვითარებას 'ჩუქნის' მსჯელი სიტყვით შემჭიდროებულად გამოხატული ზოგადი მსჯელობის გასააზრებლად აუცილებლობითი დატვირთვა არ ენიჭება, რაც ლოგიკურად ახსნადიცაა და გაგებადიც. - საქმე ისაა, რომ გაგებადობის იერარქიულობიდან გამომდინარე, ნებისმიერი ხდომილების დრო, ადგილი, მიზეზი ან მიზანი მხოლოდ იმ შემთხვევაში შეიძლება იქნეს გააზრებული, თუ მანამდე ეს ხდომილება მისი უზოგადესი ფორმით უკვე გააზრებული გვაქვს[2].

ამგვარად, ლოგიკურად დაფუძნებულია ის, რომ მარტივ თხრობით წინადადებაში დროის, ადგილის და სხვადასხვა ტიპის ვითარების გარემოებები წინადადების არააუცილებელ წევრებად ანუ ისეთ წევრებად გაიგება, რომელთა გამოკლებით წინადადების ამგები მსჯელი სიტყვით მოცემული შინაარსის მათ გარეშე უკვე არსებულ საზოგადო გაგებადობას არაფერი არ აკლდება. ანუ, მარტივ წინადადებაში ჩვენ ერთმანეთისგან გამოვყოფთ აუცილებელ და არააუცილებელ წევრებს და ამას ვაკეთებთ წინადადების ძირითადი აუცილებელი წევრის ანუ წინადადებით მოცემული მსჯელობის ამგები მსჯელი სიტყვის ადგილიანობის გათვალისწინებით. ამასთან, წინადადების აუცილებელ წევრებად ვაცხადებთ ამ მსჯელ სიტყვასა და წინადადების მხოლოდ იმ წევრებს, რომელთაც იგი გამომდინარე მისი შინაარსიდან სამსჯელოდ იერთებს და, შესაბამისად, რომლებსაც ერთმანეთთან გარკვეული მსჯელობით ჭეშმარიტულად აკავშირებს.

ზემოთქმულის გათვალისწინებით, უნდა შევთანხმდეთ, რომ 'ჩუქნის' მსჯელი სიტყვა, ისევე როგორც წინარე ზმნური შინაარსული ერთეული 'ჩუქება', 3-ადგილიანი ოპერატორია. მართლაც, 'ჩუქება' მოვლენის და მისი 'ჩუქნის' ზმნით მონიშნული ენობრივი გამოვლინების გასააზრებლად აუცილებელია გავიაზროთ ის, რომ ვიღაც ჩუქნის, ის რომ ვიღაცას ჩუქნის და ის, რომ რაღაცას ჩუქნის. ამგვარად, 'ჩუქნის^3($-_1$, $-_2$, $-_3$)' არის 'ჩუქნის' მსჯელი სიტყვის ზოგადი მათემატიკური აღწერითი სახე, რაც ჯერ მხოლოდ იმას უსვამს ხაზს, რომ, იგი 3-ადგილიანი ოპერატორია.

ჩვენი კლასიფიკაციით (იხ [52]) 'ჩუქნის' მომქმედპირიანი ორუღლებადადგილიანი მსჯელი სიტყვაა. აქედან და ჩვენს მიერ საზოგადოდ გაკეთებული შეთანხმებებიდან გამომდინარე, 'ჩუქნის^3($-_1$, $-_2$, $-_3$)' მსჯელი სიტყვის პირველ უღლებად სამსჯელო ადგილს მომქმედი ანუ ამ შემთხვევაში მჩუქებელი პირის ადგილად ვგებულობთ, მეორე უღლებად ადგილს ვგებულობთ ჩუქებულობის მდგომარეობაში მყოფი პირის ადგილად, ხოლო მესამე არაუღლებადი ადგილი შინაარსულად საჩუქრის ანუ საჩუქებელი საგნობრივი შინაარსის[3] ადგილად გაიგება.

ახლა ქართულ ენაში სიტყვათა ბრუნების თავისებურებათა გათვალისწინებით შევეცდებით ამ შინაარსულად უკვე ზოგადად კლასიფიცირებული ადგილების ფორმალური

---

[1] გასაგებია, რომ საკითხი ბუნების მეტყველების სფეროს განეკუთვნება და რომ ის ბუნება, რომელსაც ჩვენ ამ დროს ვიკვლევთ, არის ქართული ენის ჯერ კიდევ გაუცნობიერებელი, თუმცა კი - ქვეცნობიერი, ინსტიქტური ცოდნის სახით ჩვენში უკვე მოცემული ენობრივი წესრიგის სასაფუძვლო შემადგენლები.

[2] ანუ, რა თქმა უნდა, მზე ჯერ უნდა ამოვიდეს, და მხოლოდ ამის შემდგომ გვეძლევა საშუალება დავფიქრდეთ იმაზე, თუ სად, როდის, რატომ და რა ვითარებაში ამოვიდა იგი. – ეს ცხადია!

[3] გასაგებია, რომ ეს 'საგნობრივი საჩუქებელი შინაარსი' კონკრეტულ შემთხვევაში შეიძლება სულაც არ იყოს საგანი. ანუ, ჩვენთვის შინაარსის საგნობრიობა მის არაჭეშმარიტულობას ნიშნავს. გასაგებია ისიც, რომ ამგვარი ზოგადი დახასიათებით ჩვენ ფაქტიურად ვსაზღვრავთ მსჯელი სიტყვის სამსჯელო ადგილის სემანტიკურ ანუ შინაარსულ განსაზღვრის არესაც. სამსჯელო ადგილის სემანტიკურ და სინტაქსურ განსაზღვრის არეებს შორის განსხვავებას, რომელსაც ქვემოთაც ესმება ხაზი, მკაცრი ლოგიკურ-ლინგვისტური კვლევებისათვის, როგორც ჩანს, არსებითი დატვირთვები ედება.

განსაზღვრის არეების დადგენას[1], რაც ამ ადგილების სინტაქსურ დახასიათებას გულისხმობს. გამომდინარე იქიდან, რომ ქართულ ენაში 'ჩუქნის' მსჯელი სიტყვით აგებულ მარტივ წართქმით წინადადებაში პირველი ადგილი[2] გამონაკლისების გარეშე ყოველთვის Nი ფორმაში მყოფი სახელით კომპლექტდება, ჩვენ ამ ადგილის ფორმალურ განსაზღვრის არედ Nი ფორმაში მყოფი სახელების სიმრავლეს განვიხილავთ და, შესაბამისად, ამ ადგილის სინტაქსურად მახასიათებელ ანუ მატიპიზირებელ ნიშნად Nი სიმბოლოს ვაცხადებთ.

იგივეგვარი მსჯელობით ჩვენ ვასკვნით, რომ 'ჩუქნის' მსჯელი სიტყვის მეორე და მესამე ადგილების ფორმალური განსაზღვრის არეა Nს ფორმაში მყოფი სახელების სიმრავლე და, შესაბამისად, ამ ადგილების სინტაქსური მახასიათებელია Nს სიმბოლო.

ამგვარად, 'ჩუქნის' მსჯელი სიტყვის ტიპიზირებული სახეა 'ჩუქნის[3](Nი, Nს, Nს)', რაც უკვე ადრე გაკეთებული ლოგიკური ანალიზის საფუძველზე გვაძლევს მის შემდეგ აღწერით სახეს '[ჩუქნის[3](Nი, Nს, Nს)=t]'.

ამით ჩვენ, ერთი მხრივ, დეტალურად განვიხილეთ ლოგიკურ-ლინგვისტური პრედიკატისა და მსჯელი სიტყვის ძირეულ ცნებასთან დაკავშირებული ფუნდამენტური საკითხები და, ამასთან, ჩვენს მიერ შემოთავაზებული პრინციპის გათვალისწინებით ფაქტიურად უკვე დავასაბუთეთ Nი და Nს ფორმების ლოგიკური ბრუნების სისტემაში ჩართულობა. მართლაც, მარტივ წართქმით წინადადებაში 'მასწავლებელი მოსწავლეს წიგნს ჩუქნის' წინადადების აუცილებელი სამსჯელო წევრები სწორედ ამ ფორმებით გვეძლევა. ეს კი, ჩვენი მიდგომიდან გამომდინარე, ასაბუთებს ამ გრამატიკული ფორმების ლოგიკურ ბრუნებით სისტემაში ჩართულობას.

თუ ზემოგანხილული წინადადების საფუძველზე დავუბრუნდებით 'ჩუქნის' მსჯელი სიტყვის ლოგიკურ ანალიზს, დავასკვნით, რომ ნებისმიერ კონტექსტში და, შესაბამისად, ნებისმიერ შემთხვევაში იგი მსჯელობს 'მასწავლებელზე' არა როგორც ნებისმიერ ამგვარზე, არამედ ერთ რომელიღაც კონკრეტულზე, რომელმაც აღნიშნული 'ჩუქების' მოქმედება განახორციელა და რომ ეს ასეა, ამის მიზეზი, როგორც ჩანს, არის მომქმედპირიანი 'ჩუქება' წინარე ზმნური შინაარსული ერთეულის სიღრმისეული შინაარსული ბუნება და 'ჩუქნის' ზმნის მორფოლოგიური აღნაგობა. ამგვარად, შეიძლება ითქვას, რომ 'ჩუქნის' მსჯელი სიტყვა მისი პირველი ადგილით მსჯელობს არა მასთან მიერთებული Nი ტიპის სამსჯელო სახელით განსაზღვრული სიმრავლის[3] ყოველ ელემენტზე, არამედ ამ სიმრავლის მხოლოდ ერთ, რომელიღაც ელემენტზე. ეს კი იმას ნიშნავს, რომ მისი ეს ადგილი არა ცვლადური, არამედ კონსტანტური ტიპის სამსჯელო ადგილია, რასაც ამ ადგილის სინტაქსურად მატიპიზირებელ Nი გამოსახულებაზე მარცხენა ზედა ინდექსად c სიმბოლოს მიერთებით მივანიშნებთ. ამგვარად, იმის გათვალისწინებით, რომ 'ჩუქნის' მსჯელი სიტყვის დანარჩენი ორი სამსჯელო ადგილიც კონსტანტური ტიპისაა, რაც იმას ნიშნავს, რომ წინადადებაში მსჯელობა წარმოებს კონკრეტულ 'მოსწავლესა' და 'წიგნზე', ბუნებრივად გავდივართ ამ მსჯელი სიტყვის შემდეგ სრულ აღწერით სახეზე '[ჩუქნის[3](^{c}Nი, ^{c}Nს, ^{c}Nს)=t]'.

---

[1] ენობრივ-მათემატიკური პრედიკატის თითოეული ადგილის შინაარსული განსაზღვრის არე განსხვავდება ამ ადგილის სინტაქსური განსაზღვრის არისგან. იმდენად, რომ სინტაქსური განსაზღვრის არის რომელიმე წევრის საგნობრივი მნიშვნელობა შეიძლება არც კი ექცეოდეს მისი შინაარსული ანუ საგნობრივი განსაზღვრის არეში. მათემატიკურ ენობრივ თეორიებში ფორმალურ და შინაარსულ განსაზღვრის არეებს შორის ასეთი აცდენები არ დაიშვება.

[2] პირველი ადგილი ანუ მჩუქებელი პირის ადგილი, რომელიც არ არის აუცილებელი წინადადებაში რიგით პირველ ადგილზე იყოს.

[3] ჩვენი სიმრავლურ-თეორიული მიდგომები (იხ. [48]) ძირეულად განსხვავდება მონტეგიუსეული სიმრავლური მოდგომებისგან იმით, რომ ჩვენთან არსებითი სახელი ანუ, ფაქტიურად, მისეული საზოგადო სახელი გაიგება როგორც სიმრავლე იმ საგნებისა, რომლებზედაც იგი მისი საგნობრივი შინაარსით გვანიშნებს, მაშინ როდესაც მონტეგიუსთან ისინი გაგებულნი არიან ერთადგილიან პრედიკატებად. ამგვარად, ჩვენთვის სიტყვა 'სკამი', როგორც საზოგადო სახელი, გაიგება 'ყველა სკამების სიმრავლეზე' მანიშნებლობით, მონტეგიუსთან კი, როგორც უკვე აღვნიშნეთ, იგი ერთადგილიანი პრედიკატია და გაიგება თითქმის იგივეგვარადვე, როგორც ჩვენ ქართულში [სკამია(^{c}Nი) =t] ერთადგილიან პრედიკატს ვგებულობთ.

ახლა ვნახოთ, როგორ ართმევს თავს ჩვენი მიდგომები ‘მასწავლებელი მოსწავლეს წიგნს ჩუქნის’ წინადადების მათემატიკურ ენაზე თარგმნის პრობლემას.

0. საწყისი ბიჯი:

დასამუშავებლად შემოვიდა ‘მასწავლებელი მოსწავლეს წიგნს ჩუქნის.’

1. პირველი ბიჯის შედეგი:

‘(მასწავლებელი/Nი)(მოსწავლეს/Nს)(წიგნს/Nს)[ჩუქნის^3(^{c}Nი, ^{c}Nს, ^{c}Nს)=t]’

კომენტარი: ჩვენი მიდგომებით, ის, რომ ‘მასწავლებელი’ არის Nი ტიპის სიტყვა, ნიშნავს იმას, რომ აზრითმეტყველებით ენაში მასთან განუწყვეტლად მიბმულია ($-_1$/Nი) ჩასმის ოპერატორი, რომელიც წერითმეტყველებით და ზეპირმეტყველებით ენებში წერითი და ზეპირი მეტყველების ზოგადი ანდროლოგიკური ბუნებიდან გამომდინარე არსებობს სიტყვათშორის ცარიელ ადგილებში ჩაძირული ჩასმის გონითმოქმედებითი ოპერატორის სახით. ანალოგიურად, ‘მოსწავლეს’ და ‘წიგნს’, როგორც Nს ტიპის სიტყვებს, აზრითმეტყველებით ენაში ჩაძირვისას ებმებათ ($-_1$/Nს) ჩასმის ოპერატორები. ამგვარად, გამოდის, რომ ქართული ენის სიტყვები ‘მასწავლებელი’, ‘მოსწავლეს’ და ‘წიგნს’ ქართულ აზრითმეტყველებით ენაში შესაბამისად ითარგმნებიან ‘(მასწავლებელი/Nი), (მოსწავლეს/Nს) და (წიგნს/Nს) ენობრივ-მათემატიკურ ოპერატორებად. რაც შეხება ‘ჩუქება’ ზმნას, იგი აზრითმეტყველებით ენაში ჩაძირვისას ჯდება წინადადების ფარგლებში მასთან ასევე განუწყვეტლად მიბმულ და ჩვენს მიერ ზემოთ შემოთავაზებულ [ჩუქნის^3(^{c}Nი, ^{c}Nს, ^{c}Nს)=t] ლოგიკურ-სინტაქსურ სქემაში, რომელიც ქართულ აზრითმეტყველებით ენაში ‘ჩუქება’ მსჯელი სიტყვის ენობრივ-მათემატიკურ სახედ უნდა განვიხილოთ.

ამ ბიჯს ჩვენ ჩაძირვის[1] ბიჯს ვუწოდებთ და ზემოთ ამ ბიჯის შედეგად მიღებული გამოსახულება სწორედ ამ ჩაძირვის ის შედეგია, რომელიც ჩვენს მიერ მანამდე აღწერილი ჩაძირვის წესებით მიიღება. ამგვარად, ჩაძირვის ბიჯი იშლება სიტყვათა ტიპობრივი გამოცნობისა[2] და წინადადებაში ცარიელი ადგილების მათემატიკური ანუ გონითმოქმედებითი ფუნქციების აღდგენის ქვებიჯებად.

2. მეორე ბიჯის შედეგი:

[ჩუქნის^3(^{c}(მასწავლებელი), ^{c}(მოსწავლეს), ^{c}(წიგნს))=t]’

კომენტარი: ამ ბიჯს ან პარალელური ან თანამიმდევრული ჩასმების ბიჯი უნდა ვუწოდოთ. აქ საქმეში ერთვება ფორმალური მათემატიკური აპარატი. ანუ, ამ ბიჯის განსახორციელებლად საკმარისია ვიცოდეთ პროფ. შ. ფხაკაძისეული აღნიშვნათა თეორიის მიხედვით ჩასმის ოპერატორებით ოპერირების ზოგადი წესები. ამ წესებით ჩაძირვის ბიჯის შედეგიდან ჩასმების ბიჯის შედეგამდე მივდივართ მექანიკურად განხორციელებადი ფორმალური ჩასმებით.

ამასთან, აქ არის ლოგიკურ-ლინგვისტური თვალსაზრისებით ერთი მეტად მნიშვნელოვანი საკითხი: კერძოდ ის, რომ [ჩუქნის^3(^{c}Nი, ^{c}Nს, ^{c}Nს)=t] მსჯელ სიტყვაში გვაქვს ორი Nს ტიპის ადგილი, რაც განაპირობებს იმას, რომ შესაბამის წინადადებაში ორი Nს ტიპის სახელი გვაქვს. ეს განაპირობებს ფორმალური ჩასმის ოპერაციების არასრულ და არათავისუფალ (ე,ი. რიგზე დამოკიდებულ) დეტერმინიზმს. ამ ვითარების ლოგიკურ-სინტაქსური ანალიზი გვიჩვენებს, რომ, როგორც ჩანს, ქართულ ზეპირ და წერით მეტყველებით ენებში ეს საკითხი დეტერმინირდება სამსჯელო ადგილების სინტაქსურ თანამიმდევრულობაზე პრიორიტეტული მოთხოვნებით, რაც ხაზს უსვამს სინტაქსური მიმართებების ფუნქციების სიღრმისეულობას. ანუ, თუ პირდაპირი დამატებით ვხლეჩთ ქვემდებარესა და ირიბ დამატებას, მაშინ მეტყველების

---

[1] იგულისხმება აზრითმეტყველებით ენაში ჩაძირვის ბიჯი.

[2] ეს ბიჯი ეყრდნობა რასელისეულ ტიპთა თეორიის ზოგად პრინციპებს და ითვალისწინებს იმას, რომ ქართული ენის პირდაპირი ფორმალურ-ლოგიკური აღწერით თითოეული სიტყვა, როგორც აზრითმეტყველებითი ენის ენობრივ-მათემატიკური ანუ გონითმოქმედებითი ოპერატორი, ერთი გარკვეული ზოგადი სახის მქონეა და რომ ის, თუ რა ტიპისაა ესა თუ ის სიტყვა ენის მორფოლოგიური, სინტაქსური და ლოგიკურ-სემანტიკური კანონმდებლობით მექანიკურად გადაწყვეტადი ამოცანაა.

დროს გვჭირდება აქცენტირება, რომლის ფუნქციაც წინასწარ განსაზღვრულ რიგზე უარის თქმის პირობებში ჩასმათა სწორ რიგზე მანიშნებლობაა[1].

3. მესამე ბიჯის შედეგი:

$a_1 \in$ {მასწავლებელი} $a_2 \in$ {მოსწავლეს} $a_3 \in$ {წიგნს}:[ჩუქნის^3(a_1, a_2, a_3)=t]

კომენტარი: ამ ბიჯს შემოჰყავს პირველი რიგის a_1, a_2, a_3 არასაკუთრივი კონსტანტები და ამას იგი აკეთებს მარცხენა ზედა ინდექსებიდან გამომდინარე. ამასთან, ეს კონსტანტები არის შეზღუდული კონსტანტები. კერძოდ, a_1 კონსტანტა იზღუდება {მასწავლებელი} სიმრავლით ანუ კონტექსტში ყველა მასწავლებელთა სიმრავლით, a_2 კონსტანტა იზღუდება {მოსწავლეს} სიმრავლით ანუ კონტექსტში ყველა მოსწავლეთა სიმრავლით, a_3 კონსტანტა იზღუდება {წიგნს} სიმრავლით ანუ კონტექსტში ყველა შესაძლო წიგნების სიმრავლით. ანუ, მესამე ბიჯის შედეგის იმ ნაწილით, რომელიც განთავსებულია ':' ნიშნამდე მოცემულია [ჩუქნის^3(^{c}Nი, ^{c}Nს, ^{c}Nს)=t] მსჯელი სიტყვის სამსჯელო ადგილების განსაზღვრის არეების შემზღუდავი და, შესაბამისად, ამ განსაზღვრის არეების მომცემი პირობები. ამგვარად, სამსჯელო სახელები 'მასწავლებელი', 'მოსწავლეს' და 'წიგნს', რომლებიც, ერთი მხრივ, როგორც უკვე აღინიშნა, სიმრავლურად იძლევიან 'ჩუქნის' ენობრივ-მათემატიკური პრედიკატის საპრედიკატო ადგილების განსაზღვრის არეებს[2], ამავდროულად, მეორე მხრივ, ლექსიკონის ფუნქციებსაც ასრულებენ, რაც იმას ნიშნავს, რომ მათი გავლით ჩვენ შეგვიძლია უკან დავბრუნდეთ მესამე ბიჯის შედეგიდან მეორე ბიჯის შედეგში. ამ ბიჯს პრედიკატულ ენაზე თარგმნის ანუ პრედიკატიზაციის ბიჯს ვუწოდებთ.

შევნიშნოთ, რომ მეორე ბიჯიდან პრედიკატიზაციის ბიჯით ჩვენ გადავედით შეზღუდულკონსტანტებიან პირველი რიგის თეორიაში. ჩვენ რომ მეორე ბიჯიდან გადავსულიყავით უკონსტანტო შეზღუდულკვანტორებიან კლასიკურ პირველი რიგის თეორიაში, მაშინ ბიჯის შედეგი იქნებოდა შემდეგი[3]:

$\exists x_1 \in$ {მასწავლებელი} $\exists x_2 \in$ {მოსწავლეს} $\exists x_3 \in$ {წიგნს}:[ჩუქნის^3(x_1,x_2,x_3)=t]

ამ ფორმიდან ჩვენ შეგვიძლია გადავიდეთ კლასიკურ პირველი რიგის თეორიაში. ამ გადასვლის შედეგია შემდეგი ფორმა:

$\exists x_1 \exists x_2 \exists x_3$:[მასწავლებელი($x_1$)$\wedge$მოსწავლეს($x_2$)$\wedge$წიგნს($x_3$)$\wedge$ჩუქნის^3($x_1$,$x_2$,$x_3$)=t]

---

[1] თუმცა ეს მხოლოდ წინასწარი დასკვნაა და ამ საკითხს ჩვენ Nს ჩასმის პრობლემის სახით მნიშვნელოვან ღია საკითხად ვტოვებთ. მისი დეტალური ანალიზი მრავალ მნიშვნელოვან დასკვნას გვპირდება ქართული ზეპირმეტყველებითი და წერითმეტყველებითი ენობრივი სისტემებისათვის დამახასიათებელი გონითმოქმედებითი თავისებურებების შესახებ.

[2] მათემატიკაში $A_1,\ldots,A_n$ სიმრავლეებზე განსაზღვრული ნებისმიერი n-ადგილიანი პრედიკატი გაიგება როგორც $A_1\times\ldots\times A_n$ დეკარტული ნამრავლის ქვესიმრავლე. ანუ, სიმრავლური თვალსაზრისებით ნებისმიერი n-ადგილიანი პრედიკატი მოიცემა $(A_1,\ldots,A_n,R^n\subseteq A_1\times\ldots\times A_n)$ სისტემით. აქ R^n გაიგება, როგორც $A_1,\ldots,A_n$ სიმრავლეებზე განსაზღვრული პრედიკატის გრაფიკი. ცხადია, იგი n-ეულების სიმრავლეს წარმოადგენს. ამასთან, ნებისმიერი $(a_1,\ldots,a_n)\in A_1\times\ldots\times A_n$ სისტემისათვის $R^n(a_1,\ldots,a_n)=t$ მაშინ, და მხოლოდ მაშინ, როცა $(a_1,\ldots,a_n)\in R^n$. წინააღმდეგ შემთხვევაში, მიიჩნევა, რომ $R^n(a_1,\ldots,a_n)=f$. ჩვენი მიდგომებით, $(A_1,\ldots,A_n, R^n\subseteq A_1\times\ldots\times A_n)$ სისტემით განსაზღვრული n-ადგილიანი პრედიკატი მოიცემა შემდეგი განსაზღვრება-სქემით

$R^n(__1, \ldots ,__2)=t$ ----- $(__1\in Pr_1(R_n)\wedge__2\in Pr_2(Pr(__1)(R^n))\wedge\ldots\wedge__n\in Pr_n\ (Pr(__1, __2, \ldots __{n-1})(R^n)))=t$

აქ, თითოეული $k\in\{1,2,\ldots,n\}$ ნატურალური რიცხვისთვის Pr_k არის k-ური ადგილის ანუ k-ური ღერძის გასწვრივ ჩვეულებრივი პროექციის ოპერატორი, ხოლო $Pr(__1, \ldots ,__k)$ არის $A_1\times\ldots\times A_k$ სიმრავლეზე განსაზღვრული ე.წ. k-ადგილიანი პროექციის ოპერატორი, რომელიც $(a_1, \ldots ,a_k)$ სისტემაზე ოპერირებით იძლევა $(a_1, \ldots ,a_k)$ k-ეულზე პროექცირების $Pr(a_1, \ldots ,a_k)$ ოპერატორს, რომელიც მოქმედებს რა R^n სიმრავლეზე იძლევა მის ისეთ ქვესიმრავლეს, რომლის ნებისმიერი ელემენტის პირველი k კომპონენტი წარმოქმნის $(a_1, \ldots ,a_k)$ k-ეულს. - ამგვარი დაზუსტებული მათემატიკური მიდგომებისაკენ გვიბიძგა ქართული ენის ანალიზმა. ქართული ენა თვისობრივად განარჩევს ერთმანეთისაგან 'მეტობა' და 'მეტია' შინაარსებს, რომელთაგან პირველი სუბსტანციური შინაარსია, მეორე კი ლოგიკური. – აქ შენიშვნის სახით მოწოდებული თვალსაზრისი ფუნდამენტური მნიშვნელობისაა როგორც კერძო ლოგიკურ-ლინგვისტური, ისე ზოგადი ლოგიკურ-მათემატიკური თვალსაზრისებით.

[3] აქ, ჩვენ ვეყრდნობით ინფიქსურკვანტორებიან გამოსახულებათა გადაწერის წესებს, რომლებიც ზოგადად განიხილება [41]-ში.

ეს თარგმანი, სადაც წინადადებაში შემავალი სახელები პრედიკატულად აზრდება და რომელიც ფაქტიურად ემთხვევა ამავე წინადადების მონტეგიუსეულ მათემატიკურ თარგმანს, მიიღება შეზღუდულ კვანტორებიანი ფორმების კლასიკურ შეუზღუდავ კვანტორებიან ფორმებში გადამყვანი წესების საფუძველზე, რომლებიც ზოგადად განხილულია [39-40]-ში.

შემოთავაზებული მიდგომების უფრო ღრმა გაანალიზების მიზნით კიდევ ერთხელ განვიხილოთ იგივე მაგალითი;

0. საწყისი ბიჯი:

შემოვიდა დასამუშავებლად 'მასწავლებელი მოსწავლეს წიგნს ჩუქნის.'

1. ჩაძირვის ბიჯის შედეგი:

'(მასწავლებელი/Nი)(მოსწავლეს/Nს)(წიგნი/Nს)[ჩუქნის^3(^{c}Nმა, ^{c}Nს, ^{c}Nი)=t]'

წინასწარი კომენტარი: ჩაძირვის ბიჯიდან ჩასმის ბიჯამდე პროცედურა იძლევა სახელების დეგრამატიზაციის ანუ ამ შემთხვევაში დებრუნებიზაციის საშუალებას. ანუ, ჩაძირვის ბიჯის შემდეგ ჩასმის ოპერატორი '(მასწავლებელი/Nი), რომელიც ჩვენთვის ქართული აზრითმეტყველებითი ენის ოპერატორია, შევცვალოთ '(მასწავლებელ/Nი) ოპერატორით, რომელსაც ქართული აზრითმეტყველებითი ენის ენობრივად დეგრამატიზირებულ ოპერატორს ვუწოდებთ. ცხადია, რომ ამგვარი ენობრივი დეგრამატიზაცია, რასაც ჩვენ უფრო კონკრეტულად დებრუნებიზაციას ვუწოდებთ ფართო სემანტიკური თვალსაზრისებით აზრითმეტყველებით ენაში არანაირ ცვლილებებს არ ბადებს და, ამდენად, ასე განსაზღვრული დებრუნებიზაციის ბიჯი, რომელიც ჩაძირვის ბიჯის შემდეგ ზემოაღწერილი გარდაქმნების განხორციელებას ითვალისწინებს, სემანტიკური თვალსაზრისებით ინვარიანტული გარდაქმნაა.

2. სახელთა დებრუნებიზაციის ბიჯის შედეგი:

'(მასწავლებელ/Nი)(მოსწავლე/Nს)(წიგნ/Nს)[ჩუქნის^3(^{c}Nი, ^{c}Nს, ^{c}Nს)=t]'

წინასწარი კომენტარი: ეს ბიჯი მიმართულია იმ მიზნისკენ, რასაც უნივერსალური მათემატიკური ენის გავლით ავტომატური თარგმნის სიტყვა-სიტყვით თარგმანზე დაყვანის ინტერესები განსაზღვრავენ. ამავე ინტერესებით არის ნაკარნახევი ზმნის დეგრამატიზაციის მოთხოვნებიც. აქ ვეყრდნობით, ჩვენს მიერ შემოთავაზებულ მიდგომებს, რომლის მიხედვითაც ნებისმიერი ზმნა სემანტიკური ინტერესების გათვალისწინებით დაიყვანება ამ ზმნური შინაარსის მომცემ წინარე ზმნურ შინაარსულ ერთეულზე. ჩვენი მიდგომებით, ამ შემთხვევაში, 'ჩუქნის' ზმნის წინარე ზმნური შინაარსული ერთეული არის 'ჩუქება^3($-_1$, $-_2$, $-_3$)' მისი აწმყო პროცესუალური შინაარსით. მას ჩვენ შემდეგნაირად გამოვხატავთ: '($-_1$, $-_2$, $-_3$, $-_4$)ჩუქება^3($-_1$, $-_2$, $-_3$)'. აქ პირველი ადგილი ან ცარიელი სიტყვით კომპლექტდება, და ასეთ შემთხვევაში შინაარსის პროცესუალურობას ესმება ხაზი, ან კომპლექტდება ზმნური წინსართით, რაც ქართულ ენაში შინაარსის შედეგზე ორიენტირებულობას უსვამს ხაზს. ამასთან, თუ ეს პირველი ადგილი ცარიელი სიტყვითაა დაკომპლექტებული, მაშინ მეორე, მესამე და მეოთხე ადგილები კომპლექტდებიან ნატურალური რიცხვებით ინდექსირებული T სიმბოლოთი. ამასთან, თუ პირველ ადგილზე მჯდარი T_k გამოსახულების ინდექსი მეტია ან ტოლი მეორე ადგილზე მჯდარი T_m გამოსახულების ინდექსზე და ნაკლებია მესამე ადგილზე მჯდარი T_n გამოსახულების ინდექსზე, მაშინ იგი მეტყველების დროს მიმდინარე პროცესზე გვანიშნებს, ხოლო თუ T_k გამოსახულების ინდექსი ნაკლებია T_m გამოსახულების ინდექსზე, რომელიც რეალური ზმნებისათვის ყოველთვის ნაკლებია T_n გამოსახულების ინდექსზე, მაშინ იგი მეტყველების დრომდე მიმდინარე პროცესზე გვმანიშნებლობს. ამგვარად, '($-_1$,T_2,T_0,T_4)ჩუქება^3($-_1$, $-_2$, $-_3$)' არის 'ჩუქნის' ზმნის ერთ-ერთი დეგრამატიზირებული ფორმა. აღნიშნულის გათვალისწინებით, სახელთა დებრუნებიზაციის ბიჯის შემდეგ ჩვენ შეგვიძლია გავაკეთოთ ზმნის დეუღლებიზაციის ბიჯი.

3. ზმნის დეუღლებიზაციის ბიჯის შედგი:

'(მასწავლებელ/Nი)(მოსწავლე/Nს)(წიგნ/Nს)[($-_1$,T_2,T_0,T_4)ჩუქება^3(^{c}Nი,^{c}Nს,^{c}Nს)=t]'

კომენტარი: ამგვარად, ამ ბიჯის შედეგი არის საწყისი წინადადების სრული დეგრამატაზაციით მიღებული მისი შინაარსული ეკვივალენტი, რაც უკვე ამ ფორმის სხვა ენაში სიტყვა-სიტყვითი გადატანის შესაძლებლობას იძლევა. გარდა ამისა, გამომდინარე იქიდან, რომ

იგი ქართული აზრითმეტყველებითი ენის ენობრივ-მათემატიკური ფორმაა, ჩვენ გვეძლევა საშუალება ამგვარად ჩაწერილი ენობრივი შინაარსების მათემატიკური დამუშავებისა. ეს ორი კი ქართული ენის ლოგიკური გრამატიკის ძირითად მიზნებშია.

განვიხილოთ ქართული აზრითმეტყველებითი ენის შემდეგი ჩანაწერი

‘(მასწავლებელ/Nი)(მოსწავლე/Nს)(წიგნ/Nს)[(–$_1$,T_4,T_0,T_2)ჩუქება^3(^{c}Nი,^{c}Nს,^{c}Nს)=t]’

და ვნახოთ როგორ ახერხებს სისტემა მის ალგორითმულ აღდგენას სუფთა ენობრივ ფორმად:

0. საწყისი ბიჯით შემოდის აღსადგენი ენობრივ-მათემატიკური ფორმა:

‘(მასწავლებელ/Nი)(მოსწავლე/Nს)(წიგნ/Nს)[(–$_1$,T_4,T_0,T_2)ჩუქება^3(^{c}Nი,^{c}Nს,^{c}Nს)=t]’

1. ენობრივ-მათემატიკური ფორმის გრამატიზაციის ბიჯის შედეგი:

‘(მასწავლებელი/Nი)(მოსწავლეს/Nს)(წიგნს/Nს)[ჩუქნიდა^3(^{c}Nი,^{c}Nს,^{c}Nს)=t]’

კომენტარი: ეს ბიჯი ბუნებრივად იყოფა სახელთა ბრუნებიზაციისა და ზმნათა უღლებიზაციის ბიჯებად[1].

2. გრამატიზირებული ფორმების მათემატიკური გაფილტვრის ბიჯის შედეგი:

‘მასწავლებელი მოსწავლეს წიგნს ჩუქნიდა.’

კომენტარი: ეს ბიჯი ითვალისწინებს არაქართულსიტყვითი ნაწილებისა და მათი აზროვნებითი ჩარჩოების აზრითმეტყველებითი ენის საფეხურზე დატოვებას ანუ მათ გაფილტვრას და ფრაზის გამეტყველებისას მის გაჟღერებას[2] გაფილტრული აზრითმეტყველებითი კონსტრუქციების შესაბამისად, ხოლო წერისას სიტყვებს შორის ცარიელი ადგილების დატოვებასა და წინადადების ბოლოს წერტილის დასმას. ამასთან, უფრო რთული ენობრივი კონსტრუქციების შემთხვევაში სასვენი ნიშნების შესაბამის ადგილებზე დასმისათვის გვიწევს გაფილტრული აზრითმეტყველებითი კონსტრუქციების გათვალისწინება.

ამგვარად, ერთი მხრივ, შემოთავაზებული პრინციპის საფუძველზე დავასაბუთეთ Nი და Nს ფორმების ლოგიკურ ბრუნებაში ჩართულობის საფუძვლიანობა და, მეორე მხრივ, გამოვიკვლიეთ რა ამ ბრუნვით ფორმაში მყოფ სამსჯელო სახელებსა და მსჯელ სიტყვებს შორის არსებული ცარიელი ადგილის გონითმოქმედებითი დანიშნულება, დასაბუთებულად წარმოვაჩინეთ ამ ბრუნვითი ფორმების მათემატიკური, ფორმალურ-ლოგიკური ფუნქციები, რის საფუძველზეც ალგორითმულად აღიწერა ამ ფორმებით აგებული ქართული წართქმითი მარტივი თხრობითი წინადადების ენობრივ-მათემატიკურ ანუ აზრითმეტყველებით ენაზე გადამთარგმნელი[3] და, პირიქით, აზრითმეტყველებითი ანუ ენობრივ-მათემატიკური ენიდან ქართულ ენაზე გადმომთარგმნელი[3] ინტელექტუალური პროცედურები[4].

---

[1] აღსანიშნავია, რომ დღეს უკვე არსებობს ამ ბიჯების არა მხოლოდ ალგორითმული, არამედ ექსპერიმენტული პროგრამული რეალიზაციებიც.

[2] როგორც ჩანს, ამ თუ იმ ენის მეტყველებითი თავისებურებები მჭიდროდაა მიბმული ამავე ენის ზოგად ლოგიკურ-სინტაქსურ თავისებურებებთან, რაც აზრითმეტყველებით საფეხურზე სიტყვათშორისი მიმართებების ძირითადი განმსაზღვრელია. ანუ, ჩვენ მივიჩნევთ, რომ სიტყვათშორისი ადგილების ლოგიკურ-ლინგვისტური, მათემატიკური ფუნქციები პირდაპირ კავშირშია ენის ზოგად მეტყველებით სპეციფიკებთან.

[3] ბუნებრივი ენებისა და მათემატიკური ენების სემანტიკური ურთიერთმიმართებების საკითხი დღესაც ერთ-ერთ უმნიშვნელოვანეს ღია პრობლემად ითვლება. ეს ამოცანა, ცხადია, დამოკიდებულია კონკრეტული ბუნებრივ-ენობრივი სისტემის სიღრმისეულ სპეციფიკებზე და ის, რომ ქართულმა პრობლემის გადაწყვეტის ასეთი მარტივი გზა შემოგვთავაზა, ეს რა თქმა უნდა, ქართული ენის ბუნებითაა ნაკარნახევი.

[4] ამ ამოცანების სპეციფიკებში გაუთვითცნობიერებელი მკითხველისთვისაც გასაგები უნდა იყოს რა მოცულობის სირთულეებთან გვაქვს აქ საქმე, და როგორი ორგანიზებული და წლების განმავლობაში ურთიერთშეჯერებული კვლევებია საჭირო, როდესაც საუბარია ქართული ენის მანქანებთან ინტელექტუალური ურთიერთობის ენად მოდიფიცირების პრობლემაზე ანუ კომპიუტერის სრულ და თავისუფალ პროგრამულ-მომსახურეობით მოქცევაზე ბუნებრივ ქართულ ენობრივ გარემოში. მხედველობაში გვაქვს ის, რომ ზემოგანხილულის მსგავსი დეტალურად გაწერილი ალგორითმული რეალიზაციები უნდა დაიძებნოს მთელი ენობრივი სისტემის გასწვრივ, რაც კვლევების მხოლოდ პირველი საწყისი ეტაპია. კვლევათა მეორე ეტაპი ითხოვს ამგვარად უკვე მოძიებულ ბუნებრივ ქართულ ენობრივ ფორმალიზმში აქსიომური ფორმალურ-ლოგიკური თეორიებისათვის დამახასიათებელი მტკიცებითი და სხვადასხვა ტიპის ინტელექტუალური პროცედურების იმპლანტირებას (ჩადგმას). და ბოლოს, კვლევათა მესამე ეტაპი ითვალისწინებს მთელი ამ ფორმალურად გაწერილი სისტემის თანდათანობით უფრო და უფრო სრულყოფილი პროგრამული გადაწყვეტების დაძებნას. აქ ისიც უნდა გავითვალისწინოთ, რომ ამგვარ დამუშავებას

ქვემოთ, საკითხების განხილვისას, ჩვენი მსჯელობები ასე დეტალური აღარ იქნება. გასაგებია, რომ აქ განვითარებული მიდგომები ბუნებრივად ზოგადდება ქვემოთ განხილულ სხვა კერძო შემთხვევებში.

14. Nმა ფორმის ლოგიკურ ანუ მსჯელობით ბრუნებაში ჩართულობის დასაბუთება და ამ ბრუნვითი ფორმის მათემატიკური, ფორმალურ-ლოგიკური ფუნქციის შესახებ:

განვიხილოთ მსჯელი სიტყვა '[აჩუქა^3(Nმა, Nს, Nი)=t]' და წინადადება 'მასწავლებელმა მოსწავლეს წიგნი აჩუქა.'. გასაგებია, რომ იგი არის 'აჩუქა' მსჯელი სიტყვით აგებული მარტივი წართქმითი თხრობითი წინადადება და რომ 'მასწავლებელმა' მისი აუცილებელი სამსჯელო წევრია. გასაგებია ისიც, რომ 'აჩუქა' მსჯელი სიტყვით აგებულ ნებისმიერ მარტივ წართქმით თხრობით წინადადებაში Nმა ფორმის სახელებით წინადადების აუცილებელი წევრი მოგვეცემა. ამდენად, დასაბუთდა ამ ფორმის როგორც ფლექსიურობა, ისე ლოგიკურ ბრუნებაში ჩართულობა.

ახლა ვნახოთ როგორ ითარგმნება 'მასწავლებელმა მოსწავლეს წიგნი აჩუქა' წინადადება მათემატიკურ ენაში.

0. საწყისი ბიჯი:

შემოვიდა დასამუშავებლად 'მასწავლებელმა მოსწავლეს წიგნი აჩუქა.'

1. ჩაძირვის ბიჯის შედეგი:

'(მასწავლებელმა/Nმა)(მოსწავლეს/Nს)(წიგნი/Nი)[აჩუქა^3(^{c}Nმა, ^{c}Nს, ^{c}Nი)=t]'

2. ჩასმის ბიჯის შედეგი:

[აჩუქა^3(^{c}(მასწავლებელმა), ^{c}(მოსწავლეს), ^{c}(წიგნი))=t]'

3. პრედიკატიზაციის ბიჯის შედეგი:

$a_1 \in$ {მასწავლებელმა}$a_2 \in$ {მოსწავლეს}$a_3 \in$ {წიგნი}:[აჩუქა^3(a_1, a_2, a_3)=t]

კომენტარი: გათვითცნობიერებული მკითხველისათვის გასაგები უნდა იყოს, რომ თარგმნის პრობლემის ჩვენი გადაწყვეტები მონტეგიუს მთარგმნელი მეთოდებისაგან იმით განსხვავდება, რომ ჩვენ უხეში და პრიმიტიული თარგმანის ნაცვლად, იმის ხარჯზე, რომ ენობრივ სისტემას მათემატიკური საფუძვლებიდან ვუყურებთ, რეკონსტრუირებას ვუკეთებთ იმ ბუნებრივ მთარგმნელს, რომელიც ჩვენში ამ ამოცანასთან მიმართებაში უკვე არსებობს. – ის, რომ ჩვენი მიდგომებით მარტივი ენობრივი შინაარსების მათემატიკურ ენობრივ შინაარსებად თარგმნის პრობლემა ასე მარტივად წყდება, ჩვენი მიდგომების მართებულობის მნიშვნელოვანი დადასტურებაა.

უფრო გასაგები რომ იყოს ბრუნვის ნიშნების და ბრუნების გონითმოქმედებითი ფუნქციები, განვიხილოთ გართულებული მაგალითი. კერძოდ, უკვე ნაწილობრივ გაშუქებული მიდგომებით დავამუშაოთ შემდეგი წინადადება:

'ქართულის მასწავლებელმა ყველა მოსწავლეს დიდი წიგნი აჩუქა'

აქ ჩვენ დავეყრდნობით ადრე ჩვენს მიერ [46, 48, 52]-ში განხილულ მიდგომებს. ამ მიდგომებით 'ქართულის' არის Nის ტიპის ზედსართავული წარმონაქმნი. ეს იმას ნიშნავს, რომ იგი სინტაქსურად მარცხნივ ერთადგილიანი ოპერატორია და რეალიზაციას უკეთებს სამსჯელო

ითხოვს არა მარტო წერითმეტყველებითი, არამედ ზეპირმეტყველებითი ენობრივი სისტემა, რაც ბუნებრივია, ზოგად თემატიკასთან მიბმულ ცალკე ამოცანად აყენებს ქართული მეტყველების გამოცნობის პრობლემასაც. ამგვარად, გასაგებია, რომ ეს თემატიკა არ შეიძლება იყოს მხოლოდ ერთი მცირერიცხოვანი ჯგუფისა და მხოლოდ ერთი მიზნობრივი პროგრამის პრობლემატიკა და ისიც, რომ აქ არსებული საკითხების სახელმწიფოებრივი ორგანიზება ეროვნულ ინტერესთა შრეში მდებარე აუცილებლობას წარმოადგენს. – ცხადია, არც ის უნდა დავივიწყოთ, თუ როგორი ხანგრძლივი და ღრმა ჩამორჩენის ქვეშ იმყოფება ქართული ლოგიკურ-ლინგვისტური თვალსაზრისები და რომ ამ თანამედროვე მიზნებით ქართული ენა ფაქტიურად შეუსწავლელია. გასაგებია და გასათვალისწინებელია ისიც, რომ აღნიშნული ჩამორჩენის ერთ-ერთი ძირითადი მიზეზი საქართველოში მათემატიკური ლოგიკის გვიან ფორმირებულობაა, რამაც წარსულ წლებში ბუნებრივად განაპირობა თანამედროვე ლოგიკურ-ლინგვისტური თვალსაზრისებით ქართული ენისადმი თითქმის სრული უყურადღებობა.

სახელების თვისობრივად განმსაზღვრელ სიმრავლეს[1]. ამ გაგებით Nის ფორმა არ არის ბრუნებითი ფორმა. ანუ, ლოგიკური გრამატიკული თვალსაზრისებით Nის ფორმა პოლისემიურია და იგი ქართულ ენაში ორ განსხვავებულ ოპერატორულ ტიპს წარმოადგენს[2]. ამჯერად ჩვენ განვიხილავთ Nის($-_1$) ტიპს და შევეცდებით იმ ენობრივ მათემატიკურ მიზეზებში გარკვევას, რაც ამ ფორმის მარცხნივ ერთადგილიანობას განაპირობებს.

როგორც უკვე აღვნიშნეთ, სემანტიკურად, მხედველობაში გვაქვს სიმრავლური სემანტიკები, იგი თვისებითად განმსაზღვრელი სიმრავლეა. ამ სიმრავლის გასააზრებლად საკმარისია გავიაზროთ ყველაფერი ის, რაც შეიძლება იყოს 'ქართულის'. სიტყვა 'მასწავლებელმა', როგორც საგნობრივი სიმრავლე, წარმოადგენს 'ყველა მასწავლებელთა სიმრავლეს'. ამგვარად, გასაგები ხდება, რომ 'ქართულის (მასწავლებელმა)' ფრაზა, როგორც Nის($-_1$) ტიპის მარჯვნივ 1-ადგილიანი სიმრავლური ოპერაციის Nმა ტიპის სახელზე ოპერირებით მიღებული Nის(Nმა) ტიპის სამსჯელო სახელი, რეალიზაციას უკეთებს არა 'ყველა მასწავლებლების სიმრავლეს', არამედ 'მხოლოდ იმ მასწავლებლების სიმრავლეს, რომლებიც ქართულის მასწავლებლები არიან'. ამგვარად, ის სინტაქსური ოპერაცია, რომლითაც Nის($-_1$) სიტყვა-ოპერატორი 'ქართულის' მოქმედებს Nმა ტიპის სიტყვა-ოპერატორზე 'მასწავლებელმა' აზრითმეტყველებით ენობრივ-მათემატიკურ საფეხურზე რეალიზაციას უკეთებს უბრალო სიმრავლური თანაკვეთის ოპერაციას.

აქედან გამომდინარე ვასკვნით, რომ აზრითმეტყველებით ენაში 'ქართულის (მასწავლებელმა)' ფრაზის ჩაძირვისას, რომელიც Nის(Nმა) სინტაქსური აღნაგობის Nმა ტიპის გამოსახულებაა, სისტემა იცნობს რა სიტყვას 'ქართულის' Nის($-_1$) ტიპის სიტყვად, აგდებს მას აზრითმეტყველებით Nის($-_1$) ტიპის ჩარჩოში, რომელსაც, ჩვენი თვალთახედვით, (Nის$\frown-_{N\alpha}$) სახე აქვს და რომელიც თანაკვეთის 2-ადგილიანი ოპერაციის ბაზაზეა აგებული. (Nის$\frown-_{N\alpha}$) გამოსახულებაში მარცხენა ადგილის ქვედა $N\alpha$ ინდექსი გვანიშნებს იმაზე, რომ ეს ადგილი შეიძლება დაკომპლექტდეს ნებისმიერი $N\alpha\in${Nი, Nის, Nისკენ, Nისგან, Nისთვის, Nიდან, Nით, Nს, Nში, Nზე, Nად, Nამდე, Nთან, Nმა} ტიპის გამოსახულებით. აღნიშნული ჩაძირვის შედეგად აზრითმეტყველებით ენაში ვღებულობთ '(ქართულის$\frown-_{N\alpha}$)' ოპერატორს, რომელშიც '(მასწავლებელმა/Nმა)' სიტყვა-ოპერატორის ჩასმით იგივე აზრითმეტყველებით ენაში მიიღება '(ქართულის$\frown$მასწავლებელმა/Nმა)' ოპერატორი, რომელიც შედგენილი ანუ რთული Nმა ტიპის ჩასმის ენობრივ-მათემატიკური ოპერატორია. ანალოგიურად აღნიშნულისა აზრითმეტყველებით ენაში 'დიდი წიგნი' მათემატიზირდება, როგორც '(დიდი$\frown$წიგნი/Nი).

'ყველა (მოსწავლეს)' გამოსახულება, იქიდან გამომდინარე, რომ 'ყველა' კვანტორული შინაარსის სიტყვაა, კვანტიფიცირებულ სამსჯელო სიტყვად გაიგება. სიტყვა 'ყველა' მოქმედებს რა (მოსწავლეს/Nს) ოპერატორზე აკვანტიფიცირებს ანუ აცვლადებს სამსჯელო სიტყვას 'მოსწავლეს', რაც ჩასმის მანიშნებელ Nს სიმბოლოზე ზედა მარცხენა $\vee$ ინდექსის მიერთებით გამოიხატება. ეს საბოლოო ჯამში კვანტიფიცირებული ჩასმის შემდეგ ოპერატორს იძლევა '(ყველა(მოსწავლეს)/$^{\vee}$Nს)'. ამგვარად, დასამუშავებლად შემოსულ ფრაზაზე ჩაძირვის ბიჯით მოქმედების შედეგად ვღებულობთ:

1. ჩაძირვის ბიჯის შედეგი:

'(ქართულის$\frown$მასწავლებელმა/Nმა)(ყველა(მოსწავლეს)/$^{\vee}$Nს)(დიდი$\frown$წიგნი/Nი)

[აჩუქა[3](^{c}Nმა, ^{c}Nს, ^{c}Nი)=t]

---

[1] ჩვენი სიმრავლურ-თეორიული მიდგომებით არსებითი სახელები რეალიაზციას უკეთებენ საგნობრივ სიმრავლეებს, ზედსართავი სახელები კი თვისობრივ სიმრავლეებს და მონტეგიუსგან განსხვავებით ჩვენთან არცერთი მათგანი არ არის პრედიკატი.

[2] შემდეგ პუნქტში ჩვენ განვიხილავთ რა Nის ფორმას, როგორც ერთ-ერთ ბრუნვით ფორმას, ვნახავთ იმასაც, რომ გარეგნულად ერთი და იგივე მორფოლოგიური ფორმა სხვადასხვა ლოგიკურ-სინტაქსურ ოპერატორს უკეთებს რეალიზაციას, რის შემდგომაც ვნახავთ იმასაც, რომ ეს გარეგნულად ერთი და იგივე მორფოლოგიური ფორმები ლოგიკური გრამატიკის თვალთხედვით არ არიან ერთი და იგივე ფორმები.

კომენტარი: ‘ყველა’ აიწია ზემოთ, იმიტომ რომ იგი დამოუკიდებლად სიმრავლეს არ წარმოადგენს, იგი მხოლოდ აკვანტიფიცირებს ანუ აცვლადებს ‘მოსწავლეს’ სიტყვით მოწოდებულ სამსჯელო შინაარსს იგივე ‘მოსწავლეს’ სიტყვით მოწოდებულ სამსჯელო სიმრავლეზე.

2. ჩასმის ბიჯის შედეგი:

[აჩუქა^3(^{c}(ქართულის∩მასწავლებელმა), ^{v}(მოსწავლეს), ^{c}(დიდი∩წიგნი))=t]

კომენტარი: ყურადღება მივაქციოთ, რომ ამ ბიჯის შედეგად ‘აჩუქა’ პრედიკატის მეორე ადგილზე განთავსებული გამოსახულების ტიპი შეიცვალა და იგი ახლა ნაცვლად c ინდექსისა v სიმბოლოთია ინდექსირებული, რაც იმას ნიშნავს, რომ ამ ადგილზე განთავსებული სამსჯელო სახელი ცვლადური ბუნებით წარმოგვიდგენს სამსჯელო სიმრავლეზე ‘მოსწავლეს’ სიტყვით მოცემულ სამსჯელო შინაარსს.

3. პრედიკატიზაციის ბიჯის შედეგი:

a∈{ქართულის}∩{მასწავლებელმა}∀x∈{მოსწავლეს}b∈{დიდი}∩{წიგნი}[აჩუქა^3(a,x, b)=t]

კომენტარი: a და b შესაბამისად {ქართულის} და {მასწავლებელმა} სიმრავლეებზე განსაზღვრული კონსტანტებია, x კი {მოსწავლეს} სიმრავლეზე განსაზღვრული ცვლადია.

ამგვარად, ვნახეთ, რომ იგივეგვარი მიდგომებით მათემატიკურ ენაში მექანიკურად ითარგმნება გავრცობილი და კვანტიფიცირებული მარტივი წინადადებებიც, რაც ფრიად მნიშვნელოვანი მაჩვენებელია ამ მიდგომების ვარგისიანობისა. უფრო მეტიც, ჩვენ ვნახეთ, რომ ჩვენთან მათემატიკურ ენაზე თარგმნის პრობლემა დაიყვანება ბუნებრივი ენით მოცემული შინაარსების მათემატიკურ შინაარსებად გაგების პრობლემაზე, რაც პრინციპულად ცვლის თარგმნის პრობლემისადმი დღეს არსებულ დამოკიდებულებას.

ზედსართავი სახელების ბრუნების უკეთ გააზრების მიზნით განვიხილოთ შემდეგი წინადადება ‘კარგმა მასწავლებელმა კარგ მოსწავლეს კარგი წიგნი აჩუქა’ და ვნახოთ, როგორ ითარგმნება იგი მათემატიკურ ენაზე.

1. ჩაძირვის ბიჯის შედეგი:

‘(კარგმა∩მასწავლებელმა/Nმა)(კარგ∩მოსწავლეს)/Nს)(კარგი∩წიგნი/Nი)

[აჩუქა^3(^{c}Nმა, ^{c}Nს, ^{c}Nი)=t]

კომენტარი: ბიჯი ერთდროულად ითვალისწინებს ენის პირდაპირი ფორმალურ-ლოგიკური აღწერის შედეგების შესაბამისად დასამუშავებლად შემოსული წინადადების სიტყვების ტიპობრივ კლასიფიცირებას და ქართულ მარტივ წინადადებაში სიტყვათშორისი ცარიელი ადგილებით ნაგულისხმევი მათემატიკური ოპერაციების გამოცნობას. ამგვარად, გამოიცნო რა სისტემამ სიტყვები ‘კარგმა’, ‘კარგ’ და ‘კარგი’ როგორც Aმა, A- და Aი ლოგიკურ-სინტაქსური ტიპები, აზრითმეტყველებით ენაში მათ (Aმა∩$-_{Nმა}$), (A-∩$-_{N-}$) და (Aი∩$-_{Nი-}$) ენობრივ-მათემატიკური ოპერატორები შეუსაბამა. ანუ, თუ Nმა, Nს და Nი ტიპის სიტყვები აზრითმეტყველებით ენაში ითარგმნებიან ($-_1$/Nმა), ($-_1$/Nს) და ($-_1$/Nი) ენობრივ-მათემატიკურ ჩასმის ოპერატორებად, Aმა, A- და Aი ტიპის სიტყვები აზრითმეტყველებით ენაში თარგმნისას იძლევიან (Aმა∩$-_{Nმა}$), (A-∩$-_{N-}$) და (Aი∩$-_{Nი-}$) ერთადგილიან ენობრივ-მათემატიკურ ოპერატორებს.

ჩვენ ბოლოს ვნახავთ, რომ ლოგიკურ-გრამატიკული თვალსაზრისებით ქართულ ენაში ‘ი’ ნიშნით დაბოლოებული ზედსართავი სახელების ბრუნება იძლევა მხოლოდ აქ აღწერილ სამ ტიპს, რაც იმას ნიშნავს, რომ ქართულში ამ ტიპის ზედსართავი სახელები მხოლოდ ამ სამი ბრუნვითი ფორმით ხასიათდება და ვნახავთ იმასაც, რომ ის ზედსართავი სახელები რომლებიც ‘ი’ ნიშნით არ ბოლოვდება, როგორც ზედსართავი სახელი, საერთოდ არ იბრუნვის. ამ არაბრუნებად ზედსართავ სახელებს ჩვენ A ტიპში გავაერთიანებთ. რაც იმას ნიშნავს, რომ აზრითმეტყველებით ენაში ზედსართავები იძლევიან (Aმა∩$-_{Nმა}$), (A-∩$-_{N-}$), (Aი∩$-_{Nი-}$) და (A∩$-_{Nα}$)[1] ენობრივ-მათემატიკურ ოპერატორებს, რომელთაგან პირველის მარცხენა ადგილის

[1] ზოგადი ლოგიკურ-სინტაქსური თვალსაზრისებიდან გამომდინარე, შეიძლებოდა ან ამ მეოთხე ტიპზე გვეთქვა უარი და იგი განგვეხილა როგორც ამ სამი ტიპის სინტაქსურად განზოგადებული ვარიანტი, ან სასაფუძვლოდ აგვეღო ეს მეოთხე ტიპი და წინა სამი განგვეხილა ამ ტიპის სინტაქსურ ქვეტიპებად.

სინტაქსური განსაზღვრის არეა { Nმა} სიმრავლე, მეორის – [Nს, Nში, Nზე, Nად, Nამდე, Nთან} სიმრავლე, მესამის – {Nი, Nის, Nისკენ, Nისგან, Nისთვის, Nიდან, Nით} სიმრავლე, ხოლო მეოთხის - {Nი, Nის, Nისკენ, Nისგან, Nისთვის, Nიდან, Nით, Nს, Nში, Nზე, Nად, Nამდე, Nთან, Nმა} სიმრავლე.

მანამდე კი, გასაგები უნდა იყოს, რომ აზრითმეტყველებით ენაში (კარგმა∩–$N_{მა}$) საოპერატოროდ მიიღო რა (მასწავლებელმა/Nმა) ოპერატორი შედეგად მოგვცა (კარგმა∩მასწავლებელმა/Nმა) ოპერატორი. ანალოგიურია აზრითმეტყველებით ენაში (კარგ∩მოსწავლეს/Nს) და (კარგი∩წიგნი/Nი) ოპერატორების გენერაცია.

2. ჩასმის ბიჯის შედეგი:

[აჩუქა^3(^{c}(კარგმა∩მასწავლებელმა), ^{c}(კარგ∩მოსწავლეს), ^{c}(კარგი∩წიგნი)=t]

3. პრედიკატიზაციის ბიჯის შედეგი:

a_1∈{კარგმა}∩{მასწავლებელმა}a_2∈{კარგ}∩{მოსწავლეს}

a_3∈{კარგი}∩{წიგნი}: [აჩუქა^3(a_1, a_2, a_3)=t]

კომენტარი: თუ შევადარებთ ერთმანეთს ‘მასწავლებელმა მოსწავლეს წიგნი აჩუქა’, ‘კარგმა მასწავლებელმა კარგ მოსწავლეს კარგი წიგნი აჩუქა’ და ‘ქართულის მასწავლებელმა ყველა მოსწავლეს დიდი წიგნი აჩუქა’ წინადადებების პრედიკატიზირებულ მათემატიკურ თარგმანებს, ვნახავთ, რომ სამივე ეს წინადადება ზოგადი პრედიკატული თვალსაზრისებით ერთი და იგივე მიმართებას იძლევა. უბრალოდ, პირველ შემთხვევაში სიმრავლეები, რომელზედაც ეს მიმართება გვეწოდება, ანუ რომლებზედაც ისინი როგორც მსჯელობები ყალიბდებიან უფრო ვრცლადაა განსაზღვრული, მეორე შემთხვევაში იგივე ლინგვისტური მიმართებით მსჯელობა გვეწოდება უფრო შეზღუდულ სიმრავლეებზე, ხოლო მესამე შემთხვევაში პრედიკაცია მისი ერთ-ერთი საპრედიკატო სიმრავლის გასწვრივ უნივერსალურად კვანტიფიცირებული სახით გვაწვდის მსჯელობას. ამასთან, ჩვენს მიერ ზემოთ შემოთავაზებული ბუნებრივი სიმრავლურ-ოპერაციული და ფორმალურ-ლოგიკური მიდგომების მიხედვით[1], გასაგები ხდება ისიც, რომ მეორე წინადადებაში სამსჯელო სიმრავლეთა შეზღუდვას ზედსართავი სახელები აკეთებენ სიმრავლური თანაკვეთის ოპერაციით, და ისიც, რომ მესამე წინადადებაში პრედიკაციის კვანტიფიცირება გააკეთა კვანტორულმა სიტყვამ ‘ყველა’.

როგორც ვნახეთ, Nმა ბრუნვითი ფორმის მათემატიკური ფუნქცია არის ($–_1$/Nმა) ჩასმის მომზადება და მისი რეალიზაცია. აქვე შევნიშნოთ, რომ, ჩვენი მიდგომებით, ბრუნვითი ფორმის შესაბამისი ენობრივ-მათემატიკური ჩასმის მომზადება და რეალიზაცია არის ლოგიკური ბრუნვის ნიშნის ძირითადი არსი და მახასიათებელი.

2. Nის ფორმის ლოგიკურ ბრუნებაში ჩართულობის დასაბუთება:

განვიხილოთ ‘ეშინია’ და ‘ტოლია’ ლინგვისტური პრედიკატები ანუ მსჯელი სიტყვები. ‘[ეშინია(Nს;Nის)=t] და ‘[ტოლია(Nი;Nის)=t]’ მათი აღწერითი სახეებია. შესაბამისად ამისა, ‘ბავშვს ეშინია მგლის.’ და ‘ორი ტოლია სამის.’ მარტივი წართქმითი წინადადებებია. ორივე ამ წინადადებაში წინადადების ერთ-ერთი მთავარი სამსჯელო წევრი Nის ფორმით არის მოცემული, რაც ამ ფორმის ლოგიკურ ბრუნებაში ჩართულობას ადასტურებს. შესაბამისად ამისა, ვასკვნით, რომ ($–_1$/Nის) ენობრივ-მათემატიკური ჩასმის ოპერატორი ქართული აზრითმეტყველებითი ენის შემადგენელია.

---

[1] ეს ყველაფერი ცხადს და გასაგებს ხდის, თუ როგორი მკაცრი მათემატიკური სიზუსტით და დახვეწილი გემოვნებით ართმევს თავს ქართული ენა პრედიკაციების კვანტიფიკაციისა და მათემატიკური პრედიკატების განსაზღვრის საკითხებს, რაც აუცილებლობის წესით ითვალისწინებს არამხოლოდ კონკრეტული პრედიკატული მიმართების წარმოჩენას, არამედ ამ მიმართებების საპრედიკაციო არეების სიმრავლურ მოცემასაც. ამგვარად, ის რომ ქართული ენა მათემატიკური თვალსაზრისებით არის შეზღუდულპრედიკატებიანი და, შესაბამისად ამისა, შეზღუდულკვანტორებიანი ენობრივ-მათემატიკური თეორია, ცხადია. ეს კი, თავის მხრივ, იმას ნიშნავს, რომ მათემატიკისათვის ქართული ენის შესასწავლად კარი ღიაა და რომ იგი ამ მიმართულებით ქართული მათემატიკური ძალების მობილიზებას ელოდება.

განვიხილოთ ტოლობის $=(\sim_1;\sim_2)$ მათემატიკური მიმართება. იგი ორადგილიანი პრედიკატია და მათემატიკაში მისთვის ტრადიციულად ინფიქსური ნოტიფიკაცია გამოიყენება, რის გამოც მას შემდეგნაირადაც აღნიშნავენ $(\sim_1=\sim_2)$. ქართულ ენაში ეს მათემატიკური მიმართება გაგებულ უნდა იქნეს როგორც '[ტოლია(Nი;Nის)=t]' მსჯელი სიტყვის წინარე ზმნური შინაარსული ერთეული. თუმცა, ქართულში, თითქმის იგივე იდეა რაც მათემატიკაში '=' გამოსახულებებით არის აღნიშნული აღინიშნება სიტყვით 'ტოლობა', რომელიც 'ტოლია' ლინგვისტური პრედიკატის წინარე ზმნური შინაარსული ერთეულია.

როგორც აღვნიშნეთ, 'ტოლია' ლინგვისტური პრედიკატის აღწერითი სახეა [ტოლია(Nი,Nის)=t]. თუმცა, ზოგჯერ, ვისარგებლებთ აგრეთვე [ტოლია($\sim_{\text{ი}}$;$\sim_{\text{ის}}$)=t] აღმწერი გამოსახულებით. ასეთი აღწერები განპირობებულია იმით, რომ ქართულ ენაში ლინგვისტური მიმართება 'ტოლია' გამონაკლისების გარეშე სამსჯელოდ იერთებს მხოლოდ Nი და Nის ბრუნვით ფორმებში მყოფ სახელებს.

ცხადია, რომ '1=2', როგორც მათემატიკური ენის ჩანაწერი, არის $(\sim_1=\sim_2)$ პრედიკატით აგებული მცდარი მათემატიკური გამონათქვამი, ხოლო თხრობითი წინადადება 'ერთი ტოლია ორის.' არის მისი პირდაპირი ბუნებრივ ენობრივი თარგმანი. ამასთან, ჩვენი მიდგომებით, 'ერთი ტოლია ორის.' არის შემოკლებული ანუ ელიფსისური ფორმა 'ერთი ტოლია ორის=t' ენობრივ-მათემატიკური გამონათქვამისა. რაც შეეხება იმავე მათემატიკური გამონათქვამის '=(1,2)' პრეფიქსულ ვარიანტს, გასაგებია, რომ მის პირდაპირ ენობრივ თარგმანად 'ტოლია ერთი ორის.' თხრობითი წინადადება უნდა ჩაითვალოს. ამგვარად, თუ '$=(\sim_1;\sim_2)$' მათემატიკური პრედიკატის ადგილები ინდექსირებულია ნატურალური რიცხვებით, 'ტოლია' ლინგვისტური ანუ ენობრივ-მათემატიკური პრედიკატის სამსჯელო ადგილები ინდექსირდება 'ი' და 'ის' მორფემებით. გასაგებია, რომ ენობრივ-მათემატიკურ პრედიკატში 'ი' და 'ის' მორფემებით მონიშნულია ის ადგილები, რომელთა შესაბამისი ადგილებიც მათემატიკურ პრედიკატში შესაბამისად ინიშნება ნატურალური რიცხვებით 1 და 2. ანუ, [ტოლია($\sim_{\text{ი}}$;$\sim_{\text{ის}}$)=t] ორადგილიან ენობრივ-მათემატიკურ პრედიკატში 'ი' მორფემით მონიშნულია '$=(\sim_1;\sim_2)$' მათემატიკური პრედიკატის პირველი, ხოლო 'ის' მორფემით კი მეორე ადგილი. ამგვარად, შეიძლება ვივარაუდოთ, რომ მაბრუნებელი მორფემები მათემატიკური თვალსაზრისებით ინდექსატორებს წარმოადგენენ. ეს ხედვა გასაგებს ხდის ამ ნიშნების არასემანტიკური ანუ ფლექსიური ენობრივი ბუნების მიზეზებს. ცხადია, რომ წინადადებებში 'ერთი ტოლია ორის.', 'ერთი ნაკლებია ორზე' და 'ერთი მეტია ორზე' განსხვავება 'ერთი', 'ერთზე' და 'ერთის' სიტყვების შინაარსებს შორის გაიგება მხოლოდ შესაბამის ენობრივ-მათემატიკურ პრედიკატთან მათ განსხვავებულად დაინდექსირებულ მიმართებაში.

ამგვარად, ანალოგირების გზით, რაც, როგორც ჩანს, ინტუიციური დასკვნითი და დაკვირვებითი უნარების ერთ-ერთი სასაფუძვლო შემადგენელია, უფლება გვეძლევა იმის თქმისა, რომ ფრეგესეული მათემატიკური ენის პრედიკატები $=(\sim_1;\sim_2)$, $<(\sim_1;\sim_2)$, $>(\sim_1;\sim_2)$, როგორც წინარე ზმნური შინაარსული ერთეულები, ესაფუძვლება ქართულში [ტოლია($\sim_{\text{ი}}$;$\sim_{\text{ის}}$)=t], [ნაკლებია($\sim_{\text{ი}}$;$\sim_{\text{ზე}}$)=t] და [მეტია($\sim_{\text{ი}}$;$\sim_{\text{ზე}}$)=t] ენობრივ-მათემატიკური პრედიკატების გაგებას და რომ სამსჯელო სახელთა მაბრუნებელი მორფემები არიან ენობრივად მოცემული მაინდექსირებელი საშუალებები როგორც სამსჯელო ადგილებისა, ისე ამ ადგილების დამკავებელი სამსჯელო სახელებისა, რითაც ეს მაბრუნებელი მორფემები რეალიზებას უკეთებენ ლინგვისტური პრედიკატის სამსჯელო ადგილებზე შესაბამისი სამსჯელო სახელების ჩასმის ენობრივ-მათემატიკურ ოპერაციას.

ეს ვითარება კიდევ ერთხელ უსვამს ხაზს მათემატიკური და ბუნებრივი ენების მჭიდრო ურთიერთკავშირს. - თუ მონტეგიუსთვის აღმოჩენა იყო ფრეგესეულ ხელოვნურ მათემატიკურ ენობრივ თეორიებსა და ბუნებრივ ენობრივ სისტემებს შორის არსებული მსგავსებები, ჩვენ პირდაპირ ვამბობთ, რომ მათემატიკური ენაც ბუნებრივია და რომ იგი როგორც უფრო სიღრმისეული საფეხურის ბუნებრივი ენა, მონაწილეობას იღებს იმ ქვეცნობიერი ენობრივი ცოდნის ფორმირებაში, რომლის გარეშეც ჩვენი აზროვნებითი აქტივობა არც ახსნადია და არც გაგებადი.

დავუბრუნდეთ კვლავ [ტოლია(Nი,Nის)=t] მსჯელ სიტყვას და ‘ერთი ტოლია ორის.’ წინადადებას. ლოგიკური ანალიზი გვარწმუნებს, რომ ამ წინადადებებში სამსჯელო სიტყვები ‘ერთი’ და ‘ორის’ საკუთრივი კონსტანტებია. ამგვარად, გამოდის, რომ მარტივ წინადადებებში სამსჯელო სახელი სამსჯელო სიმრავლეზე გვეწოდება ან როგორც ცვლადი, ან როგორც არასაკუთრივი კონსტანტა, ან როგორც საკუთრივი კონსტანტა. შესაბამისად ამისა, ჩვენი მიდგომებით, [ტოლია(^{p}Nი,^{p}Nის)=t] არის ‘ტოლია’ მსჯელი სიტყვის სრული აღწერითი სახე. აქ ზედა p ინდექსი გვანიშნებს იმას, რომ ამ სამსჯელო ადგილზე სამსჯელო სახელი საკუთრივ კონსტანტად გაიგება (უფრო დეტალურად იხ. [50]).

3. Nისთვის ფორმის ლოგიკურ ბრუნებაში ჩართულობის დასაბუთება:

განვიხილოთ მსჯელი სიტყვა ‘უჩუქებია[3](Nს, Nისთვის, Nი)=t’ და წინადადება ‘მასწავლებელს მოსწავლისთვის წიგნი უჩუქებია.’. გასაგებია, რომ იგი არის ‘უჩუქებია’ მსჯელი სიტყვით აგებული მარტივი წართქმითი თხრობითი წინადადება და რომ ‘მოსწავლისთვის’ მისი აუცილებელი სამსჯელო წევრია. გასაგებია ისიც, რომ ‘უჩუქებია’ მსჯელი სიტყვით აგებულ ნებისმიერ მარტივ წართქმით თხრობით წინადადებაში Nისთვის ფორმით წინადადების აუცილებელი წევრი მოგვეცემა.

ამდენად, დასაბუთდა ამ ფორმის როგორც ფლექსიურობა, ისე ლოგიკურ ბრუნებაში ჩართულობა[1]. რაც შეეხება ‘ისთვის’ ბრუნვის ნიშნის ენობრივ-მათემატიკურ ფუნქციებს, გასაგები იქნება თუ ვიტყვით, რომ იგი სამსჯელო ადგილის და სამსჯელო სიტყვის ინდექსატორია და რომ იგი ამ ორმაგი ინდექსური მანიშნებლობით რეალიზებას უკეთებს ჩასმის ($-_{1}$/Nისთვის) ოპერატორს, რომელიც აზრითმეტყველებით ენაში განუყოფლად ებმის ამ ბრუნვით ფორმაში მყოფ სამსჯელო სახელს.

4. Nისკენ ფორმის ლოგიკურ ბრუნებაში ჩართულობის დასაბუთება:

განვიხილოთ მარტივი წართქმითი თხრობით წინადადება ‘მატარებელმა ჩვენსკენ შემოუხვია’. არ უნდა იყოს საკამათო, რომ ‘შემოუხვია’ მსჯელი სიტყვის შინაარსის გასაგებად აუცილებელია გავიაზროთ ის მოძრავი საგანი, რომელმაც შემოუხვია და ის, რომ ეს შემოხვევა მეტყველი პირისკენ იყო მიმართული. ის, რომ ეს ნამდვილად ასეა, ანუ ის, რომ ქართულ ენობრივ სტერეომეტრიაში მოძრაობის ამსახველი შინაარსები განიხილება საგნებთან და მეტყველ პირთან გარკვეულ ფარდობითობაში, დასტურდება ‘შემოუხვია’ – ‘შეუხვია’ დაპირისპირებით. ჩვენ არასდროს არ ვიტყვით არც იმას, რომ ‘მატარებელმა ჩემსკენ შეუხვია’ და არც იმას, რომ ‘მატარებელმა იქით შემოუხვია’. ამგვარად, ‘შემოუხვია’ მიმართული მოძრაობის ამსახველი შინაარსია და იგი ამ შინაარსს იძლევა მეტყველი პირის, მოძრავი საგნისა და კიდევ იმ ადგილის მინიშნებით, რომელიც წინადადებაში Nისკენ ფორმით მოიცემა. ამგვარად, ასეთი შინაარსები ერთ-ერთ სამსჯელო ადგილად მოძრაობის მიმართულების მომცემ სამსჯელო ადგილს ითხოვენ. აქედან გამომდინარე, გასაგები ხდება, რომ ჩვენი მიდგომებით ‘[შემოუხვია(Nმა; Nისკენ)=t]’ არის ‘შემოუხვია’ ზმნის აღწერითი სახე[2].

---

[1] ა. შანიძის არც ძირითად, არც გაფართოებულ ბრუნვით სისტემაში Nისთვის ფორმა ბრუნვით ფორმად არ განიხილება. - თუ ბრუნების მისეული განსაზღვრიდან გამომდინარე წინადადებებში ‘მასწავლებელმა მოსწავლეს წიგნი აჩუქა.’ და ‘ძაღლმა მოსწავლეს უკბინა’ სიტყვა ‘მოსწავლეს’ ბრუნვით ფორმაშია, რატომ არ არის წინადადებებში ‘მასწავლებელს მოსწავლისთვის წიგნი უჩუქებია.’ და ‘ძაღლს მოსწავლისთვის უკბენია’ სიტყვა ‘მოსწავლისთვის’ ასევე ერთ-ერთ ბრუნვით ფორმაში?

[2] ეს აღწერითი სახე, როგორც ჩანს არ არის სრული აღწერითი სახე ‘შემოუხვია’ ენობრივი მსჯელობისა. ანალიზი გვკარნახობს, რომ მისი შინაარსის სრულად გააზრებისათვის გარდა მოძრავი საგნისა და ამ საგნის ადგილისა საჭიროა გააზრებულ იქნეს მეტყველი პირის ანუ მეტყველების ადგილი და ის ადგილი, რომლითაც მეტყველების ადგილთან ფარდობითობაში მოძრაობის მიმართულებას ვიძლევით. ამგვარად, სრული ლოგიკური ანალიზი გვკარნახობს, რომ ‘შემოუხვია’ მსჯელი სიტყვის გასააზრებლად საჭიროა ერთდროულად მოძრავი სხეულის, მოძრავი სხეულის ადგილის, მეტყველების ადგილის და მოძრაობის მიმართულების მანიშნებელი საგნის გააზრება. ანუ, გამოდის, რომ აზრითმეტყველებით ანუ ენობრივ-მათემატიკურ საფეხურზე იგი 4-ადგილიანი მსჯელობაა და რომ მისი სუფთა ენობრივი ფორმა ამ ოთხადგილიანი ენობრივ-მათემატიკური მსჯელობის შემამოკლებელი ფორმაა, რაც, მთლიანობაში, კიდევ ერთხელ ადასტურებს მათემატიკური და ბუნებრივი ენების ურთიერთმიმართებათა საკითხში აღნიშვნათა თეორიით განსაზღვრული შესაძლებლობების პროდუქტულობას. – ეს საკითხი, ცხადია, შემდგომ სიღრმისეულ კვლევებს ითხოვს.

ამგვარად, წინადადებებში ‘მატარებელმა ზღვისკენ შემოუხვია’, ‘მატარებელმა ზღვისკენ შეუხვია’, ‘მატარებელმა ზღვისკენ გადაუხვია’, ‘მატარებელმა ზღვისკენ გადმოუხვია’ სიტყვით ‘ზღვისკენ’ წინადადების აუცილებელი წევრი მოგვეცემა. – ამით Nისკენ ფორმის ლოგიკურ ანუ მსჯელობით ბრუნებაში ჩართულობის საკითხი დადასტურდა. რაც იმასაც ნიშნავს, რომ იგი რეალიზებას უკეთებს ($-_1$/Nისკენ) ჩასმის ოპერატორს, რომელიც აზრითმეტყველებით ენაში განუყოფლად ებმის ამ ბრუნვით ფორმაში მყოფ სამსჯელო სახელს.

როგორც უკვე აღინიშნა, ‘[შემოუხვია(Nმა; Nისკენ)=t]’ არ არის ‘შემოუხვია’ მსჯელობის სრული აღწერითი სახე. ვფიქრობთ, რომ ‘[შემოუხვია(Nმა; Nიდან; Nისკენ; მეტყველების ადგილი)=t]’ ამ მსჯელობის გასრულებული აღწერითი სახეა. გასაგებია, რომ ‘მეტყველების ადგილით’ მონიშნული სამსჯელო ადგილის განსაზღვრის არე ერთელემენტიანი სიმრავლეა, და რომ Nიდან და Nისკენ ბრუნვითი ფორმებით მონიშნული ადგილების განსაზღვრის არეები ენობრივ სტერეომეტრიაში დამოკიდებულია იმავე ენობრივ სტერეომეტრიაში მეტყველი პირის ადგილზე. გასაგებია ისიც, რომ Nმა ადგილის სიმრავლური განსაზღვრის არე არ არის დამოკიდებული სხვა ადგილების განსაზღვრის არეებზე და ისიც, რომ ასეთი ენობრივი შინაარსების შესწავლისას მკვლევარს ზოგადი ფიზიკის კურსიდან ის ცოდნაც დასჭირდება, რომელიც მოძრაობათა საკითხებს ეხება.

ამგვარად, აზრითმეტყველებით ენაში სიტყვა ‘ზღვისკენ’ იძირება რა ზემომონიშნულ ოპერატორში (ზღვისკენ/Nისკენ) სახით ყალიბდება, რომელიც დეგრამატიზაციის შედეგად (ზღვა/Nისკენ) ფორმას იძლევა. ქვემოთ, გამომდინარე იქიდან, რომ ბრუნვის ნიშნების და ბრუნვითი ფორმების გონითმოქმედებითი ფუნქციები ერთგვარია, მათზე მხოლოდ განსაკუთრებულ შემთხვევებში გავმახვილდებით და ყურადღებას უფრო საკითხების სიმრავლურ-თეორიულ და ლოგიკურ-ლინგვისტურ შემადგენლებზე გადავიტანთ.

5. Nისგან ფორმის ლოგიკურ ბრუნებაში ჩართულობის დასაბუთება:

განვიხილოთ მარტივი წართქმითი თხრობითი წინადადება ‘ის კაცი იმ კაცისგან ერთგულებას ითხოვდა’. ამ წინადადებაში ‘კაცისგან’ წინადადების აუცილებელი წევრია რადგან ‘ითხოვდა’ შინაარსი შემჭიდროებულად ითვალისწინებს მას, ვინც ითხოვდა, იმ მას, ვისგანაც ითხოვდა და იმას, რასაც ითხოვდა. ამგვარად, ისეთი მარტივი წართქმითი თხრობითი წინადადების დაძებნით, რომლის ერთ-ერთი აუცილებელი წევრიც Nისგან ფორმით მოიცემა, დადასტურდა Nისგან ფორმის ლოგიკურ ბრუნებაში ჩართულობა და, შესაბამისად, დადასტურდა ისიც, რომ ($-_1$/Nისგან) ოპერატორი აზრითმეტყველებითი ენის ერთ-ერთი გონითმოქმედებითი ოპერატორია. გასაგებია, რომ იგი იერთებს Nისგან ბრუნვით ფორმაში მყოფ სახელს და მას ჩასასმელად მიმართავს ნებისმიერი ისეთი სამსჯელო სიტყვისკენ, რომლის ერთ-ერთი სამსჯელო ადგილი Nისგან ტიპისაა.

ამგვარად, ჩვენ უკვე დავასაბუთეთ, რომ ‘ითხოვდა’ ენობრივ-მათემატიკური პრედიკატის აღწერითი სახეა [ითხოვდა(Nი; Nისგან; Nს)=t]. და რომ იგი 3-ადგილიანი მსჯელი სიტყვაა. ამასთან, გასაგებია, რომ პირველი და მეორე ადგილების სიმრავლური განსაზღვრის არეები შინაარსულად ანუ საგნობრივად ერთტიპობრივი სიმრავლეებია, მაშინ როდესაც მესამე სამსჯელო ადგილის შინაარსული განსაზღვრის არე სრულიად განსხვავებული სახის სიმრავლეა. გასაგებია ისიც, რომ თხოვნის შინაარსი შეიძლება არამარტო საგანს უკავშირდებოდეს. უფრო მეტიც, ანალიზი სჭირდება იმას, თუ რამდენად გამართლებულია თხოვნის შინაარსის უშუალოდ საგანთან დაკავშირება. ამ საკითხს უფრო დეტალურად ქვემოთ განვიხილავთ. მანამდე შევნიშნოთ, რომ ჩვენთვის ‘იგი მისგან ითხოვდა, რომ მას მისთვის უარი არ ეთქვა’ მარტივი ანუ განუყოფელი წინადადებაა, რასაც იმით ვასაბუთებთ, რომ იგი ერთი მსჯელი სიტყვით აგებული ენობრივი შინაარსია და, აქედან გამომდინარე, მისი განუყოფლობის მიზეზი ‘ითხოვდა’ შინაარსის მთლიანობაა. ამგვარად, ჩვენთვის ‘რომ’ სიტყვა, როგორც ენობრივ-მათემატიკური ოპერატორი, ერთი მხრივ, გვაწვდის წინადადებრივ სამსჯელო შინაარსს,

მეორე მხრივ კი, როგორც რთული ჩასმის ოპერატორი, უზრუნველყოფს ამ წინადადებრივი[1] სამსჯელო შინაარსის ჩასმას მსჯელი სიტყვის შესაბამისი ტიპის სამსჯელო ადგილზე.

6. Nიდან ფორმის ლოგიკურ ბრუნებაში ჩართულობის დასაბუთება:

განვიხილოთ მარტივი წართქმითი თხრობითი წინადადება 'ციდან ვარსკვლავი ჩამოვარდა.'. ამ წინადადებაში 'ციდან' წინადადების აუცილებელი წევრია, რადგან 'ჩამოვარდა' მსჯელი სიტყვა გულისხმობს და, შესაბამისად ამისა, სამსჯელო მიმართებაშიც აყენებს იმ ადგილს, საიდანაც ეს ვარსკვლავი ჩამოვარდა. ამგვარად, განხილულ წინადადებაში 'ციდან' არის არა ადგილის გარემოება, არამედ არის წინადადების ერთ-ერთი აუცილებელი სამსჯელო წევრი. მართლაც, ამ წინადადებაში 'ციდან' რომ ადგილის გარემოება ყოფილიყო, მაშინ ის უმისოდ ენობრივად მოცემულ სურათს კი არ დაასრულებდა, არამედ უკვე მის გარეშე დასრულებულს სადმე დადებდა. ასე მაგალითად, წინადადებაში 'გუშინ ეზოში ბუდიდან ბარტყი გადმოვარდა' სიტყვა 'გუშინ' არის დროის გარემოება, სიტყვა 'ეზოში' კი - ადგილის გარემოება. ისინი უმისოდ უკვე დასრულებული ენობრივი მსჯელობით მოცემულ ენობრივ სურათს დროსა და სივრცეში ადგილს უჩენენ და, ამდენად, 'გადმოვარდა' ლინგვისტურ პრედიკატთან არ იმყოფებიან აუცილებელ სამსჯელო მიმართებაში. რაც შეეხება იმას, რომ სიტყვა 'ბუდიდან' არის 'გადმოვარდა' მსჯელი სიტყვის სამსჯელო სიტყვა განპირობებულია 'გადმოვარდა' მსჯელი სიტყვის შინაარსული, ლოგიკური და მორფოლოგიური კონსტრუქციით. მართლაც, 'გადმოვარდა' მსჯელი სიტყვისგან განსხვავებით 'დავარდა' მსჯელ სიტყვას Nიდან ფორმის სამსჯელო ადგილი არ მიემართება. ამგვარად, ჩვენი მიდგომებით, მარტივი წართქმითი წინადადების სინტაქსურ აღნაგობაზე, საზოგადოდ, არსებით გავლენას ახდენს ზმნური სიტყვის მორფოლოგიური აღნაგობა და მათ შორის ე.წ. ზმნური პრეფიქსებიც.

ამდენად, დასაბუთდა Nიდან ფორმის როგორც ფლექსიურობა, ისე ლოგიკურ ბრუნებაში ჩართულობა. რაც შეეხება 'იდან' ბრუნვის ნიშნის ფორმალურ-ლოგიკურ ფუნქციას, გასაგებია, რომ იგი რეალიზებას უკეთებს ფორმალური ჩასმის ($-_1$/Nიდან) ოპერატორს, რომელიც აზრითმეტყველებით ენაში განუყოფლად ებმის ამ ბრუნვით ფორმაში მყოფ სამსჯელო სახელს.

7. Nით ფორმის ლოგიკურ ბრუნებაში ჩართულობის დასაბუთება:

განვიხილოთ მარტივი წართქმითი თხრობითი წინადადებები. 'მე მხიბლავს ეს სახლი' და 'მე მოვიხიბლე ამ სახლით'. მკითხველისათვის გასაგები უნდა იყოს, რომ თუ 'მხიბლავს' არის 2-ადგილიანი და თუ მისი როგორც ლინგვისტური პრედიკატის მოკლე აღწერითი სახეა 'მხიბლავს(მე;Nი)' მაშინ 'მოვიხიბლე' ასევე არის 2-ადგილიანი ლინგვისტური პრედიკატი, რომლის მოკლე აღწერითი სახე არის 'მოვიხიბლე(მე;Nით)'. ამით ის, რომ 'მე მოვიხიბლე ამ სახლით' წინადადებაში სიტყვა 'სახლით' წინადადების აუცილებელი წევრი გვეწოდება და ის, რომ Nით ფორმა ჩართულ უნდა იქნეს ლოგიკურ ანუ მსჯელობით ბრუნებაში, დასაბუთებულია. რაც შეეხება 'ით' ბრუნვის ნიშნის აზრითმეტყველებით დანიშნულებას, გასაგებია, რომ იგი რეალიზებას უკეთებს ფორმალური ჩასმის ($-_1$/Nით) ოპერატორს, რომელიც აზრითმეტყველებით საფეხურზე განუყოფლად ებმება ამ ბრუნვით ფორმაში მყოფ სამსჯელო სახელს.

9 და 10. Nში და Nზე ფორმების ლოგიკურ ბრუნებაში ჩართულობის დასაბუთება:

'ვზივარ' მსჯელი სიტყვა ჩვენი მიდგომებით 2-ადგილიანი საგნობრივპირიანი ენობრივ-მათემატიკური პრედიკატია. მისი აღწერითი სახეა 'ვზივარ(მე;Nში/Nზე)', რაც იმას ნიშნავს, რომ მეორე არაუღლებადი სამსჯელო ადგილი ორტიპობრივია. ჩვენ ამგვარ აღწერაზე გაგვიყვანა 'ჯდომა' საგნობრივპირიანი წინარე ზმნური შინაარსული ერთეულის ლოგიკურ-სინტაქსურმა გააზრებამ. – კერძოდ კი იმან, რომ 'ჯდომა' გაიგება მხოლოდ იმ საგნობრივი პირისა და იმ საგნის ერთდროული გააზრებით, რომელზეც ან რომელშიც ეს პირი 'ზის'. ამგვარად, ჩვენთვის, წინადადებები 'კაცი ზის სკამზე' და 'კაცი ზის სავარძელში' არიან ქართული ენის მარტივი წართქმითი გაუვრცობელი წინადადებები. ანუ, ჩვენთვის ამ წინადადებებში 'სკამზე' და 'სავარძელში' ადგილის გარემოებებს არ წარმოადგენენ.

---

[1] გასაგებია, რომ წინადადებრივი სამსჯელო შინაარსი არ არის წინადადება. ამ საკითხებს უფრო დეტალურად ქვემოთ შევეხებით.

ამ ანალიზისა და შემოთავაზებული პრინციპის გათვალისწინებით დასაბუთდა Nში და Nზე ფორმების ლოგიკურ ანუ მსჯელობით ბრუნვით სისტემაში ჩართულობა და აზრითმეტყველებით ენაში ($-_1$/Nზე) და ($-_1$/Nში) ჩასმის ენობრივ-მათემატიკური ოპერატორების არსებობა. მიუხედავად ამისა, ქვემოთ განვიხილავთ კიდევ რამდენიმე მაგალითს ამ ფორმების ლოგიკურ-სინტაქსური ფუნქციების წარმოსაჩენად.

განვიხილოთ მარტივი წართქმითი თხრობითი წინადადება ‘კაცი უცვლის კაცს მსხალს ვაშლში’ და დავსვათ კითხვა ‘უცვლის’ მსჯელი სიტყვის ადგილიანობის შესახებ. გასაგებია, რომ ნებისმიერი ‘გაცვლა’, რომელიც ჩვენი მიდგომებით არის ორუღლებადადგილიანი მომქმედპირიანი წინარე ზმნური შინაარსული ერთეული, აზრდება ‘გაცვლა’ ვითარებაში მონაწილე ორი პირისა და ორი საგნის ერთდროული გააზრებით. ამგვარად, ‘გაცვლა’ არის 4-ადგილიანი ფუნქციონალური ოპერატორი. ახლა დავუბრუნდეთ ამ 4-ადგილიანი ფუნქციონალური ოპერატორის ლოგიკიზაციით ნაწარმოებ ‘[უცვლის=t]’ მსჯელ სიტყვას და მასთან ერთად განვიხილოთ იგივე ‘გაცვლა’ 4-ადგილიანი ფუნქციონალური ოპერატორისგან ნაწარმოები ‘[გაუცვალა=t]’ და ‘[გაუცვლია=t]’ ენობრივ-მათემატიკური პრედიკატები. მათი სრული აღწერითი სახეებია [უცვლის($N_{ი}$;Nს;Nს;Nში)=t], [გაუცვალა(Nმა;Nს;$N_{ი}$;Nში)=t], [გაუცვლია(Nს; Nისთვის; $N_{ი}$; Nში)=t]. ამგვარად, ჩვენთვის, წინადადებები ‘კაცი უცვლის კაცს მსხალს ვაშლში’, ‘კაცმა გაუცვალა კაცს მსხალი ვაშლში’ და ‘კაცს გაუცვლია კაცისთვის მსხალი ვაშლში’ მარტივი გაუვრცობელი წინადადებებია, რაც, თავის მხრივ, იმას ნიშნავს, რომ სიტყვით ‘ვაშლში’ ამ წინადადებებში აუცილებელი სამსჯელო წევრი მოგვეცემა. ეს Nში ფორმის ლოგიკურ ანუ მსჯელობით ბრუნებაში ჩართულობის საკითხს კიდევ ერთხელ ასაბუთებს.

განვიხილოთ წინადადებები ‘ბიჭმა წიგნი მაგიდაზე დადო’ და ‘ქათამმა კვერცხი დადო’. ჩვენთვის ორივე ეს წინადადება მარტივი გაუვრცობელი წინადადებაა. ამასთან, პირველ წინადადებაში სამსჯელო სიტყვა ‘დადო’ 3-ადგილიანი, ხოლო მეორეში კი იგივე ‘დადო’ 2-ადგილიანი სამსჯელო სიტყვაა[1].

ამ მიდგომებით ქართულ ენაში სიტყვა ‘დადო’ ლოგიკურ-სინტაქსური თვალსაზრისებით არაერთმნიშვნელოვანია. აქ იგი ორ განსხვავებულ მსჯელ სიტყვას უკეთებს ენობრივ რეალიზაციას. ამასთან, ჩვენი მიდგომებით, მათგან ერთი აღიწერება როგორც ‘დადო (Nმა; $N_{ი}$; Nზე), ხოლო მეორე როგორც ‘დადო(Nმა; $N_{ი}$), რაც სუფთა ენობრივ დონეზე არსებულ არაერთაზროვნების პრობლემას არსებითად ხსნის.

ამ საკითხზე ყურადღებას არც გავამახვილებდით, ეს რომ ერთჯერადი შემთხვევა იყოს, მაგრამ, როგორც ჩანს, საკმაოდ ხშირად ხდება ის, რომ ერთი ზმნით მრავალი შინაარსულად განსხვავებული მსჯელი სიტყვა რეალიზდება. ეს პოლისემიურობასთან დაკავშირებული სირთულეების გამო ერთ-ერთ ძირითად ხელის შემშლელ გარემოებად ითვლება ენობრივი სისტემების დაფუძნების მიზნით მიმდინარე კვლევებში. ამგვარად, ჩვენ ვნახეთ, რომ განვითარებული მიდგომები მარტივად ხსნიან ამ სახის პოლისემიურობასთან დაკავშირებულ სირთულეებს, რაც კიდევ ერთი მნიშვნელოვანი არგუმენტია აქ წარმოდგენილი ფორმალური მიდგომების ვარგისიანობისა.

11. Nად ფორმის ლოგიკურ ბრუნებაში ჩართულობის დასაბუთება:

განვიხილოთ წინადადება ‘კაცმა წყალი ღვინოდ გადააქცია.’. ამ წინადადებაში ან უნდა მივხვდეთ იმას, რომ ‘გადაქცია’ არის 3-ადგილიანი ენობრივ-მათემატიკური პრედიკატი, რომლის

---

[1] ის, რომ ეს მართლაც ასეა, დასტურდება შემდეგი წინადადებით: ‘მაგიდაზე ქათამმა კვერცხი დადო’. აქ თუ ‘დადო’ ზმნით მოცემულ შემასმენელს გავიგებთ, როგორც ‘დადო (Nმა; $N_{ი}$; Nზე)’ მსჯელ სიტყვას, მაშინ ‘მაგიდაზე’ წინადადების აუცილებელი სამსჯელო წევრი გამოდის, ხოლო თუ ‘დადო’ შემასმენელს გავიგებთ, როგორც ‘დადო (Nმა; $N_{ი}$;)’ მსჯელ სიტყვას, მაშინ ‘მაგიდაზე’ აღარ გამოდის წინადადების აუცილებელი წევრი და ამ შემთხვევაში იგი ადგილის გარემოების ფუნქციებს ასრულებს. ამგვარად, ჩვენი მიდგომებით აგებული წინადადებათა სინტაქსური სტრუქტურები ბევრად უფრო სრულად რეაგირებენ მათ ბუნებრივ შინაარსულ თავისებურებებზე, ვიდრე იმავე წინადადებებისათვის დღეს არსებული სინტაქსური მიდგომებით აგებული სტრუქტურები, რაც ჩვენი მიდგომების პროდუქტულობის კიდევ ერთი მნიშვნელოვანი დასტურია.

სრული ლოგიკურ-სინტაქსური აღწერითი სახეა ‘გადააქცია(Nმა; Nი; Nად)’, ანდა იმას, რაც კაცმა გააკეთა ვერ გავიგებთ[1]. ამგვარად, ჩვენი მიდგომებით ეს წინადადება არის მარტივი წართქმითი თხრობითი წინადადება და, შესაბამისად ამისა, ამ წინადადებაში ‘ღვინოდ’ არის არა რაიმეგვარი გარემოება, არამედ იგი, ისევე როგორც ამ წინადადების ყველა დანარჩენი სახელი, არის წინადადების აუცილებელი სამსჯელო წევრი, რაც Nად ფორმის ლოგიკურ ანუ მსჯელობით ბრუნებაში ჩართულობის საკითხს დადებითად წყვეტს. გარდა ამისა, დასაბუთდა ისიც, რომ Nად ფორმა აზრითმეტყველებით ენაში რეალიზებას უკეთებს ფორმალური ჩასმის (–1/Nად) ოპერატორს, რომელიც განუყოფლად ებმის ამ ბრუნვით ფორმაში მყოფ სამსჯელო სახელს.

12. Nამდე ფორმის ლოგიკურ ბრუნებაში ჩართულობის დასაბუთება:

განვიხილოთ წინადადებები: ‘ვაბამ თოკს ამ ხიდან იმ ხემდე’, ‘გავაბი თოკი ამ ხიდან იმ ხემდე’ და ‘ამ კაცს გაუბია თოკი ამ ხიდან იმ ხემდე’.

კლასიკური მიდგომებით ეს წინადადებები მარტივი გავრცობილი წინადადებებია. ისინი შესაბამისად აგებულნი არიან ორპირიანი ზმნებით ვაბამ(მე, მას), გავაბი(მე, ის) და გაუბია(მას, ის). აქედან გამომდინარე, ‘ამ ხიდან’ და ‘იმ ხემდე’ ამ წინადადებების არამთავარი წევრებია.

ჩვენ ვთვლით, რომ ამ წინადადებების ასეთი სინტაქსური ანალიზი მიუღებელია როგორც შინაარსული, ისე ლოგიკური თვალსაზრისებითაც. ანუ იმ თვალსაზრისებით, რომლებიც, ჩვენი მიდგომებით, ნებისმიერი ენობრივი სისტემისთვის დომინანტური კატეგორიებია.

ჩვენი ხედვებით, მარტივი წინადადების დამხმარე წევრებმა არსებითად არ უნდა შეცვალოს წინადადების ძირითადი წევრით ანუ წინადადების ამგები მსჯელი სიტყვით მათ გარეშე უკვე მოცემული სურათი. ანუ, მკითხველს ამით ჩვენ კიდევ ერთ მეთოდს ვთავაზობთ იმის გასარკვევად წინადადების ესა თუ ის წევრი წინადადების აუცილებელი წევრია, თუ არა. - ამგვარად, თუ წინადადების რომელიმე წევრის გამოკლებით წინადადების ამგები ლინგვისტური პრედიკატით მოცემული მსჯელი შინაარსი არსებითად იცვლება, მაშინ უნდა ვივარაუდოთ, რომ ეს წევრი წინადადების აუცილებელი წევრი ყოფილა.

ახლა დავუბრუნდეთ წინადადებას ‘ვაბამ თოკს ამ ხიდან იმ ხემდე’ და განვიხილოთ ამავე წინადადების ამგები ვაბამ(მე,მას) ორპირიანი ზმნისაგან აგებული წინადადება ‘ვაბამ ძაღლს.’. გასაგებია, რომ ამ წინადადების ‘ვაბამ’, როგორც ვითარება, არსებითად განსხვავდება ‘ვაბამ თოკს ამ ხიდან იმ ხემდე’ წინადადებაში იგივე ‘ვაბამ’ სიტყვით მოცემული ვითარებისაგან. ამის გამოა, რომ ერთი ‘ვაბამ’ სერიების გასწვრივ გვაძლევს ‘დავაბი – დამიბია (=დამიბამს)’ ფორმებს, ხოლო მეორე ‘ვაბამ’ იგივე სერიების გასწვრივ იძლევა ზმნური ფორმების ‘გავაბი – გამიბია (=გამიბამს)’ დაწყვილებას.

ამგვარად, მიუხედავად იმისა, რომ წინადადებები ‘ვაბამ თოკს ამ ხიდან იმ ხემდე’ და ‘ვაბამ ძაღლს’ ერთი და იგივე ‘ვაბამ’ ზმნით არის აგებული, ისინი სრულიად განსხვავებულ ‘ვაბამ’ მსჯელ სიტყვებს გვააზრებინებენ.

აქედან გამომდინარე, ცხადია, რომ თუ ამ წინადადებების ანალიზისას ეს არ იქნა გათვალისწინებული და თუ ამ ანალიზს, როგორც ეს დღეს არის, მხოლოდ პირთა სინტაქსურ მიმართებაზე ავაწყობთ, მივიღებთ გასაანალიზებელი შინაარსების არაადეკვატურად ამსახველ გრამატიკულ ფორმებსა და სტრუქტურებს, რომელთაც, ჩვენი სიღრმისეული მიზნების

[1] წინადადებაში ‘კაცმა გადააქცია წყალი’, რომელიც არ არის გამორიცხული, რომ მხოლოდ კუთხური ფორმაა (ეს ჩვენთვის არაარსებითია!), სიტყვა ‘გადააქცია’ არის 2-ადგილიანი ლინგვისტური პრედიკატი და იგი აღიწერება როგორც ‘გადააქცია(Nმა; Nი). ამგვარად, ქართულ ენაში გვაქვს ერთი ზმნური სიტყვა ‘გადააქცია’, რომლითაც ქართულ ენობრივ-აზროვნებით სისტემაში რეალიზდება ორი განსხვავებული მსჯელი სიტყვა ‘გადააქცია(Nმა; Nი)’ და ‘გადააქცია(Nმა; Nი; Nად)’. ის, ვისაც გააზრებული აქვს მხოლოდ ‘გადააქცია(Nმა; Nი)’ და არ აქვს წარმოდგენა ‘გადააქცია(Nმა; Nი; Nად)’ ენობრივ-მათემატიკურ პრედიკატზე, ცხადია, ვერაფრით ვერ გაიაზრებს ‘კაცმა წყალი ღვინოდ გადააქცია’ წინადადების შინაარსს.

გათვალისწინებით, ბუნებრივია, არ შეიძლება ჰქონდეთ[1] არსებითი და სასაფუძვლო დატვირთვები.

ამგვარად, ჩვენს მიერ შემოთავაზებული ლოგიკურ-გრამატიკული მიდგომებით წინადადებაში 'ვაბამ თოკს ამ ხიდან იმ ხემდე' სიტყვა 'ვაბამ' როგორც მსჯელი სიტყვა უნდა აღიწეროს როგორც [ვაბამ(მე;Nს;Nიდან;Nამდე)=t], რაც იმას ნიშნავს, რომ ეს ენობრივ-მათემატიკური პრედიკატი მსჯელობს ოთხ სუბსტანციაზე და რომ იგი შინაარსულადაც და ლოგიკურადაც არსებითად განსხვავდება [ვაბამ(მე;Nს;Nით)=t] ზმნური მსჯელი სიტყვისგან, რომლითაც აგებულია არასრული წინადადება 'ვაბამ ძაღლს'. ახლა გასაგები უნდა იყოს, რომ [გავაბი(მე;Nი;Nიდან;Nამდე)=t] და [გამიბია(მე;Nი;Nიდან;Nამდე)=t] 4-ადგლიანი ენობრივ-მათემატიკური პრედიკატებით აგებული წინადადებები 'გავაბი თოკი ამ ხიდან იმ ხემდე' და 'ამ კაცს გაუბია თოკი ამ ხიდან იმ ხემდე' ჩვენთვის წართქმითი მარტივი გაუვრცობელი თხრობითი წინადადებებია და რომ ამ წინადადებებში Nამდე ფორმაში მყოფი სახელით წინადადების აუცილებელი წევრი მოგვეწოდება. ეს კი ჩვენს მიერ შემოთავაზებული პრინციპის გათვალისწინებით ასაბუთებს იმას, რომ Nამდე ჩართულ უნდა იქნეს ლოგიკური ბრუნების სისტემაში. ამასთან, საბუთდება ისიც, რომ ეს ბრუნვა ქართულ აზრითმეტყველებით ენაში რეალიზებას უკეთებს ჩასმის ($-_1$/Nამდე) ოპერატორს.

შევნიშნოთ, რომ სიმრავლურ-სემანტიკური თვალსაზრისებით სერიიდან სერიაში ერთი და იგივე მსჯელი სიტყვის გადატანით, როგორც წესი, არ იცვლება მსჯელი სიტყვის სამსჯელო ადგილების განსაზღვრის არეთა შინაარსული სიმრავლური ტიპი. ანუ, [გავაბამ(მე; Nს; Nიდან; Nამდე)=t], [გავაბი(მე; Nი; Nიდან; Nამდე)=t] და [გამიბია(მე; Nი; Nიდან; Nამდე)=t] მსჯელ სიტყვებს, მიუხედავად იმისა, რომ ისინი სერიების გასწვრივ არსებული სინტაქსური თავისებურებებით განსხვავდებიან, სამსჯელო ადგილთა ზოგადი შინაარსული ტიპი არ შეუცვლიათ. – ეს, როგორც ჩანს, არსებითი თვისებაა ქართული ენის ლოგიკური წესრიგისა. კითხვაზე 'ვინ გააბა თოკი ამ ხიდან იმ ხემდე?' ენა პასუხობს ან 'ამ ხიდან იმ ხემდე თოკი მას გაუბია', ან და კიდევ 'ამ ხიდან იმ ხემდე თოკი მან გააბა' წინადადებებით, რაც ლოგიკური თვალსაზრისებით ქართული ზმნური სისტემის გადალაგებისკენ სასაფუძვლო ხედვებს გვაწვდის. მნიშვნელოვანია აგრეთვე, 'ამ ხიდან იმ ხემდე თოკი მას არ გაუბია' და 'ამ ხიდან იმ ხემდე თოკი მან არ გააბა' წინადადებათა ანალიზი ქართული ენის ლოგიკური თავისებურებათა უფრო სრული გაცნობიერებისათვის, რაც ჩვენი შემდგომი კვლევების ერთ-ერთი მთავარი ორიენტირია.

ახლა განვიხილოთ კითხვითი წინადადება - 'ვინ გააბა თოკი ამ ხიდან იმ ხემდე?' და გავაკეთოთ მისი მათემატიკური თარგმანი, რაც ჩვენთვის ამ წინადადების მათემატიკური ანუ აზრითმეტყველებითი საფეხურის გაგების მოძიებას ნიშნავს.

0. საწყისი ბიჯი:

შემოვიდა დასამუშავებლად: ვინ გააბა თოკი ხიდან ხემდე?

1. ჩაძირვის ბიჯის შედეგი:

$(\tau^{?}a\in N/N$მა$)$[გააბა(^{c}Nმა;^{c}Nი;^{c}Nიდან;^{c}Nამდე)=t](თოკი/Nი)(ხიდან/Nიდან)(ხემდე/Nამდე)

კომენტარი: აქ $(\tau^{?}a\in N/N$მა$)$ არის 'ვინ' სიტყვის მათემატიკური შესატყვისი, ხოლო $\tau^{?}a$ არის ინტელექტუალური ოპერატორი, რომელიც ჰილბერტისეული τa ოპერატორის ბუნებრივ გაფართოებას წარმოადგენს და რომელიც, როგორც ჩანს, არის 'ვინ?' ბუნებრივ-ენობრივი ოპერატორის უნივერსალური მათემატიკური შესატყვისი.

---

[1] წინადადებათა ასეთი არასწორი სინტაქსურ-სემანტიკური ანალიზი არათუ არაფერს მოგვცემს მანქანებთან ბუნებრივ-ენობრივი ინტელექტუალური ურთიერთობის ლოგიკურ-ლინგვისტური ამოცანის გადაწყვეტაში, არამედ, პირიქით, ხელსაც კი შეგვიშლის ამ მაღალი სირთულის მათემატიკური ამოცანის ამომხსნელი გზების ძიებაში. იგი ასევე ხელშემშლელი იქნება ისეთი, ასევე მეტად მნიშვნელოვანი საკითხების გადაწყვეტაში, როგორებიცაა ქართული ენის სრული მანქანური ანუ კომპიუტერული მართლმწერისა და ქართულისათვის ავტომატური მთარგმნელი პროგრამული სისტემების აგების ამოცანები. გარდა ამისა, განსაკუთრებით ხაზგასასმელია, რომ ზოგადი შინაარსული და ლოგიკური თვალსაზრისებით წინადადებათა ასეთ არასწორ გრამატიკულ ანალიზირებას არ შეიძლება არ ახლდეს უარყოფითი შედეგები მოსწავლეებში ლოგიკურად გამართული ენობრივ-აზროვნებითი ჩვევების ჩამოყალიბება-განვითარების უმნიშვნელოვანესი მიზნებიდან გამომდინარეც.

2. ჩასმის ბიჯის შედეგი:

[გააბა($\tau^?$ a^c∈Nმა; ^{c}(თოკი); ^{c}(ხიდან); ^{c}(ხემდე)=t]

3.პრედიკატიზაციის ბიჯის შედეგი:

$\tau^?$ a^c∈Nმა a_1∈{თოკი} a_3∈{ხიდან} a_4∈{ხემდე}: [გააბა(a^c; a_1; a_2; a_3)=t]

კომენტარი: ჩვენ მივიღეთ ლინგვო-ლოგიკური განტოლება. კერძოდ ვიცით, რომ a_1 თოკი a_2 ხიდან a_3 ხემდე გააბა {Nმა} სიმრავლის ვიღაც a^c წევრმა. აღსანიშნავია, რომ განსახილველ წინადადებაში {Nმა} სიმრავლე არ კონკრეტდება, რაც ძებნის სივრცეს განავრცობს ამ ადგილის მთლიან განსაზღვრის არეზე. ეს იმას ნიშნავს, რომ 'ვინ (რომელმა) სტუდენტმა გააბა თოკი ამ ხიდან იმ ხემდე?' წინადადების შემთხვევაში ჩვენ ამ ბიჯის შედეგში გვექნებოდა

$\tau^?$ a^c∈{სტუდენტმა} a_1∈{თოკი} a_1∈{ხიდან} a_1∈{ხემდე}: [გააბა($a^{?c}$; a_1; a_2; a_3)=t]

ლინგვო-ლოგიკური განტოლება, რომელიც წინა განტოლებისაგან განსხვავდება იმით, რომ აქ საძებნი სივრცე დაკონკრეტებულია შემზღუდავი პირობით. ანუ, ამ მაგალითში, იმ ვინს, რომელმაც 'თოკი გააბა ამ ხიდან იმ ხემდე', ვეძებთ სტუდენტთა სიმრავლეში. ამგვარად არსებული მიდგომები იძლევა არა მარტო თხრობითი, არამედ კითხვითი წინადადებების თარგმანსაც, რომელიც თარგმანში დასამუშავებელი ინტელექტუალური პროცედურის სახით ერთუცნობიან ლინგვო-ლოგიკურ განტოლებას გვაწვდის.

ამგვარად, შემოთავაზებული მიდგომებით გავდივართ ე.წ. ლინგვო-ლოგიკურ განტოლებათა თეორიის განვითარებისათვის აუცილებელ საფუძვლებზე, რაც, ცხადია, ქართულ ენაში ბუნებრივი მტკიცებების თეორიასთან ერთად სხვადასხვა ძალის აქსიომური ენობრივ-მათემატიკური თეორიების ამგებ ერთ-ერთ ძირითად ინსტრუმენტად უნდა იქცეს. ამ მაგალითიდან ჩანს ისიც, თუ რა მნიშვნელოვან დატვირთვებს იღებს აღნიშნულ საკითხებში ჰილბერტის τ ოპერატორი, რომლის კიდევ ერთ ლინგვისტურ გამოყენებაზე ჩვენ უკვე გვქონდა საუბარი [51]-ში.

13. Nთან ფორმის ლოგიკურ ბრუნებაში ჩართულობის დასაბუთება:

განვიხილოთ წინადადება 'ბიჭი მივიდა გოგოსთან' და 'ბიჭი მივიდა ზღვასთან'. კლასიკური მიდგომებით ეს წინადადებები მარტივი გავრცობილი წინადადებებია. მათი შესაბამისი მარტივი გაუვრცობელი წინადადებაა 'ბიჭი მივიდა.'. ჩვენი მიდგომებით ეს ზოგადი შინაარსული და ლოგიკური თვალსაზრისებით გაუმართლებელი ხედვაა. ჩვენთვის, გამომდინარე იქიდან, რომ 'მივიდა' შინაარსულად და შემჭიდროებულად თავის თავშივე განუყოფლად მატარებელია იმ სამსჯელო შინაარსისა, რომელიც გვკარნახობს იმას, თუ ვისთან ან რასთან მივიდა ბიჭი, 'ბიჭი მივიდა' არ არის დასრულებული შინაარსი. სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ, 'ბიჭი მივიდა' არის დაუსრულებელი შინაარსი, რადგან კითხვას, 'რატომ მივიდა ბიჭი?' ვერც გავიგებთ და ვერც ვერაფრით ვერ ვუპასუხებთ, თუ იმასაც არ გავითვალისწინებთ თუ ვისთან, ან რასთან მივიდა იგი. კიდევ სხვა სიტყვებით, იგივე ასე საბუთდება: კითხვა 'რატომ მივიდა ბიჭი?' მხოლოდ იმ შემთხვევაშია გასაგები, თუ ის ვისთანაც ან რასთანაც მივიდა ნაგულისხმევობით კითხვასთან ერთად გვეწოდება. ანუ, 'ბიჭი მივიდა', რომ დასრულებული შინაარსი იყოს ეს ნაგულისხმევობა საჭირო არ იქნებოდა ამ კითხვის გასაგებად და, შესაბამისად, ამ კითხვაზე პასუხის გასაცემად[1]. რაც შეეხება 'სად მივიდა ბიჭი?' შეკითხვას, ესეც გაუგებარი იქნებოდა, რომ არა ნაგულისხმევობით ანუ შემჭიდროებულად ის, რომ 'იგი სადღაც მივიდა' არ იყოს გატარებული 'მივიდა' მსჯელ სიტყვაში. ანუ, ასე რომ არ იყოს,

---

[1] როგორც ჩანს, კითხვა - რატომ? ფუნდამენტურია ზოგად კოგნიტური თვალსაზრისებითაც. ვისარგებლოთ მათემატიკური ანალოგიით: დავუშვათ ვინმე ამბობს, რომ 'ორის კვადრატი მეტია ოთხზე'. ასეთ შემთხვევაში კითხვა 'რატომ?' არ არის უადგილო. მაგრამ თუ ვინმე იტყვის, რომ 'ორის კვადრატი მეტია' და ამ ნათქვამს თუ ვინმე კითხვად დაუყენებს 'რატომ?', იგი ან უადგილო კითხვას სვამს, ან მას აზრითმეტყველებით საფეხურზე დასრულებული აქვს ორადგილიანი 'მეტია' პრედიკატით ზემოთ დაუსრულებლად მოცემული შინაარსი, რომელიც მის ამ დაუსრულებლობაში ერთადგილიან პრედიკატს იძლევა, რაც ამ შემთხვევაში კითხვის უადგილობის ამხსნელი მიზეზია. – შეუმდგარ ვითარებაზე რატომ კითხვა არ ისმის! – შემეცნებითი თვალსაზრისებით 'რატომ?' კითხვის ამ ფუნდამენტურობიდან გამომდინარე მნიშვნელოვანია 'მიდის' და 'მივიდა' მსჯელი სიტყვების პრედიკატული ლოგიკურ-ლინგვისტური ანალიზი. ამ კითხვას ჯერჯერობით ღიად ვტოვებთ.

კითხვა ‘სად მივიდა ბიჭი?’ ‘ბიჭი მივიდა’ წინადადებასთან ისეთივე უადგილო[1] კითხვა იქნებოდა, როგორი უადგილოც იგი არის ‘ბიჭი წავიდა’ ან ‘ბიჭი დადის’ წინადადებებთან.

ამგვარად, ჩვენ დასაბუთებულად ვთვლით, რომ ‘ბიჭი მივიდა ზღვასთან’ წინადადებაში ‘ზღვასთან’ წინადადების აუცილებელი სამსჯელო წევრია და, შესაბამისად, ჩვენთვის ‘მივიდა’ პრედიკატის აღწერითი სახეა ‘[მივიდა(Nი;Nთან)=t]’. აქედან გამომდინარე, ზემოგანხილულ წინადადებებში სიტყვებით ‘გოგოსთან’ და ‘ზღვასთან’ წინადადების მთავარი წევრები გვეწოდება. ეს კი, იმის გათვალისწინებით, რომ ეს სახელები Nთან ფორმის სახელებია, ასაბუთებს Nთან ფორმის როგორც ფლექსიურობას, ისე მისი ლოგიკური ბრუნების სისტემაში ჩართულობას, რაც იმას ნიშნავს, რომ აზრითმეტყველებით საფეხურზე იგი რეალიზებას უკეთებს ჩასმის (–1/Nთან) ოპერატორს, რომელიც მარტივ წინადადებაში განუყოფლად ახლავს ამ ბრუნვითი ფორმით მოცემულ სამსჯელო სახელს.

ამით, შემოთავაზებული მარტივი პრინციპის საფუძველზე, უკვე დასაბუთდა ზემოგანხილული 14 გრამატიკული ფორმის ლოგიკურ ანუ მსჯელობით ბრუნებით სისტემაში ჩართულობის აუცილებლობა. ჩვენ არ გამოვრიცხავთ, რომ ეს სია შეივსოს ახალი, ჯერ არ განხილული გრამატიკული ფორმებით. არც იმას გამოვრიცხავთ, რომ ამ ფორმებიდან რომელიმეზე, როგორც ბრუნვით ფორმაზე, უფრო სიღრმისეული ანალიზის საფუძველზე უარი ითქვას. მაგრამ, ის პრინციპი, რომლის მიხედვითაც რაიმე ფორმა უნდა ჩაირთოს, ან არ უნდა ჩაირთოს ლოგიკური ბრუნების სისტემაში, ვფიქრობთ, შეიცვლება მხოლოდ იმ შემთხვევაში, თუ უარს ვიტყვით აზროვნების პრედიკატულობის ფუნდამენტურ პრინციპზე. - ანუ, თუ ეჭვს შევიტანთ იმაში, რომ აზრი, რომელიც ადასტურებს ან უარყოფს რაიმეს, არ შეიძლება არსებობდეს იმ სიტყვის (ან სიტყვების) გარეშე, რომელზეც (ან რომლებზეც) აზრი გამოითქმის და არ შეიძლება აგრეთვე იგი არსებობდეს იმ სიტყვის გარეშე, რომლითაც ეს აზრი გამოითქმის.

არსებითი სახელების ლოგიკური ბრუნების ცხრილი

ბრუნვათა სახელები	**დაბოლოების მიხედვით ბრუნვათა ზოგადი ტიპები**				
	ი-ბრუნება	**ე-ბრუნება**	**ა-ბრუნება**	**ო-ბრუნება**	**უ-ბრუნება**
	I	II	III	IV	V
1.1 Nი ბრუნვა	კაც-ი	ხე	ჭა	რკო	ბუ
1.2 Nის ბრუნვა	კაც-ის	ხ-ის	ჭ-ის	რკო-ს	ბუ-ს
1.3 Nისთვის ბრუნვა	კაც-ისთვის	ხ-ისთვის	ჭ-ისთვის	რკო-სთვის	ბუ-სთვის
1.4 Nისკენ ბრუნვა	კაც-ისკენ	ხ-ისკენ	ჭ-ისკენ	რკო-სკენ	ბუ-სკენ
1.5. Nისგან ბრუნვა	კაც-ისგან	ხ-ისგან	ჭ-ისგან	რკო-სგან	ბუ-სგან
1.6 Nიდან ბრუნვა	კაც-იდან	ხ-იდან	ჭ-იდან	რკო-დან	ბუ-დან
1.7 Nით ბრუნვა	კაც-ით	ხ-ით	ჭ-ით	რკო-თი	ბუ-თი
2.1 Nს ბრუნვა	კაც-ს	ხე-ს	ჭა-ს	რკო-ს	ბუ-ს
2.2 Nში ბრუნვა	კაც-ში	ხე-ში	ჭა-ში	რკო-ში	ბუ-ში
2.3 Nზე ბრუნვა	კაც-ზე	ხე-ზე	ჭა-ზე	რკო-ზე	ბუ-ზე
2.4 Nად ბრუნვა	კაც-ად	ხე-დ	ჭა-დ	რკო-დ	ბუ-დ
2.5 Nამდე ბრუნვა	კაც-ამდე	ხე-მდე	ჭა-მდე	რკო-მდე	ბუ-მდე
2.6 Nთან ბრუნვა	კაც-თან	ხე-სთან	ჭა-სთან	რკო-სთან	ბუ-სთან
3.1 Nმა ბრუნვა	კაც-მა	ხე-მ	ჭა-მ	რკო-მ	ბუ-მ

ცხრილი 1
სამსჯელო სიტყვათა ბრუნება

[1] შეკითხვის უადგილობის ის ცნება, რომელსაც ჩვენ აქ ანალიზისას მხოლოდ ინტუიციური ცოდნის საფუძველზე ვიყენებთ, ცხადია, ითხოვს შესწავლასა და გამოკვლევას, როგორც ლოგიკურ-ლინგვისტური საფეხურის ფუნდამენტური კოგნიტური კატეგორია და ესეც, ის ღია საკითხია, რომელსაც ამჯერად პასუხ გაუცემლად ვტოვებთ. თუმცა, გასაგებია, რომ ნებისმიერი ენობრივ-ლოგიკური სისტემის ანალიზისას ეს საკითხი მეცნიერ-მკვლევრის ხელში დაზუსტებული ხედვების განსავითარებელ მნიშვნელოვან ინსტრუმენტად იქცევა.

იმ სიტყვებს, რომლებზედაც ენაში აზრი გამოითქმის, სამსჯელო სიტყვებს, ხოლო იმ სიტყვებს, რომლითაც გამოითქმის, მსჯელ სიტყვებს ვუწოდებთ. ამასთან, წინადადება მარტივია, თუ იგი აგებულია ერთი მსჯელი სიტყვით და მასთან მისი სინტაქსურ-ლოგიკური ადგილიანობით მიკავშირებული სამსჯელო სიტყვებით.

ამგვარად, ის, რომ მარტივ წინადადებაში არსებითი სახელებით გამოხატული სამსჯელო სიტყვები ზემოთ განხილული ლოგიკური ბრუნების ერთი რომელიმე ფორმით მოიცემა, ამ ნაშრომის ამ ნაწილის ძირითადი შედეგია.

ის, რომ ჩვენ ამჯერად თავს ვარიდებთ არსებითი სახელების მრავლობითი ფორმების ლოგიკური ბრუნების საკითხის განხილვას, განპირობებულია ფუნდამენტური მიზეზებით, რაც მრავლობითი რიცხვის არაპრიმიტიულ ლოგიკურ-ლინგვისტურ ბუნებას უკავშირდება.

5. ზოგადად მსაზღვრელი სიტყვების ლოგიკური ბრუნების შესახებ ქართულ ენაში

ჩვენ უკვე ზოგადად განვიხილეთ სამსჯელო სახელთა ლოგიკური ბრუნების საკითხი და ვნახეთ, რომ წართქმითი გაუვრცობელი მარტივი წინადადება იგება ერთი მსჯელი სიტყვისა და მასთან ლოგიკურ-სინტაქსურად მიკავშირებული სამსჯელო სიტყვებისაგან. ამასთან, ამ მსჯელ სიტყვასა და მასთან მიკავშირებულ სამსჯელო სიტყვებს მარტივი წინადადების აუცილებელი წევრები ვუწოდეთ. სანამ ზოგადად განვიხილავთ გავრცობილი მარტივი წინადადების საკითხს, დავაზუსტოდ სამსჯელო სიტყვის ცნება. სამსჯელო სიტყვას, რომელიც ერთი სიტყვისგან შედგება, მარტივ სამსჯელო სიტყვას ვუწოდებთ. სამსჯელო სიტყვა ან მარტივია, ან რთული. სამსჯელო სიტყვას, რომელიც აგებულია რამდენიმე (ე.ი. ერთზე მეტი) სიტყვით, შედგენილ ანუ რთულ სამსჯელო სიტყვას ვუწოდებთ.

მაგალითად, წინადადება ‘ქართულის მასწავლებელმა ყველა მოსწავლეს დიდი წიგნი აჩუქა’, რომელიც ‘მასწავლებელმა მოსწავლეს წიგნი აჩუქა’ წინადადებისგან განსხვავებით არის გავრცობილი მარტივი წინადადება, აგებულია ერთი მსჯელი სიტყვისა და სამი შედგენილი ანუ რთული სამსჯელო სიტყვისგან. ‘ქართულის მასწავლებელმა’, ‘ყველა მოსწავლეს’ და ‘დიდი წიგნი’ ამ წინადადების რთული სამსჯელო სიტყვებია. შესაბამისად, სიტყვები ‘ქართულის’, ‘ყველა’ და ‘დიდი’ წინადადების არასამსჯელო ანუ არააუცილებელი ანუ დამხმარე სიტყვებია. ასეთ სიტყვებს ჩვენ სამსჯელო სიტყვების მსაზღვრელებს[1], ზოგჯერ კი, მოკლედ, მსაზღვრელებს ვუწოდებთ ხოლმე. მსაზღვრელი სიტყვაც, თავის მხრივ, შეიძლება იყოს მარტივი და რთული. თუმცა, ამჯერად, ჩვენი მიზანი არის არა ამ საკითხების დეტალური განხილვა[2], არამედ მსაზღვრელი სიტყვების ლოგიკური ბრუნების და მათი ენობრივ-მათემატიკური ფუნქციების ზოგადი მიმოხილვა. ამ საკითხებს ჩვენ ვწყვეტთ მსაზღვრელ სიტყვებსა და სამსჯელო სიტყვებს შორის ცარიელი ადგილის გონითმოქმედებითი ფუნქციების გაცნობიერების საფუძველზე.

ამგვარად, მიუხედავად იმისა, რომ მსაზღვრელი სიტყვებიდან ‘ქართულის’ და ‘დიდი’, პირველი თითქოსდა არსებითი სახელის ერთ-ერთი ბრუნვითი ფორმაა, ხოლო მეორე ზედსართავი სახელია, ისინი ერთი ზოგადი ტიპის მსაზღვრელი სახელებია და ეს მათი მსაზღვრელობა ხორციელდება სამსჯელო სახელით მოცემული სამსჯელო სიმრავლის შეზღუდვით ანუ დაზუსტებით. ამასთან, პირველ შემთხვევაში ეს ხდება სამსჯელო სიტყვით

---

[1] ამ ტერმინის შემოკლებული ვარიანტით ვისარგებლებთ მხოლოდ მაშინ, როდესაც კონტექსტი, გამომდინარე იქიდან, რომ ჩვენ შემდგომში განვსაზღვრავთ აგრეთვე მსჯელი სიტყვის მსაზღვრელი სიტყვის ცნებას, ამის საშუალებას მოგვცემს.

[2] ამ საკითხს უფრო დეტალურად ჩვენ ვეხებით [48, 51]-ში

მოცემული სამსჯელო სიმრავლის შემადგენელი საგნებისადმი ‘ქართულის’ სიტყვით მოცემული კუთვნილობითობის, ხოლო მეორე შემთხვევაში ‘დიდი’ სიტყვით მოცემული თვისებითობის მიყენებით, რაც აზრითმეტყველებით ენაში ანუ ენობრივ-მათემატიკურ საფეხურზე სამსჯელო სიტყვისა და მისი მსაზღვრელი სიტყვით მოწოდებული სიმრავლეების თანაკვეთით ხორციელდება. ამგვარად, თუ ასეთ მსაზღვრელ სიტყვებს თვისებითად ანუ სიმრავლურად შემზღუდავ მსაზღვრელ სიტყვებს ვუწოდებთ, მაშინ ამ ტიპის შემზღუდავ მსაზღვრელ სიტყვებსა და მათ განსასაზღვრავ სამსჯელო სიტყვებს შორის არსებული ცარიელი ადგილი აზრითმეტყველებით ენაში, ცხადია, თანაკვეთის სიმრავლური ოპერაციით კომპლექტდება. ანუ, ამ მიდგომებით, როგორც უკვე აღინიშნა, ფრაზა ‘ქართულის მასწავლებელმა’ წარმოადგენს ‘{ქართულის}∩{მასწავლებელმა}’ სიმრავლეს, რომელიც, ქვესიმრავლეა როგორც {მასწავლებელმა}, ისე {ქართულის} სიტყვებით ენობრივად მოცემული სიმრავლეებისა. ანალოგიურად აღნიშნულისა, გასაგები ხდება, რომ ქართულ წერით, ზეპირ და აზრით მეტყველებით ენებში ძალისმიერია შემდეგი სიმრავლური ენობრივ-მათემატიკური ტოლობები:

1. {დიდი წიგნი}={დიდი}∩{წიგნი}⊆{წიგნი}
2. {დიდი წიგნი}={დიდი}∩{წიგნი}⊆{დიდი}
3. {დიდი}∩{წიგნი}=∅ მაშინ, და მხოლოდ მაშინ, როცა {დიდი წიგნი}=∅
4. {არა (დიდი)}∩{დიდი}=∅
5. {არა (დიდი(წიგნი))}∩{დიდი(წიგნი)}=∅
6. {დიდი (მწვანე)} = {დიდი}∩{მწვანე}
7. {დიდი (მწვანე ((ველი)))} = {დიდი(ველი)}∩{მწვანე(ველი)}

გასაგებია ისიც, რომ ზემოაღნიშნული ტოლობები არ არის კერძო, მხოლოდ ამ ტოლობებში მოყვანილი სიტყვებისათვის დამახასიათებელი თვისებათა ამსახველი კანონები და რომ თუ N_α სიმბოლოთი აღვნიშნავთ სრულიად ნებისმიერ საგნობრივ სამსჯელო სიტყვას, ხოლო A_{α^*} სიმბოლოთი კი მასთან სინტაქსურად ბრუნვითი ნიშნით შეთანხმებულ თვისებითად შემზღუდავ განმსაზღვრელ სიტყვას, მაშინ ქართულ ზეპირ, წერით და აზრით მეტყველებით ენებში საზოგადოდ ადგილი აქვს შემდეგ სიმრავლურ ენობრივ-მათემატიკურ კანონებს:

1. $\{A_{\alpha^*}(N_\alpha)\}=\{A_{\alpha^*}\}\cap\{N_\alpha\}\subseteq\{N_\alpha\}$
2. $\{A_{\alpha^*}(N_\alpha)\}=\{A_{\alpha^*}\}\cap\{N_\alpha\}\subseteq\{A_{\alpha^*}\}$
3. $\{A_{\alpha^*}(N_\alpha)\}=\varnothing \Leftrightarrow \{A_{\alpha^*}\}\cap\{N_\alpha\}=\varnothing$
4. $\{\text{არა } (A_{\alpha^*})\}\cap\{A_{\alpha^*}\}=\varnothing$
5. $\{\text{არა } A_{\alpha^*}(N_\alpha))\}\cap\{A_{\alpha^*}(N_\alpha)\}=\varnothing$
6. $\{A1_{\alpha^*}(A2_{\alpha^*})\}=\{A1_{\alpha^*}\}\cap\{A2_{\alpha^*}\}\subseteq\{Al_{\alpha^*}\}$ აქ $l\in\{1,2\}$
7. $\{A1_{\alpha^*}(A2_{\alpha^*}(N_\alpha))\}=\{A1_{\alpha^*}(N_\alpha)\}\cap\{A2_{\alpha^*}(N_\alpha)\}$

ამგვარად, თვისებითად შემზღუდავი მსაზღვრელი სიტყვებისა და მათი განსასაზღვრავი სამსჯელო სიტყვების სიმრავლური ურთიერთმიმართებები მკაცრ მათემატიკურ კანონებს ემორჩილებიან, რაც აშკარად მეტყველებს ბუნებრივ ენობრივ სისტემებში სიმრავლური მიდგომების როგორც პროდუქტულობაზე, ისე ბუნებრიობაზე[1]. ამასთან, მნიშვნელოვანია ისიც, რომ ეს ურთიერთმიმართებები ბუნებრივად წესრიგდება ენაში არსებული ლოგიკურ-სინტაქსური კანონმდებლობით.

ქართული ენის ზოგადი სემანტიკური ანალიზი გვარწმუნებს, რომ ლოგიკური გრამატიკის თვალსაზრისებით რიგი თვისებითად შემზღუდავი მსაზღვრელი სიტყვებისა საერთოდ არ იბრუნვის, ხოლო ისინი, რომლებიც იბრუნვიან, ამ ბრუნებისას იძლევიან მხოლოდ

---

[1] ეს ამ სისტემების მათემატიკური, სიმრავლურ-თეორიული დაფუძნების საკითხს არა თუ სათუოდ, არამედ იმ ერთადერთ ბუნებრივ გზად წარმოაჩენს, მხოლოდ რომლის გავლითაც შესაძლებელი ხდება ამ ურთულესი ბუნებრივი სისტემების მკაცრი ფორმალური გადააზრება. ის, რომ ზემოაღნიშნული არა ფილოლოგიური, არამედ მათემატიკური სპეციფიკების მქონე ამოცანაა, ცხადია. - ჩვენი ერთ-ერთი ძირითადი მიზანი აღნიშნული ამოცანის მიმართულებით ქართული მათემატიკური ძალების ჩართულობაა. აღნიშნული მიმართულებით შედეგებს ქართულენობრივი ინტუიციის არ მქონე მკვლევრებისგან არ უნდა ველოდოთ.

სამ ბრუნვით ფორმას. ასე მაგალითად, როგორც სამსჯელო სახელის თვისებითად შემზღუდავი მსაზღვრელი სიტყვა არ იბრუნვის არცერთი 'ი'-ზე არდამთავრებული ზედსართავი სახელი. არ იბრუნვის აგრეთვე Nის ფორმის თვისებითად შემზღუდავი მსაზღვრელი სიტყვები, რომლებიც გარეფორმით ემთხვევიან იმავე Nის ფორმის სამსჯელო სიტყვებს[1]. ქართულში, ის თვისებითად შემზღუდავი მსაზღვრელი სახელები, რომლებიც იბრუნვიან, როგორც ამას ზოგადი ლოგიკურ-სემანტიკური ანალიზი გვიჩვენებს, არის მხოლოდ 'ი'-ზე დაბოლოებული მსაზღვრელები[2]. ამასთან, ისინი ისევ თვისებითად შემზღუდავ მსაზღვრელ შინაარსებს იძლევიან მხოლოდ 'ი' ბრუნვის ნიშნიანი ფორმით, უბრუნვის ნიშნო ფორმით და 'მა' ბრუნვის ნიშნიანი ფორმით. ჩვენ ამ ფორმებს, როგორც უკვე აღვნიშნეთ, ვანზოგადებთ Aი, A- და Aმა აღნიშვნებით. გარდა ამისა, ზოგჯერ, A აღნიშვნას გამოვიყენებთ არაბრუნებადი თვისებითად შემზღუდავი მსაზღვრელი სახელების განმაზოგადებელ აღნიშვნად.

ამგვარად, ზემოთ სამსჯელო სიტყვების შემოთავაზებული ბრუნებითი სისტემის შესაბამისად თვისებითად შემზღუდავი ბრუნებადი მსაზღვრელი სიტყვები იძლევიან მხოლოდ შემდეგ სამ Aი, A- და Aმა ბრუნვით ფორმას. ამასთან, აღნიშნულზე დაყრდნობით, სამსჯელო არსებითი სახელები ბუნებრივად იყოფა შემდეგ სამ კლასად:

პირველი ანუ Aი კლასი:

1. Nი, 2. Nის, 3. Nისკენ, 4. Nისგან, 5. Nისთვის, 6. Nიდან, 7. Nით

მეორე ანუ A- კლასი

8. Nს, 9. Nში, 10. Nზე, 11. Nად, 12. Nამდე, 13. Nთან

მესამე ანუ Aმა კლასი

14. Nმა.

სამსჯელო სახელთა თვისებითად შემზღუდავი მსაზღვრელი სახელების ლოგიკური ბრუნების ცხრილი

ი-ზე დაბოლოებული სიტყვების ბრუნება		საოპერატორო ადგილის ტიპობრივი განსაზღვრის არე
1. Aი ბრუნვა	დიდი	{Nი; Nის; Nისკენ; Nისგან; Nისთვის; Nიდან; Nით}
2. A- ბრუნვა	დიდ	{Nს; Nში; Nზე; Nად; Nამდე; Nთან}
3. Aმა ბრუნავა	დიდმა	{Nმა}

ა, ე, ო და უ-ზე დაბოლოებული სიტყვების ბრუნება		საოპერატორო ადგილის ტიპობრივი განსაზღვრის არე
4. A ბრუნვა	პატარა, მწვანე, უშნო, ყრუ	{Nი; Nის; Nისკენ; Nისგან; Nისთვის; Nიდან; Nით; Nს; Nში; Nზე; Nად; Nამდე; Nთან; Nმა}

ცხრილი 2

ამგვარი კლასიფიცირებით, ჩვენ ხაზს ვუსვამთ იმას, რომ ლოგიკური გრამატიკის თვალსაზრისებით ქართულში Aი ტიპის მსაზღვრელები, როგორც მარცხნივ 1-ადგილიანი ლოგიკო-სინტაქსური ოპერატორები ამ მათი მარცხენა საოპერატორო ადგილით მოქმედებენ და, შესაბამისად, განსაზღვრულნი არიან მხოლოდ Aი კლასის სამსჯელო სახელებზე, A- ტიპის

[1] ჯერჯერობით მათ ჩვენ სინტაქსურად პოლისემიურ ფორმებად ვგებულობთ, მაგრამ ჩვენივე მათემატიკური, ფრჩხილებიანი მორფოლოგიური მიდგომებით ეს ორი ფორმა არსებითად განსხვავდება ერთმანეთისაგან მორფოსინტაქსურად (იხ. [52]).

[2] ჩვენ არ გამოვრიცხავთ, რომ უფრო დეტალური ანალიზით ეს თვალსაზრისი დაზუსტდეს, თუმცა ის არსებითი, რასაც ჩვენ ამ მიდგომებით ვანვითარებთ, ამგვარი შესაძლო ფაქტისადმი ირელევანტურია.

მსაზღვრელები კი, როგორც მარცხნივ 1-ადგილიანი ლოგიკო-სინტაქსური ოპერატორები, მოქმედებენ და, შესაბამისად, განსაზღვრულნი არიან მხოლოდ A- კლასის სამსჯელო სახელებზე, ხოლო Aმა ტიპის მსაზღვრელები, როგორც მარცხნივ 1-ადგილიანი ლოგიკო-სინტაქსური ოპერატორები მოქმედებენ და, შესაბამისად, განსაზღვრულნი არიან მხოლოდ Aმა კლასის სამსჯელო სახელებზე. რაც შეეხება A ტიპის მსაზღვრელებს, მათი როგორც მარცხნივ 1-ადგილიანი ლოგიკო-სინტაქსური ოპერატორების მოქმედების და, შესაბამისად, განსაზღვრის არე არის {Nი; Nის; Nისკენ; Nისგან; Nისთვის; Nიდან; Nით; Nს; Nში; Nზე; Nად; Nამდე; Nთან; Nმა} სიმრავლე, რაც იმას ნიშნავს, რომ ისინი ნებისმიერი ბრუნვითი ფორმის სამსჯელო სიტყვაზე მოქმედებენ.

ამგვარად, როგორც ამას ცხრილიც გვიჩვენებს, ქართულში ლოგიკური გრამატიკის თვალსაზრისებით განიხილება ოთხი განსხვავებული ტიპის თვისებითად შემზღუდავი მსაზღვრელი სიტყვა. ამასთან, თვისებითად შემზღუდავ მსაზღვრელ სიტყვებს, რომელთა ერთ კერძო მაგალითს ზედსართავი სახელებიც წარმოადგენენ, სამი ბრუნვითი ფორმა აქვთ, რაც, თავის მხრივ, იმასაც ნიშნავს, რომ ქართულში ლოგიკური გრამატიკის მიდგომებით ზედსართავი სახელები მხოლოდ სამი ბრუნვითი ფორმით მოგვეწოდება. ანუ, ლოგიკური გრამატიკის მიდგომებით 'ლამაზი', 'ლამაზ' და 'ლამაზმა' სიტყვები თავიანთი ერთ-ერთი ლოგიკურ-სინტაქსური პოლისემიური მნიშვნელობით ზედსართავი სახელებია, მაშინ როდესაც სიტყვა 'ლამაზს' არასდროს ზედსართავ სახელად არ გაიგება და ეს იმ უბრალო მიზეზის გამო, რომ არ არსებობს ისეთი რთული სამსჯელო ფრაზა, სადაც ამ ფორმით თვისებითად შემზღუდავი სიმრავლე მოგვეწოდება.

ამ პირობებში ისმის კითხვა თავად ამ ფორმის ლოგიკურ-ლინგვისტურ რაობაზე. ანალიზი გვიჩვენებს, რომ იგი ელიფსისური ანუ სისტემურად დაშვებული და ფორმალურად განსაზღვრებადი ენობრივი გამოსახულებაა, რომელიც პროფ. შ ფხაკაძის აღნიშვნათა თეორიის მიხედვით შემამოკლებელ სიმბოლოდ გაიგება. ამასთან, ასეთად გაიგება იგი, როგორც გარე ენობრივ ანუ წერითმეტყველებით და ზეპირმეტყველებით ენობრივ საფეხურებზე, ისე შიდაენობრივ ანუ აზრითმეტყველებით ენობრივ საფეხურზე.

ამგვარად, 'ლამაზს' ჩვენი მიდგომებით ამოკლებს ენობრივ ფორმას 'ლამაზ (Nს)'. ანუ, ამ მიდგომებით, სიტყვაში 'ლამაზს' მორფემა 'ს' არ არის უბრალო ბრუნვის ნიშანი, არამედ იგი არის შემამოკლებელი ოპერატორი, რომელიც გარე ენობრივ დონეზე ამოკლებს 'ლამაზ (Nს)' ჩანაწერს, ხოლო აზრითმეტყველებით დონეზე კი - ((ლამაზ∩Nს)/Nს) ენობრივ-მათემატიკურ ჩანაწერს[1].

ახლა განვიხილოთ მეორე ტიპის მსაზღვრელები. კერძოდ, განვიხილოთ რთული ანუ შედგენილი სამსჯელო სიტყვა 'ყველა მოსწავლეს'. აქ 'ყველა' არის მსაზღვრელი სიტყვა, მაგრამ თვისებითად მსაზღვრელი სიტყვისგან განსხვავებით იგი ოპერირებს სამსჯელო სიტყვასთან აზრითმეტყველებით ენაში მიბმულ ჩასმის მათემატიკურ ოპერატორზე. საზოგადოდ ასეთი მსაზღვრელები განსაზღვრავენ განსასაზღვრავ სამსჯელო სახელზე მიბმული ჩასმის ოპერატორის ტიპს ან უნივერსალურად ან ეგზისტენციალურად, რომელთაგან პირველი სამსჯელო სიტყვას ცვლადურ, მეორე კი კონსტანტურ გაგებას ანიჭებს.

მაგალითად, 'ყველა მოსწავლეს' ფრაზაში 'ყველა' სიტყვის ლოგიკურ-სემანტიკური დატვირთვა ისაა, რომ იგი ამ სამსჯელო სიტყვაზე ჩამოყალიბებულ მსჯელობას ავრცელებს

---

[1] ის, თუ რა ტიპის შემამოკლებელი ფორმებით სარგებლობს ქართული ენა, ჯერ შიდა და გარე ენობრივ შრეებში და მერე რა ტიპის შემამოკლებელი სიმბოლოებით ახერხებს იგი მისი შინაარსების აზრითმეტყველებით ანუ ენობრივ-მათემატიკურ საფეხურზე დაყვანას, ჩვენი მათემატიკური, ლოგიკურ-ლინგვისტური კვლევების ერთ-ერთი ძირითადი ორიენტირია, რამდენადაც, ჩვენთვის, ბუნებრივი ენობრივი შინაარსების მათემატიკურ ენაზე თარგმნის ამოცანა გაიგება არა ისე, როგორც ამას ან ტარსკი ან მონტეგიუ გვთავაზობს, არამედ ჩვენ ამოცანას ვუყურებთ აღნიშვნათა თეორიის მიხედვით განვითარებულ ფორმალურ ჭრილში და, შესაბამისად, ბუნებრივი ენობრივი შინაარსების მათემატიკურ ენაზე თარგმნის ანუ მათემატიკური გაგების პრობლემა დაგვყავს გამოსახულებათა იმ ფორმალური გადამწერი წესების მოძიებაზე, რომლებიც სისტემაში არსებული შემამოკლებელი წესების გასწვრივ მექანიკურად გაიწერება (იხ [50]).

არა ‘ერთ რომელიმე სტუდენტზე’, არამედ კონტექსტით მოცემულ ნებისმიერ ‘სტუდენტზე’, რაც უკვე ამ შედგენილ სამსჯელო სიტყვას წინადადებით მოცემულ მსჯელობაში ცვლადურ გაგებას ანიჭებს და ეს მაშინ, როდესაც შედგენილ მსჯელ სიტყვაში ‘ვიღაც სტუდენტი’, სიტყვა ‘ვიღაც’ აკეთებს რა ეგზისტენციას სიტყვა ‘სტუდენტით’ მოცემულ სიმრავლეზე, მსჯელობაში ამ სამსჯელო სიტყვით მოწოდებულ ‘სტუდენტს’ არასაკუთრივ კონსტანტა სიმბოლოდ გვაგებინებს.

ამგვარად, ‘ვიღაც’, ისევე როგორც ‘ყველა’, მოქმედებს სამსჯელო სიტყვის არა უშუალო გარეენობრივად გამოხატულ სიმრავლურ მონაცემზე და რაიმე ახალი თვისებით ზღუდავს მას, არამედ იგი მოქმედებს ამ სამსჯელო სიტყვასთან აზრითმეტყველებით საფეხურზე მიბმულ ჩასმის ფორმალურ ოპერატორზე და ამ ჩასმას ტიპობრივად აზუსტებს[1]. ასეთ სიტყვებს მონტეგიუ კვანტორულ სიტყვებს უწოდებს და სიტყვათა ამ ტიპის კლასიფიცირება და მათი მათემატიკური შესწავლა მისი ლოგიკურ-ლინგვისტური თეორიის ერთ-ერთი ძირითადი შედეგი იყო.

განვიხილოთ კიდევ ერთი ამ ტიპის სიტყვა ‘ზოგიერთი’ და შედგენილი მსჯელი სიტყვა ‘ზოგიერთი სტუდენტი’. ჩვენი მიდგომებით ეს მაკვანტიფიცირებელი სიტყვა განსხვავდება ზემოაღწერილი მაკვანტიფიცირებელი სიტყვებისაგან, რომელბსაც ჩვენ მარტივ მაკვანტიფიცირებელ სიტყვებს ვუწოდებთ და, კერძოდ, განსხვავდება იმით, რომ გარდა მარტივი მაკვანტიფიცირებელი სიტყვების იმ თვისებისა, რომლითაც ისინი სამსჯელო სიტყვაზე მიბმული ჩასმის ოპერატორის ტიპს უნივერსალურად ან ეგზისტენციალურად აზუსტებენ, მათ აქვთ აგრეთვე უნარი შეზღუდონ სამსჯელო სიტყვით მოცემული სამსჯელო სიმრავლე. ანუ, თუ მონტეგიუსთან სიტყვა ’ზოგიერთი’ გაიგება ეგზისტენციალურ მაკვანტიფიცირებელ სიტყვად, ჩვენი მიდგომებით, რომელიც პროფ. შ. ფხაკაძისეულ აღნიშვნათა თეორიის კვანტორულ გააზრებებს ეყრდნობა, იგივე სიტყვა გაიგება უნივერსალურ მაკვანტიფიცირებელ ოპერატორად, რომელიც, გარდა ამ ჩასმის უნივერსალიზაციისა, აგრეთვე მოქმედებს სამსჯელო სიტყვის სამსჯელო სიმრავლეზე და მას მისი გარკვეული არაცარიელი საკუთრივი ქვესიმრავლით ზღუდავს.

ამგვარად, ჩვენი მიდგომებით, წინადადება ‘მასწავლებელმა ზოგიერთ მოსწავლეს წიგნი აჩუქა.’ მათემატიკურ ენაზე ითარგმნება როგორც:

$$\exists x_1 \in \{\text{მასწავლებელმა}\} \forall x_2 \in M \subset \{\text{მოსწავლეს}\} \exists x_3 \in \{\text{წიგნი}\}:[\text{აჩუქა}^3(x_1,\ x_2,\ x_3)=t]$$

მაშინ, როდესაც მონტეგიუსეული მიდგომებით იგივე შემდეგნაირად გადაითარგმნებოდა:

$$\exists x_1 \in \{\text{მასწავლებელმა}\} \exists x_2 \in \{\text{მოსწავლეს}\} \exists x_3 \in \{\text{წიგნი}\}:[\text{აჩუქა}^3(x_1,\ x_2,\ x_3)=t]$$

რაც უშუალო მონტეგიუსეული მიდგომებით შემდეგ მათემატიკურ თარგმანს იძლევა:

$$\exists x_1 \exists x_2 \exists x_3:[\text{მასწავლებელი}(x_1) \wedge \text{მოსწავლე}(x_2) \wedge \text{წიგნი}(x_3) \wedge \text{აჩუქა}^3(x_1,\ x_2,\ x_3)=t].$$

განხილული მაგალითი ცხადლივ გვიჩვენებს ქართულისთვის ჩვენი მიდგომების უპირატესობას და მის თითქმის სრულ ადეკვატურობას ქართული ენის სიღრმისეულ ენობრივ-ლოგიკურ ბუნებასთან.

ამგვარად, რთული სამსჯელო ფრაზა იგება სამსჯელო სიტყვის თვისებითად შემზღუდავი მსაზღვრელი სიტყვებისა და სამსჯელო სიტყვის სამსჯელო ტიპის მსაზღვრელი სიტყვების გამოყენებით. ამასთან, მათგან (ე.ი. სამსჯელო სიტყვის სამსჯელო ტიპის მსაზღვრელი სიტყვებისაგან) მხოლოდ ზოგიერთი იბრუნვის და, კერძოდ, იბრუნვიან მხოლოდ ‘ი’-ზე დაბოლოებული ტიპის მსაზღვრელები და იბრუნვიან ისინი ისევე, როგორც იბრუნვიან თვისებითად შემზღუდავი მსაზღვრელი სიტყვები. ანუ, სინტაქსური თვალსაზრისებით სამსჯელო

---

[1] ალბათ ეს სიღრმისეული ფუნქციონირება გახდა მიზეზი იმისა, რომ საკმაოდ დიდხანს, მონტეგიუმდე, ამ ტიპის სიტყვების ფუნქციონირება არასწორად ფასდებოდა და, შესაბამისად ამისა, ეს სიტყვები, როგორც მეტყველების ნაწილები, არასწორად იყო კატეგორიზირებული. დღესაც, სრულიად გაუმართლებლად, ეს სიტყვები გრამატიკული ხედვებით ნაცვალსახელებად იწოდება. ეს ლოგიკურ-ლინგვისტური თვალსაზრისებით ამ ფუნდამენტური დატვირთვის მქონე სიტყვების ფუნდამენტური ლოგიკურ-ლინგვისტური ფუნქციების სრულ იგნორირებას ნიშნავს, რაც, ბუნებრივია, სწავლებაში არ შეიძლება თავისი უარყოფითი შედეგებით არ აისახოს ენობრივი აზროვნების გასწვრივ მოზარდის გამართულად მოაზროვნე პიროვნებად ჩამოყალიბების პროცესში.

სახელთა განმსაზღვრელი სიტყვები თითქმის ერთტიპობრივნი არიან. მიუხედავად ამისა და იქიდან გამომდინარე, რომ ეს სიტყვები ლოგიკური გრამატიკის თვალსაზრისით პრინციპულად განსხვავდებიან ერთმანეთისაგან, ჩვენ მათ აღმნიშვნელ სიმბოლოდ მონტეგიუს ტრადიციის შესაბამისად Q სიმბოლოს გამოვიყენებთ. ამასთან, Qი, Q- და Qმა აღნიშვნებით მათ სხვადასხვა ბრუნვით ფორმებს აღვნიშნავთ, ხოლო Q სიმბოლოთი ამ ტიპის იმ სიტყვებს განვაზოგადებთ, რომლებიც არ იბრუნვიან. ამასთან, აქვე შევთანხმდეთ, რომ სამსჯელო სახელთა სამსჯელო ტიპის მსაზღვრელ სიტყვებს ანუ ე.წ. კვანტიფიკატორებს, გამომდინარე იქიდან, რომ თითოეული მათგანი არის ან უნივერსალური, ან ეგზისტენციალური ტიპის, განვაზოგადებთ ∀Qი, ∀Q-, ∀Qმა და ∀Q, შესაბამისად ∃Qი, ∃Q-, ∃Qმა და ∃Q აღნიშვნებით და, ამავდროულად, ზოგადობის მიზნით, ჩვენ ზოგჯერ Qი, Q-, Qმა და Q აღნიშვნებსაც გამოვიყენებთ. ამგვარად, მკითხველისათვის გასაგები უნდა იყოს, რომ 'ზოგიერთი', 'ზოგიერთ' 'ზოგიერთმა' და 'ყველა' შესაბამისად არიან ∀Qი, ∀Q-, ∀Qმა და ∀Q ტიპის კვანტიფიკატორები, ხოლო 'ერთი', 'ერთ', 'ერთმა' და 'ვიღაც' კი შესაბამისად ∃Qი, ∃Q-, ∃Qმა და ∃Q ტიპის კვანტიფიკატორებია.

სამსჯელო სახელთა ჩასმის ტიპის მსაზღვრელი სიტყვების ლოგიკური ბრუნების ცხრილი

	ი-ზე დაბოლოებული სიტყვების ბრუნება	საოპერატორო ადგილის ტიპობრივი განსაზღვრის არე
1. Qი ბრუნვა	ზოგიერთი	{Nი; Nის; Nისკენ; Nისგან; Nისთვის; Nიდან; Nით}
2. Q- ბრუნვა	ზოგიერთ	{Nს; Nში; Nზე; Nად; Nამდე; Nთან}
3. Qმა ბრუნვა	ზოგიერთმა	{Nმა}

	ა, ე, ო და უ-ზე დაბოლოებული სიტყვების ბრუნება	საოპერატორო ადგილის ტიპობრივი განსაზღვრის არე
4. Q ბრუნვა	ყველა, ვიღაც, რომელიღაც	{Nი; Nის; Nისკენ; Nისგან; Nისთვის; Nიდან; Nით; Nს; Nში; Nზე; Nად; Nამდე; Nთან; Nმა}

ცხრილი 3

ამგვარად, როგორც ამას ცხრილიც გვიჩვენებს, ქართულში ლოგიკურ-სინტაქსური თვალსაზრისებით განიხილება ოთხი განსხვავებული ტიპის სამსჯელო სიტყვის სამსჯელო ტიპის განმსაზღვრელი სიტყვა. ამასთან, ლოგიკურ-სინტაქსური თვალსაზრისებით ოთხივე ტიპი მარცხნივ 1-ადგილიანი ოპერატორია.

ლოგიკური გრამატიკის მიდგომებით 'ყველამ', 'ზოგიერთს' და 'ვიღაცამ' სიტყვები, რომლებიც კლასიკური მოდგომებით 'ყველა', 'ზოგიერთი' და 'ვიღაც' მაკვანტიფიცირებელი სიტყვების ბრუნვითი ფორმებია, ამგვართ არ წარმოადგენენ და ეს იმ უბრალო მიზეზის გამო, რომ არ არსებობს ისეთი რთული სამსჯელო ფრაზა, სადაც ამ ფორმით ამ სამსჯელო ფრაზის სამსჯელო ტიპის განმსაზღვრელი სიტყვა მოგვეწოდება.

ამ პირობებში ისმის კითხვა თავად ამ ფორმების ლოგიკურ-ლინგვისტურ რაობაზე. ანალიზი გვიჩვენებს, რომ ისინიც ელიფსისური ანუ სისტემურად დაშვებული და ფორმალურად განსაზღვრებადი ენობრივი გამოსახულებებია, რომლებიც პროფ. შ ფხაკაძის აღნიშვნათა თეორიის მიხედვით შემამოკლებელ სიმბოლოებად გაიგება. ამასთან, ასეთად გაიგებიან ისინი, როგორც გარე ენობრივ ანუ წერითმეტყველებით და ზეპირმეტყველებით ენობრივ საფეხურებზე, ისე შიდაენობრივ ანუ აზრითმეტყველებით ენობრივ საფეხურზე.

გასამსჯელოებული განმსაზღვრელი სიტყვების ლოგიკური ბრუნება როგორც შემამოკლებელ წესთა ცხრილი

1.1 ი-ბრუნვა	წითელი ამოკლებს	წითელი Nი;	ზოგიერთი ამოკლებს	ზოგიერთი Nი
1.2 ის-ბრუნვა	წითლის –	წითელი Nი;	ზოგიერთის –	ზოგიერთი Nის
1.3 ისთვის-ბრუნვა	წითლისთვის–	წითელი Nისთვის;	ზოგიერთისთვის –	ზოგიერთი Nისთვის
1.4 ისკენ-ბრუნვა	წითლისკენ –	წითელი Nისკენ;	ზოგიერთისკენ –	ზოგიერთი Nისკენ
1.5 ისგან-ბრუნვა	წითლისგან –	წითელი Nისგან;	ზოგიერთისგან –	ზოგიერთი Nისგან
1.6 იდან-ბრუნვა	წითლიდან –	წითელი Nიდან;	ზოგიერთიდან –	ზოგიერთი Nიდან
1.7 ით-ბრუნვა	წითლით –	წითელი Nით;	ზოგიერთით –	ზოგიერთი Nით
2.1 ს-ბრუნვა	წითელს –	წითელ Nს;	ზოგიერთს –	ზოგიერთ Nს
2.2 ში-ბრუნვა	წითელში –	წითელ Nში;	ზოგიერთში –	ზოგიერთ Nში
2.3 ზე-ბრუნვა	წითელზე –	წითელ Nზე;	ზოგიერთზე –	ზოგიერთ Nზე
2.4 ად-ბრუნვა	წითლად –	წითელ Nად;	ზოგიერთად –	ზოგიერთ Nად
2.5 მადე-ბრუნვა	წითლამდე –	წითელ Nამდე;	ზოგიერთამდე –	ზოგიერთ Nამდე
2.6 თან-ბრუნვა	წითელთან –	წითელ Nთან;	ზოგიერთთან –	ზოგიერთ Nთან
3.1 მა-ბრუნვა	წითელმა –	წითელმა Nმა;	ზოგიერთმა –	ზოგიერთმა Nმა

ცხრილი 4

ამგვარად, ‘ყველას’ ჩვენი მიდგომებით ამოკლებს ენობრივ ფორმას ‘ყველა (Nს)’. ანუ, ამ მიდგომებით, სიტყვაში ‘ყველას’ მორფემა ‘ს’ არ არის უბრალო ბრუნვის ნიშანი, არამედ იგი არის შემამოკლებელი ოპერატორი, რომელიც გარე ენობრივ დონეზე ამოკლებს ‘ყველა (Nს)’ ჩანაწერს, ხოლო აზრითმეტყველებით დონეზე იგი ამოკლებს ((ყველა^{Nს})/^{V}Nს) ენობრივ-მათემატიკურ ჩანაწერს.

ცხრილი 4 წარმოადგენს გაარსებითებული ანუ გასამსჯელოებული მსაზღვრელი სიტყვების ბრუნების ცხრილს, რომელიც, თავის მხრივ, ლოგიკური გრამატიკის მიდგომებით შემამოკლებელი წესების სისტემაა[1]. ამასთან, არ უნდა გამოვრიცხოთ, რომ ზოგადმა

---

[1] ეს ვითარება, სამსჯელო სახელების ბრუნების მორფოთავისებურებათა გათვალისწინებით გვიბიძგებს შემდეგი ჰიპოტეტური მოსაზრების გამოთქმისაკენ: როგორც ვნახეთ, ი-ზე დაბოლოებული ზედსართავი სახელებისათვის ქართულში სამი ბრუნვითი ფორმა მოგვეცემა: ერთი – ი-ბრუნვისნიშნიანი, ერთი – უბრუნვისნიშნო, და ერთიც მა-ბრუნვისნიშნიანი. ვნახეთ ისიც, რომ არსებითი სახელთა ლოგიკურ ბრუნებაში ბუნებრივად გამოიყოფა სამი მორფოლოგიური კლასი ბრუნვითი ფორმებისა: ერთი – ი-ბრუნვისნიშნიანი, ესენია Nი, Nის, Nისკენ, Nისგან, Nისთვის, Nიდან, Nით ბრუნვები, ერთი – უბრუნვისნიშნო, ესენია Nს, Nში, Nზე, Nად, Nამდე, Nთან ბრუნვები, ერთიც – მა-ბრუნვისნიშნიანი, ესეთია Nმა ბრუნვა. ამგვარად, თუ დავუშვებთ, რომ ნათესაობითი ბრუნვის ნიშანი ‘ის’ არის არა ერთი მთლიანი მორფემა, არამედ არის ‘ი’ და ‘ს’ მორფემების კომპოზიტი ანუ, თუ დავუშვებთ, რომ კუთვნილების ზოგად ორადგილიან იდეას, როგორც ჩვენ ეს განხილული გვქონდა [52]-ში, რეალიზაციას უკეთებს არა ‘ის’, არამედ ‘ს’ მორფემა და თუ იმავე მორფოლოგიურ საფეხურეობრივ პრინციპს დავეყრდნობით, რომელსაც ეყრდნობა კ. გაბუნია, როდესაც გამოყოფს რვა ბრუნვით ფორმას, მაშინ მორფოლოგიურად პირველსაფეხურეობრივ ბრუნებაში უნდა გამოიყოს შემდეგი სამი ფორმა Nი, N- და Nმა, რომელთაგან მესამე ფორმა არ აწარმოებს მორფოლოგიურად მეორესაფეხურეობრივ ბრუნვით ფორმებს, რაც შეეხება Nი ფორმას იგი აწარმოებს, როგორც მეორესაფეხურეობრივ მორფოლოგიურ ფორმებს, მაგალითად Nის, Nიდან და Nით, ისე მესამე საფეხურეობრივ მორფოლოგიურ ფორმებს, მაგალითად Nისკენ, Nისგან, Nისთვის, მაშინ როდესაც N- ფორმა აწარმოებს მხოლოდ მორფოლოგიურად მეორესაფეხურეობრივ ბრუნვით ფორმებს Nს, Nში, Nზე, Nად, Nამდე, Nთან. ამასთან, ასეთი მიდგომებით არსებითი და ზედსართავი სახელების სინტაქსური ურთიერთმიმართების საკითხი წყდება არსებითი სახელების პირველი საფეხურის ბრუნვის ნიშნების გასწვრივ. ანუ არსებითი სახელი ითანხმებს და ეთანხმება ზედსართავ სახელს მისი პირველსაფეხურეობრივი ბრუნვის ნიშნის მიხედვით.

ამ მიდგომებით ქართულ ენაში არსებითი სახელების ბრუნება შემდეგნაირად უნდა დალაგდეს:

ი-ბრუნვა: Nი;

ი-ბრუნვის ერთჯერადი გაფართოებები: Nის, Nიდან, Nით;

ი-ბრუნვის ორჯერადი გაფართოებები: Nისკენ, Nისგან, Nისთვის.

-ბრუნვა: N- (ამ ფორმით არსებითი სახელი არ მოგვეწოდება);

-ბრუნვის ერთჯერადი გაფართოებები: Nს, Nში, Nზე, Nად, Nამდე, Nთან.

მა-ბრუნვა: Nმა.

სემანტიკურმა ანალიზმა რიგ შემთხვევებში დაგვიდასტუროს ამ ფორმათა პოლისემიურობა. ნებისმიერ შემთხვევაში, ქართული ენის ბირთვულ ფორმალიზმში ჩვენ არ განვიხილავთ მსაზღვრელი სიტყვების გაარსებითებით მიღებულ ელიფსისურ ფორმებს. ამ საკითხებს უფრო დეტალურად ბირთვული ფორმალიზმის პირველ გაფართოებაში შევეხებით[1]. ამდენად, ზემოწამოჭრილი პოლისემიურობის საკითხიც მეტი დეტალურობით კვლევების იმ ეტაპზე იქნება განხილული.

ამგვარად, ლოგიკური გრამატიკით მოძიებულ ქართული ენის ძირეულ ანუ ბირთვულ ფორმალურ ენაში არსებითი ანუ სამსჯელო სახელებისათვის გამოიყო შემდეგი Nი, Nის, Nისკენ, Nისგან, Nისთვის, Nიდან, Nით, Nს, Nში, Nზე, Nად, Nამდე, Nთან, Nმა თოთხმეტი განსხვავებული ფორმალური ტიპის სიტყვა ანუ თოთხმეტი განსხვავებული ლოგიკურ-სინტაქსური კატეგორია, ზედსართავი სახელებისათვის, როგორც თვისებითად შემზღუდავი მსაზღვრელი სიტყვებისათვის, გამოიყო შემდეგი Aი, A-, Aმა სამი[2] განსხვავებული ფორმალური ტიპის სიტყვა, მაკვანტიფიცირებელი ანუ სამსჯელო სიტყვების ტიპობრივად განმსაზღვრელი სიტყვებისათვის გამოიყო შემდეგი ექვსი ∀Qი, ∀Q-, ∀Qმა, ∃Qი, ∃Q-, ∃Qმა განსხვავებული ფორმალური ტიპის სიტყვა. ამასთან, სამსჯელო სიტყვებისათვის ქართული ენის ბირთვულ ფორმალიზმში გამოიყოფა $[V(N\alpha_1, \ldots, N\alpha_n)=t]$[3] ფორმალური ტიპის სიტყვები. გასაგებია, რომ თითოეული ეს ფორმალური ტიპი რეალიზებას უკეთებს შესაბამის ლოგიკურ-სინტაქსურ კატეგორიას და შესაბამის ენობრივ-მათემატიკურ ოპერატორს ქართულ აზრითმეტყველებით ენაში. ამ ენის ბირთვული ნაწილის პირველ სიმრავლურ-თეორიულ მოდელს მოკლედ ნაშრომის შემდეგ ნაწილში გავაშუქებთ.

6 ქართული ენობრივ-აზროვნებითი წესთწყობის ბირთვული ნაწილის პირველი სიმრავლურ-თეორიული ენობრივ-მათემატიკური მოდელი

თავიდანვე შევნიშნოთ, რომ ნაშრომის ამ ნაწილის დასახელებაში სიტყვა პირველს ორმაგი დატვირთვა აქვს. საქმე ისაა, რომ, ერთი მხრივ, ქვემოთ შემოთავაზებული მართლაც

---

[1] გაარსებითებული ზედსართავი სახელების ლოგიკური ბრუნების ცხრილის ფორმალურ-ლოგიკური ანალიზი კიდევ ერთხელ გვიდასტურებს პროფ. შ. ფხაკაძისეული აღნიშვნათა თეორიის მნიშვნელობას ჩვენ წინ მდგარი ლოგიკურ-ლინგვისტური ამოცანების ჭრილში. საქმე ისაა, რომ ამ მიდგომებით ნებისმიერი გაარსებითებული ზედსართავი სახელი, როგორც ელიფსისური ფორმა, ამავდროულად წარმოადგენს სისტემურად განსაზღვრებად შემამოკლებელ ფორმას, რაც მთლიანი სისტემის ფორმალიზაციის ინტერესებიდან გამომდინარე მეტად მნიშვნელოვანია. აქვე შევნიშნოთ, რომ, როგორც ჩანს, ელიფსისის, როგორც ენობრივი სისტემური შემამოკლებელი ფორმების პრობლემას, მკაცრი ფორმალური მოთხოვნების გათვალისწინებით არსებითად წყვეტს აღნიშვნათა თეორიის უკვე განსაზღვრული შესაძლებლობები.

[2] ამჯერად, ქართული ენის ბირთვულ ნაწილში არ შეგვყავს ცალკე დამოუკიდებელ ტიპად ზემოაღწერილი A სინტაქსური ტიპი, რომელიც აერთიანებს ისეთ ზედსართავ სახელებს, რომლებიც ბოლოვდებიან ‘ა’, ’ე’, ‘ო’, და ‘უ’ ხმოვნებზე. მაგალითად: ‘პატარა’, ‘ცრუპენტელა’, ‘მწვანე’, ‘მხნე’, ‘უშნო’, ‘უხეირო’, ‘ბლუ’, ‘ტლუ’.

[3] აქ ჩვენ ვსარგებლობთ α_k სინტაქსური ცვლადით, რომელიც {ი, ის, ისკენ, ისგან, ისთვის, იდან, ით, ს, ში, ზე, ად, ამდე, თან, მა} გამოსახულებათა სიმრავლეზეა განსაზღვრული. ამასთან, ამ სიმრავლეს ჩვენ ქართული ენის მაბრუნებელი მორფემების ანუ მაბრუნებელი ინდექსების სიმრავლედ ვგებულობთ. ამგვარად, არსებით სახელებს, რომლებიც Nα ბრუნვაშია Nα ტიპის სახელად ვგებულობთ და Nα ტიპს, ვიაზრებთ როგორც Nα ბრუნვით ფორმაში მყოფი სახელების სინტაქსური თვისებების განზოგადებით მიღებულ კატეგორიად. სიმრავლურად კი ამ ცნების შინაარსი არის ყველა Nα ბრუნვით ფორმაში მყოფი სახელთა სიმრავლე. ამ სიმრავლეს, ზოგჯერ, მოკლედ {Nα} სიმრავლით აღვნიშნავთ ხოლმე. ჩვენ შემდგომ განვსაზღვრავთ რა ქართულში სიტაქსური ეკვივალენტურობის მიმართებას, ვნახავთ, რომ ეს სიმრავლეები ამ მიმართების ეკვივალენტურობის კლასებია. ცხადია, რომ სინტაქსური ეკვივალენტობის მიმართება ქართულში იძლევა არა მხოლოდ ამ ეკვივალენტობის კლასებს. შევნიშნოთ, რომ ქართულ წერითმეტყველებით ენაში, რომელიც ქართული აზრითმეტყველებითი ენის ზედაპირული გარეფორმაა, მთლად ასე არ არის. მხედველობაში გვაქვს ქართული წერითმეტყველებითი ენის სიტყვებისათვის დამახასიათებელი სინტაქსური პოლისემია.

ქართული ენობრივ აზროვნებითი წესთწყობის პირველი სიმრავლურ-თეორიული ენობრივ-მათემატიკური მოდელია და, მეორე მხრივ, ამ მოდელს პირველს ვუწოდებთ, რათა ხაზი გავუსვათ იმ გარემოებას, რომ მას ჩვენ ჯერ კიდევ არ მივიჩნევთ ქართული ენობრივ აზროვნებითი წესთწყობის საბოლოო და სრულყოფილ სიმრავლურ-თეორიულ ენობრივ-მათემატიკურ მოდელად. ამასთან, ვთვლით, რომ ამგვარი სრულყოფილი მოდელის მოძიებამდე საჭირო იქნება შემდგომი კვლევები და თანდათან უფრო დაზუსტებული და უფრო მეტად ადეკვატური მოდელების მოძიება.

მოდელს ენობრივ-მათემატიკურს ვუწოდებთ გამომდინარე იქიდან, რომ მოდელის ალფაბეტურ ანუ ენობრივ მოცემულობაში ერთდროულად მონაწილეობენ როგორც სუფთა მათემატიკური, ისე სუფთა ენობრივი შემადგენლები. მოდელს ვუწოდებთ სიმრავლურ-თეორიულს, რადგანაც იგი ბუნებრივ ენობრივ სისტემებზე მონტეგიუსეული ზოგადი სიმრავლურ-თეორიული ხედვების საფუძველზეა გააზრებული. თუმცა, ხაზგასმით უნდა აღინიშნოს, რომ ქართული ენობრივ აზროვნებითი წესთწყობის პირველი სიმრავლურ-თეორიული ენობრივ-მათემატიკური მოდელით შემოთავაზებული მიდგომები, მიუხედავად იმისა, რომ იგი ძირითადად მონტეგიუსეულ სიმრავლურ-თეორიულ ხედვებს ეყრდნობა, პრინციპულად განსხვავდება ინგლისური ენის საფუძველზე განვითარებული მისივე კერძო სიმრავლურ-თეორიული ხედვებისაგან, რაც, ჩვენ აზრით, მეტწილ განპირობებულია ქართული ენის ინგლისური ენისაგან განსხვავებული სიმრავლურ-თეორიული ენობრივ-მათემატიკური ზოგადაზროვნებითი თავისებურებებით.

როგორც ჩანს, ქართული ენისათვის დამახასიათებელი და ზემოთ აღნიშნული თავისებურებათა მიზეზითაა ისიც, რომ ბუნებრივი ენობრივი შინაარსების მათემატიკურ ენობრივ შინაარსებად თარგმნის ძირითადი მონტეგიუსეული პრობლემა ჩვენ ბუნებრივი ენობრივი შინაარსების მათემატიკურ ენობრივ შინაარსებად გადააზრების ანუ ბუნებრივი ენობრივი შინაარსების მათემატიკურად გაგების პრობლემით ჩავანაცვლეთ.

აღსანიშნავია ისიც, რომ თუ მონტეგიუს საყოველთაოდ ცნობილი თეზისი ამბობს იმას, რომ არ არის არსებითი განსხვავება ფრეგესეულ ხელოვნურ მათემატიკურ ენობრივ სისტემასა და, ვთქვათ, ისეთ ბუნებრივ ენობრივ სისტემას შორის როგორიცაა ინგლისური და როგორც ერთში, ისე მეორეში სემანტიკურ საკითხებთან დაკავშირებული პრობლემები დადებითად წყდება სიმრავლური ინტერპრეტაციების ფარგლებში, ჩვენ, ქართული ენის პირდაპირი ფორმალურ-ლოგიკურ აღწერით უკვე გამოკვეთილი შედეგების საფუძველზე, ვასკვნით, რომ ზოგადი ენობრივი თვალსაზრისებით, ქართული ენა ტიპობრივ თანმთხვევაშია ფრეგესეულ მათემატიკურ ენასთან და რომ ქართული ენა და მასთან განუყოფლად მიბმული უნივერსალური მათემატიკური ენობრივი მონაცემი ერთობლივად იძლევა ერთ მთლიან ბუნებრივად არსებულ და გაფართოებად ფორმალურ-ლოგიკურ ენობრივ სისტემას, რომლისთვისაც ქართული მხოლოდ ცნობიერი, გარე მეტყველებითი ფორმაა და რომელიც სრული მოცულობით მხოლოდ ქვეცნობიერ, შიდა აზრითმეტყველებით ენობრივ შრეში გაიგება.

ამგვარად, ქართული ენობრივ-აზროვნებითი წესთწყობის ბირთვული ნაწილის პირველი სიმრავლურ-თეორიული ენობრივ-მათემატიკური მოდელი არის ზოგად სიმრავლურ-თეორიულ საფუძვლებზე ქართული და მათემატიკური ენების იმ სისტემური და განუყოფელი ერთმთლიანობის წარმოჩენის პირველი მცდელობა, რომლითაც, ერთი მხრივ, შიდა აზრითმეტყველებით ენობრივ შრეში გონითმოქმედებითი შესაძლებლობების სახით განხორციელებულია ქართულენობრივი მააზროვნებელი უნარები და რომელიც, მეორე მხრივ, იძლევა ქართულენობრივი აზროვნებითი წესთწყობის მახასიათებელი ზოგადი ენობრივ-ლოგიკური კანონების სრული ახსნისა და მათი სრული მათემატიკური აღწერის შესაძლებლობას.

ქართული ენობრივ-აზროვნებითი წესთწყობის ბირთვული ნაწილის პირველი სიმრავლურ-თეორიული ენობრივ-მათემატიკური თეორიის ზოგადი წინამოდელური ალფაბეტური გაწერა:

1. სამსჯელო ანუ სახელური ენობრივ-მათემატიკური კონსტრუქციები:

ჩვენ უკვე განვიხილეთ ქართული აზრითმეტყველებითი ენის ენობრივ-მათემატიკური კონსტრუქციები. ამასთან, ვნახეთ, რომ Nα ბრუნვით ფორმაში მყოფ სამსჯელო სახელს აზრითმეტყველებით ენაში შეესაბამება ($-_1$/Nα) ტიპის ჩასმის ოპერატორი, რომელიც განიხილება ისეთ ერთადგილიან ენობრივ-მათემატიკურ ოპერატორად, რომლის განსაზღვრის არეა ყველა Nα ტიპის სიტყვათა სიმრავლე. ამგვარად, აზრითმეტყველებით ენაში ჩვენ გვაქვს შემდეგი 14 განსხვავებული ტიპის ჩასმის ოპერატორიანი ენობრივ-მათემატიკური კონსტრუქცია:

1. ($-_1$/Nი)

   ფორმალური ანუ სინტაქსური განსაზღვრის არეა ერთელემენტიანი {Nი} სიმრავლე, სიტყვითი განსაზღვრის არეა Nი ტიპის სიტყვათა სიმრავლე, ოპერატორული განსაზღვრის არეა ნებისმიერი Nი ტიპის სამსჯელოადგილიანი მსჯელ სიტყვა-ფორმათა სიმრავლე;

2. ($-_1$/Nის)

   ფორმალური ანუ სინტაქსური განსაზღვრის არეა ერთელემენტიანი {Nის} სიმრავლე, სიტყვითი განსაზღვრის არეა Nის ტიპის სიტყვათა სიმრავლე, ოპერატორული განსაზღვრის არეა ნებისმიერი Nის ტიპის სამსჯელოადგილიანი მსჯელ სიტყვა-ფორმათა სიმრავლე;

3. ($-_1$/Nისკენ)

   ფორმალური ანუ სინტაქსური განსაზღვრის არეა ერთელემენტიანი {Nისკენ} სიმრავლე, სიტყვითი განსაზღვრის არეა Nისკენ ტიპის სიტყვათა სიმრავლე, ოპერატორული განსაზღვრის არეა ნებისმიერი Nისკენ ტიპის სამსჯელოადგილიანი მსჯელ სიტყვა-ფორმათა სიმრავლე;

4. ($-_1$/Nისგან)

   ფორმალური ანუ სინტაქსური განსაზღვრის არეა ერთელემენტიანი {Nისგან} სიმრავლე, სიტყვითი განსაზღვრის არეა Nისგან ტიპის სიტყვათა სიმრავლე, ოპერატორული განსაზღვრის არეა ნებისმიერი Nისგან ტიპის სამსჯელოადგილიანი მსჯელ სიტყვა-ფორმათა სიმრავლე;

5. ($-_1$/Nისთვის)

   ფორმალური ანუ სინტაქსური განსაზღვრის არეა ერთელემენტიანი {Nისთვის} სიმრავლე, სიტყვითი განსაზღვრის არეა Nისთვის ტიპის სიტყვათა სიმრავლე, ოპერატორული განსაზღვრის არეა ნებისმიერი Nისთვის ტიპის სამსჯელოადგილიანი მსჯელ სიტყვა-ფორმათა სიმრავლე;

6. ($-_1$/Nიდან)

   ფორმალური ანუ სინტაქსური განსაზღვრის არეა ერთელემენტიანი {Nიდან} სიმრავლე, სიტყვითი განსაზღვრის არეა Nიდან ტიპის სიტყვათა სიმრავლე, ოპერატორული განსაზღვრის არეა ნებისმიერი Nიდან ტიპის სამსჯელოადგილიანი მსჯელ სიტყვა-ფორმათა სიმრავლე;

7. ($-_1$/Nით)

   ფორმალური ანუ სინტაქსური განსაზღვრის არეა ერთელემენტიანი {Nით} სიმრავლე, სიტყვითი განსაზღვრის არეა Nით ტიპის სიტყვათა სიმრავლე, ოპერატორული განსაზღვრის არეა ნებისმიერი Nით ტიპის სამსჯელო ადგილიანი მსჯელ სიტყვა-ფორმათა სიმრავლე;

8. ($-_1$/Nს)

   ფორმალური ანუ სინტაქსური განსაზღვრის არეა ერთელემენტიანი {Nს} სიმრავლე, სიტყვითი განსაზღვრის არეა Nს ტიპის სიტყვათა სიმრავლე, ოპერატორული განსაზღვრის არეა ნებისმიერი Nს ტიპის სამსჯელოადგილიანი მსჯელ სიტყვა-ფორმათა სიმრავლე;

9. ($-_1$/Nში)

ფორმალური ანუ სინტაქსური განსაზღვრის არეა ერთელემენტიანი {Nში} სიმრავლე, სიტყვითი განსაზღვრის არეა Nში ტიპის სიტყვათა სიმრავლე, ოპერატორული განსაზღვრის არეა ნებისმიერი Nში ტიპის სამსჯელოადგილიანი მსჯელ სიტყვა-ფორმათა სიმრავლე;

10. ($-_1$/Nზე)

ფორმალური ანუ სინტაქსური განსაზღვრის არეა ერთელემენტიანი {Nზე} სიმრავლე, სიტყვითი განსაზღვრის არეა Nზე ტიპის სიტყვათა სიმრავლე, ოპერატორული განსაზღვრის არეა ნებისმიერი Nზე ტიპის სამსჯელოადგილიანი მსჯელ სიტყვა-ფორმათა სიმრავლე;

11. ($-_1$/Nად)

ფორმალური ანუ სინტაქსური განსაზღვრის არეა ერთელემენტიანი {Nად} სიმრავლე, სიტყვითი განსაზღვრის არეა Nად ტიპის სიტყვათა სიმრავლე, ოპერატორული განსაზღვრის არეა ნებისმიერი Nად ტიპის სამსჯელოადგილიანი მსჯელ სიტყვა-ფორმათა სიმრავლე;

12. ($-_1$/Nამდე)

ფორმალური ანუ სინტაქსური განსაზღვრის არეა ერთელემენტიანი {Nამდე} სიმრავლე, სიტყვითი განსაზღვრის არეა Nამდე ტიპის სიტყვათა სიმრავლე, ოპერატორული განსაზღვრის არეა ნებისმიერი Nამდე ტიპის სამსჯელოადგილიანი მსჯელ სიტყვა-ფორმათა სიმრავლე;

13. ($-_1$/Nთან)

ფორმალური ანუ სინტაქსური განსაზღვრის არეა ერთელემენტიანი {Nთან} სიმრავლე, სიტყვითი განსაზღვრის არეა Nთან ტიპის სიტყვათა სიმრავლე, ოპერატორული განსაზღვრის არეა ნებისმიერი Nთან ტიპის სამსჯელოადგილიანი მსჯელ სიტყვა-ფორმათა სიმრავლე;

14. ($-_1$/Nმა)

ფორმალური ანუ სინტაქსური განსაზღვრის არეა ერთელემენტიანი {Nმა} სიმრავლე, სიტყვითი განსაზღვრის არეა Nმა ტიპის სიტყვათა სიმრავლე, ოპერატორული განსაზღვრის არეა ნებისმიერი Nმა ტიპის სამსჯელოადგილიანი მსჯელ სიტყვა-ფორმათა სიმრავლე.

2. სამსჯელო სახელების მსაზღვრელების ენობრივ-მათემატიკური კონსტრუქციები:

ჩვენ უკვე განვიხილეთ სამსჯელო სიტყვების თვისებითად მსაზღვრელი სიტყვები და ვნახეთ, რომ აქ ერთმანეთისაგან განირჩევა სამსჯელო სიტყვის თვისებითად და ჩასმის ტიპობრივად მსაზღვრელი სიტყვები. ისინი ჩვენ შესაბამისად Aი, A-, Aმა და Qი, Q-, Qმა სიმბოლოებით აღვნიშნეთ. ამასთან, ჩასმის ტიპობრივად მახასიათებელი მსაზღვრელი სიტყვები ანუ კვანტიფიკატორები ზოგადი სემანტიკური ინტერესების გათვალისწინებით ორ ძირითად კლასად დაიყო, რომელთაგან პირველს უნივერსალური, ხოლო მეორეს ეგზისტენციალური კვანტიფიკატორები ვუწოდეთ და ისინი შესაბამისად ∀Qი, ∀Q-, ∀Qმა და ∃Qი, ∃Q-, ∃Qმა სიმბოლოებით დავაკლასიფიცირეთ[1]. ამგვარად, აღნიშნულის შესაბამისად, ქართული აზრითმეტყველებითი ენის ბირთვულ ნაწილში განიხილება:

2.1 სამსჯელო სახელების თვისებითად მსაზღვრელი ანუ ზედსართავული ენობრივ-მათემატიკურ კონსტრუქციები:

15. Aი $\cap$ $-_{ი}$

ინტერპრეტაციულად არის მარჯვნივ 1-ადგილიანი სიმრავლური თანაკვეთის ოპერაცია, ფორმალური განსაზღვრის არეა {Nი; Nის; Nისკენ; Nისგან; Nისთვის; Nიდან; Nით}

[1] შევთანხმდეთ, რომ ჩვენ შემდგომში, ზოგჯერ, უნივერსალური ტიპის კვანტიფიკატორებს განმაზოგადებელ, ხოლო ეგზისტენციალური ტიპის კვანტიფიკატორებს განმაკერძოებელ (მსაზღვრელ) სიტყვებს ვუწოდებთ.

სიმრავლე, სიტყვითი განსაზღვრის არეა Nი. Nის, Nისკენ, Nისგან, Nისთვის, Nიდან, Nით ტიპის სიტყვათა სიმრავლე;

16. A- $\cap$ $-_{-}$

ინტერპრეტაციულად არის მარჯვნივ 1-ადგილიანი სიმრავლური თანაკვეთის ოპერაცია, ამ ადგილის ფორმალური განსაზღვრის არეა {Nს; Nში; Nზე; Nად; Nამდე; Nთან} სიმრავლე, სიტყვითი განსაზღვრის არეა Nს. Nში, Nზე, Nად, Nამდე, Nთან ტიპის სიტყვათა სიმრავლე;

17. Aმა $\cap$ $-_{\text{მა}}$

ინტერპრეტაციულად არის მარჯვნივ 1-ადგილიანი სიმრავლური თანაკვეთის ოპერაცია, ფორმალური განსაზღვრის არეა {Nმა} სიმრავლე, სიტყვითი განსაზღვრის არეა Nმა ტიპის სიტყვათა სიმრავლე.

2.2. სამსჯელო სახელების ჩასმების ტიპობრივად მსაზღვრელი ანუ მაკვანტიფიცირებელი ენობრივ-მათემატიკურ კონსტრუქციები:

18. Qი($-_1$)

ფორმალური ანუ სინტაქსური განსაზღვრის არეა {Nი; Nის; Nისკენ; Nისგან; Nისთვის; Nიდან; Nით} სიმრავლე, სიტყვითი განსაზღვრის არეა Nი. Nის, Nისკენ, Nისგან, Nისთვის, Nიდან, Nით ტიპის სიტყვათა სიმრავლე, კვანტორული განსაზღვრის არეა {($-_1$/Nი); ($-_1$/Nის); ($-_1$/Nისკენ); ($-_1$/Nისგან); ($-_1$/Nისთვის); ($-_1$/Nიდან); ($-_1$/Nით)} ენობრივ-მათემატიკური სქემების სიმრავლე, ინტერპრეტაციულად მარტივი კვანტიფიკატორი აფიქსირებს ჩასმის ტიპს, ხოლო რთული კვანტიფიკატორი ცვლის საკვანტიფიცირებელ სამსჯელო სიმრავლესაც;

19. Q-($-_1$)

ფორმალური ანუ სინტაქსური განსაზღვრის არეა {Nს; Nში; Nზე; Nამდე; Nთან} სიმრავლე, სიტყვითი განსაზღვრის არეა Nს. Nში, Nზე, Nამდე, Nთან ტიპის სიტყვათა სიმრავლე, კვანტორული განსაზღვრის არეა {($-_1$/Nს); ($-_1$/Nში); ($-_1$/Nზე); ($-_1$/Nამდე); ($-_1$/Nთან)} ენობრივ-მათემატიკური სქემების სიმრავლე, ინტერპრეტაციულად მარტივი კვანტიფიკატორი აფიქსირებს ჩასმის ტიპს, ხოლო რთული კვანტიფიკატორი ცვლის საკვანტიფიცირებელ სამსჯელო სიმრავლესაც;

20. Qმა($-_1$)

ფორმალური ანუ სინტაქსური განსაზღვრის არეა {Nმა} სიმრავლე, სიტყვითი განსაზღვრის არეა Nმა ტიპის სიტყვათა სიმრავლე, კვანტორული განსაზღვრის არეა {($-_1$/Nმა)} ერთელემენტიანი სიმრავლე, ინტერპრეტაციულად მარტივი კვანტიფიკატორი აფიქსირებს ჩასმის ტიპს, ხოლო რთული კვანტიფიკატორი ცვლის საკვანტიფიცირებელ სამსჯელო სიმრავლესაც.

3. მსჯელი ანუ ენობრივ-მათემატიკური პრედიკატული კონსტრუქციები:

ბირთვულ აზრითმეტყველებით ენაში, ქართული ენის მარტივი ანუ არაშედგენილი სამსჯელო სიტყვებისათვის ჩვენ განვიხილავთ $[V(N\alpha_1, \ldots, N\alpha_n)=t]^n$ ენობრივ-მათემატიკურ სქემებს, სადაც $N\alpha_i \in$ {Nი; Nის; Nისკენ; Nისგან; Nისთვის; Nიდან; Nით; Nს; Nში; Nზე; Nად; Nამდე; Nთან; Nმა}. ამასთან, როგორც ჩანს, ქართული ენის სპეციფიკებიდან გამომდინარე, სქემის ზედა ადგილიანობის მაჩვენებელი n ინდექსი იზღუდება პირობით $n \leq 5$ და $N\alpha_i \div N\alpha_j$ მხოლოდ მაშინ, როცა $\alpha_i \div \alpha_j \div$ ს (აქ, $\div$ სიმბოლოთი აღნიშნულია გრაფიკული ტოლობის ოპერატორი). ამასთან, n-ადგილიანი $[V(N\alpha_1, \ldots, N\alpha_n)=t]^n$ აზრითმეტყველებითი სამსჯელო სქემის სიღრმისეული ანუ შინაარსული საინტერპრეტაციო არეა $N_1, \ldots, N_n$ საგნობრივი

სიმრავლეების $N_1 \times \ldots \times N_n$ დეკარტულ ნამრავლზე განსაზღვრული ლოგიკურ-ლინგვისტური პრედიკატული სქემა[1].

ამგვარად, ისე როგორც ეს ხდება ფორმალური მათემატიკური თეორიების შემთხვევაში, ჩვენ ალფაბეტურად გავწერეთ ქართული ენობრივ-მათემატიკური აზრითმეტყველებითი ენის ბირთვული ნაწილი. ამასთან, ზოგადად მიმოვიხილეთ ამ ენობრივ-მათემატიკური თეორიის სიმრავლურ-თეორიული ინტერპრეტირების საკითხები.

ეს ყველაფერი კი, იმის გათვალისწინებით, რომ ამავე ნაშრომის წინა ნაწილში უკვე დადასტურდა ამ მიდგომების პროდუქტულობა ჩვენ წინაშე მდგარი თანამედროვე ლოგიკურ-ლინგვისტური ამოცანების ჭრილში, გვაძლევს იმის თქმის უფლებას, რომ ქართული აზროვნებითი წესთწყობის ფორმალურად მკაცრი ლოგიკურ მათემატიკური მეთოდებით შესწავლისათვის აუცილებელი სანიადაგო კარი, ქართული აზრითმეტყველებითი ენის ზემოაღწერილი მოდელის სახით, ღიაა. რაც შეეხება იმას, რომ ეს ღია კარი ამ მიმართულებით ქართული მათემატიკური ძალების ფორსირებულ მობილიზებას ითხოვს, ცხადია. ცხადია ეს, ერთი მხრივ, გამომდინარე იმ ჩვენს წინაშე მდგარი ამოცანების ღრმა ეროვნულ კულტურული ღირებულებებიდან, რომლებზედაც ჩვენ უკვე არაერთხელ გვქონდა საუბარი და, მეორე მხრივ, გამომდინარე ამ მეტად მნიშვნელოვან სამეცნიერო სფეროში ქართული მოძრაობის იმ ხანგრძლივი ჩამორჩენისგან, რაც, როგორც ჩანს, ძირითადად, საქართველოში მათემატიკური ლოგიკის გვიან ფორმირებულობამ განაპირობა.

7. ზოგადად სამსჯელო სიტყვებისა და მსჯელი სიტყვების შესახებ ქართულ ენაში

ახლა შევეცდებით გავაკეთოთ ქართულ ენაში სამსჯელო სიტყვების ზოგადი ანალიზი. ანუ იმ სიტყვების, რომლებიც აზრს კი არ გამოთქვამენ, არამედ, პირიქით, რომლებზედაც აზრის გამომთქმელი სიტყვებით ეს აზრი გამოითქმის.

თავდაპირველად შევეცდებით გავარკვიოთ სამსჯელო სიტყვისა და სხვადასხვა მეტყველების ნაწილების ურთიერთმიმართებათა საკითხი.

ცხადია, რომ ნებისმიერი არსებითი სახელი ამავდროულად სამსჯელო სიტყვაა, და ჩვენ, როდესაც ფრეგესეული ლინგვისტური პრედიკატისა და ლოგიკური ბრუნების საკითხს განვიხილავდით, აქცენტირებულნი ვიყავით სწორედ არსებითი სახელებით მოცემულ სამსჯელო სიტყვებზე.

ცხადია ისიც, რომ ნაცვალსახელები იძლევიან სამსჯელო სიტყვებს და ისიც, რომ ნაცვალსახელების, როგორც არა მარტო სამსჯელო სიტყვების, ზოგადი ლოგიკურ-სინტაქსური ყოფაქცევები ცალკე შესწავლას ითხოვს. აშკარაა, რომ ეს თემატიკა ცდება მარტივი თხრობითი წინადადების პრობლემატიკას და იგი უფრო მეტი მოცულობით რთული წინადადებების სინტაქსისა და ტექსტის ლინგვისტიკის არეშია მოქცეული. ცხადია ისიც, რომ მათემატიკური

---

[1] ლინგვისტური პრედიკატის გარდა ზემოაღნიშნული სახის სიღრმისეული ანუ შინაარსული ინტერპრეტაციისა, ქართული ენა გვიბიძგებს აგრეთვე არასიღრმისეული ანუ სუფთა ფორმალური ენობრივ-შინაარსული ინტერპრეტაციის განხილვისაკენ. კერძოდ, ჩვენი მიდგომებით, n-ადგილიანი $[V(N\alpha_1, \ldots, N\alpha_n)=t]^n$ აზრითმეტყველებითი სამსჯელო სქემის არასიღრმისეული ანუ ფორმალური ენობრივ-შინაარსული საინტერპრეტაციო არე არის გარკვეული $N^*\alpha_1, \ldots, N^*\alpha_n$ ენობრივი სიმრავლეების $N^*\alpha_1 \times_F \ldots \times_F N^*\alpha_n$ თავისუფალ დეკარტულ ნამრავლზე განსაზღვრული ლინგვისტური პრედიკატული სქემა. ეს ხედვა უფრო დეტალურად შუქდება [47, 51]-ში. უნდა ითქვას, რომ ამჯერად ჩვენ აქცენტირებულნი არა ვართ არასიღრმისეულ ენობრივ-შინაარსულ ინტერპრეტაციებზე. თუმცა, ცხადია, ეს თეორიული ხედვა, რომელიც ქართული ენის ბრუნებითი სპეციფიკით არის განპირობებული, შემდგომ სიღრმისეულ შესწავლას და გამოკვლევას ითხოვს. აქ ერთ-ერთი პრობლემატური საკითხი Nს ფორმის შესაძლო ორჯერადობაა, რაც, თუ იმასაც გავითვალისწინებთ, რომ ხდება მხოლოდ შანიძისეული პირველი სერიის ზმნურ ფორმებში და ხდება იქაც მხოლოდ მოუნიშნავი ობიექტის ხარჯზე, მნიშვნელოვან ინტუიციას იძლევა ამ თვალსაზრისებით ლოგიკურ-ლინგვისტური ხედვების დასაზუსტებლად.

და ზოგადლოგიკური თვალსაზრისებით ეს ტიპი ენობრივი ოპერატორებისა მეტად საინტერესოა. ამ მიზნებით გადასააზრებელია ტერმინ 'ნაცვალსახელის' შინაარსი და ის, თუ რამდენად სრულად ასახავს იგი ამ სახელით წოდებული სიტყვების ყოფაქცევას. ასე მაგალითად, წინადადებაში 'მე ვიცი ის, რომ არაფერი არ ვიცი' სიტყვა 'ის[1]' არ ენაცვლება არანაირ სახელს და, შესაბამისად, იგი ამ გაგებით, ცხადია, არც ნაცვალსახელს წარმოადგენს[2].

საკამათო არ არის არც ის, რომ რაოდენობრივი რიცხვითი სახელები, რომლებიც, თავის მხრივ, საკმაოდ რთული ენობრივი შინაარსებია, რიგ შემთხვევებში ანუ გარკვეულ ლინგვისტურ პრედიკატებთან სამსჯელო სიტყვებად გვევლინებიან. მაგალითად, ასეთ შემთხვევებთან გვაქვს საქმე 'ტოლია', 'ნაკლებია' და 'მეტია' მსჯელი სიტყვებით აგებულ წინადადებებში 'ათი ტოლია ოცის,', 'ერთი ნაკლებია ორზე.' და 'ხუთი მეტია სამზე.'.

როგორც ჩანს, რიგობრივ რიცხვით სახელებსა და ზედსართავ სახელებს სამსჯელო თვალსაზრისებით დაახლოებით ერთიდაიგივეგვარი დატვირთვები აქვთ, რაც თავისთავად იმასაც ნიშნავს, რომ აქ მონიშნული თვალსაზრისებით კვლევებია საწარმოებელი.

სამსჯელო სიტყვის ცნების ანალიზი ითხოვს შედგენილი შემასმენლის საკითხის გადააზრებასაც. განვიხილოთ წინადადებები 'ვაშლი არის წითელი[3]' და 'ის არის პირველი'. ჩვენი მიდგომებით ამ წინადადებებში მსჯელი სიტყვა არის სიტყვა 'არის', ხოლო სიტყვები 'წითელი' და 'პირველი', ისევე როგორც სიტყვები 'ვაშლი' და 'ის', სამსჯელო სიტყვებია. ამგვარად, ჩვენ წინადადებებში 'ვაშლი არის წითელი' და 'ის იყო პირველი' სამსჯელო სიტყვას 'არის' განვიხილავთ მარცხნივ და მარჯვნივ 1-ადგილიან პრედიკატად. ამასთან, პირველ წინადადებაში სიტყვა 'წითელი' განიხილება ამ პრედიკატის სიმრავლურ სამსჯელო სიტყვად, რაც იმას ნიშნავს, რომ იგი სამსჯელოდ მანიშნებლობს გარკვეულ სიმრავლეზე მთლიანობაში და, შესაბამისად, არ იძლევა ამ სიმრავლის რომელიმე წევრთან მისვლისა და მასზე მსჯელობის განვითარების საშუალებას. რაც შეეხება მეორე წინადადებაში არსებულ სამსჯელო სიტყვას 'პირველი' და მის სიმრავლურ—თეორიულ სემანტიკურ ანალიზს, როგორც ჩანს, იგი ცნებითად უკავშირდება არა ჩვეულებრივ, დაულაგებელ, არამედ გარკვეული თვისების გასწვრივ განსაზღვრულ და ამავდროულად რიგითად დალაგებული სიმრავლის მათემატიკურ ცნებით გაგებას და, შესაბამისად, ცხადია, რომ ამ ტიპის სიტყვების სიმრავლური ანალიზი აქ აღნიშნულის გათვალისწინებით უნდა გაკეთდეს.

---

[1] ლინგვისტურ-ლოგიკური თვალსაზრისებით თუ რა ოპერატორია ეს 'ის' მნიშვნელოვანი საკითხია.

[2] ჩვენი მიდგომებისათვის განსაკუთრებით მნიშვნელოვანია ცნებათა სწორად შერჩეული და ამდენად ბუნებრივი მიხვედრადობის მომცემი დასახელება. – ანუ, ტერმინოლოგიის როგორც გაქართულება, ისე მათი ქართული სიტყვებით მოცემულ ბუნებრივ გაგებადობებთან არაწინააღმდეგობრიობა ჩვენი ერთ-ერთი უმნიშვნელოვანესი მიზანია. ანუ 'სამკუთხედს', ცხადია, ან 'სამკუთხედი' უნდა ერქვას ან 'შეკრული სამგვერდა' და ისიც, რომ მის დასახელებაში აუცილებლად გარეული უნდა იყოს სამი და არ უნდა იყოს გარეული არცერთი სხვა მისგან განსხვავებული რიცხვითი სახელი. ჩვენ ამით იმის თქმა გვინდა, რომ ენა ან ინარჩუნებს მეცნიერულ დატვირთვებს და ეს იმ შემთხვევაში, თუ მეცნიერული ტერმინოლოგია ამ ენის სიტყვებით მოცემულ ბუნებრივ შინაარსულ გარემოსთან ერთად იძლევა ინტუიციური ანუ წინმჭვრეტი დასკვნების გაკეთების საშუალებას, ანდა, ყველა სხვა შემთხვევაში, ენა, როგორც მეცნიერული აზროვნებისას არა წარმადი, კნინდება ამ ენობრივი ბუნების მატარებლებთან ერთად.

[3] როგორც ჩანს, ასეთი ტიპის წინადადებებში არსებული სამსჯელო სიტყვა 'წითელი' მკაცრი ლოგიკურ-ლინგვისტური თვალსაზრისებით ტიპობრივად განსხვავდება 'წითელი ვაშლი' ფრაზაში არსებული იგივე სიტყვისგან, რომელიც, როგორც ზედსართავული კონსტრუქცია, აზრითმეტყველებით ენაში გაიგება 'წითელი∩$_1$' 1-ადგილიან ფუნქციონალურ ენობრივ-მათემატიკურ ოპერატორად, მაშინ როდესაც წინადადებაში 'ვაშლი არის წითელი' იგი გაგებულია {წითელი} სიტყვით მოცემულ საკუთრივ სამსჯელო სიმრავლედ. გარდა ამისა, როგორც ჩანს, განსახილველია სიმრავლეთა მოცემის კიდევ ერთი, აქამდე უცნობი წესი, რომელსაც ჩვენ სიმრავლეების ენობრივი ანუ სიტყვითი მოცემის წესს ვუწოდებთ. ამ წესის მიხედვით, ენობრივ-მათემატიკურ სისტემაში სიმრავლე მოიცემა სახელით. ამასთან, სიმრავლე საგნობრივია, თუ მისი ნებისმიერი წევრი სისტემაში იმავე სახელით იწოდება, ხოლო თუ სახელით მოცემადი სიმრავლის წევრები იგივე სახელით არ იწოდებიან, მაშინ სიმრავლე თვისებითია. როგორც ჩანს, საგნობრივი სიმრავლიდან შესაძლებელია წევრის ამორჩევა, მაშინ როდესაც თვისებითი სიმრავლიდან წევრი არ ამოირჩევა.

ცხადია, რომ აღნიშნული სიმრავლურ–თეორიული ანალიზისას არსებითად უნდა დავეყრდნოთ ისეთ მონაცემებს, როგორებიცაა მაგალითად ‘ყველა წითელი’ და ‘ყველანაირი წითელი’ ენობრივი შინაარსები. ანუ, ცხადია, რომ ის მათემატიკური ანალიზი, რომელიც მიზეზთა გამო არ ითვალისწინებს, ან ვერ ითვალისწინებს ბუნებრივ-ენობრივი შინაარსულობის ასევე ბუნებრივ სიმრავლურ თავისებურებებს, ცხადია ვერ მოიძიებს ამ ბუნებრივ ვითარებათა შესახებ დაყენებულ კითხვებზე სწორ და ვითარებათა ადეკვატურ პასუხებს.

წინადადება ‘ავადმყოფი ხდება კარგად[1]’ გვაფიქრებინებს, რომ ენაში სამსჯელო სიტყვა ზმნიზედითაც შეიძლება მოიცემოდეს. აქვე შევნიშნოთ, რომ ‘არის’ და ‘ხდება’ ტიპის მსჯელ სიტყვებს ჩვენ დაბმულადგილიან მსჯელ სიტყვებს ვუწოდებთ იმ უბრალო მიზეზის გამო, რომ ამ მსჯელი სიტყვების შემთხვევაში მათი სამსჯელო სიტყვათა ადგილმონაცვლეობა, როგორც წესი, იწვევს მოწოდებული შინაარსების შეცვლას. მაგალითად, განვიხილოთ წინადადებები ‘კაცი არის ექიმი’ და ‘პრეზიდენტი ხდება აკადემიკოსი[2]’. მოცემულ წინადადებებში სამსჯელო სიტყვების ადგილების შეცვლით გამოწვეული შინაარსების ცვალებადობის მიზეზი არის ამ ადგილების გასწვრივ სამსჯელო სიტყვათა მონაცვლეობით განპირობებული მათი, როგორც სამსჯელო შინაარსების, ტიპობრივი ცვალებადობა.

ანუ, თუ წინადადებაში ‘პრეზიდენტი ხდება აკადემიკოსი’ სიტყვა ‘პრეზიდენტი’ სამსჯელოდ იძლევა ‘რომელიღაც ერთ ადამიანს’, რომელიც ‘ამჟამად არის პრეზიდენტი’, წინადადებაში ‘აკადემიკოსი ხდება პრეზიდენტი’ იგივე სიტყვა ‘პრეზიდენტი’ სამსჯელოდ იძლევა არა ერთ რომელიმე ადამიანს, არამედ ‘მთლიან სიმრავლეს იმ ადამიანებისა, რომლებიც ან იყვნენ, ან არიან ან ოდესმე მაინც იქნებიან პრეზიდენტი’. ამგვარად, ‘ხდება’ მიმართებაში სიტყვა ‘პრეზიდენტი’ სამსჯელო ადგილების მიხედვით ან იძლევა სიმრავლის ერთ რომელიმე წევრს, ან მთლიანობაში მთელ ამ სიმრავლეს, რაც გასაგებს ხდის უკვე ზემოაღნიშნულთ[3].

წინადადებები ‘არა მას მან ათქმევინა’, ‘მან თქვა ეხ’ გვიდასტურებს, რომ სამსჯელო სიტყვების სპექტრი საოცრად ფართოა და ეს ბუნებრივიცაა. – აქ რომ ჩვენ შეზღუდულები ვყოფილიყავით, მაშინ ჩვენი ენა ასევე შეზღუდული და არასრული იქნებოდა აზრთა და მსჯელობათა გამოხატვისას.

სამსჯელო სიტყვის ცნების სრული ანალიზი შემდგომ ლოგიკურ-ლინგვისტურ კვლევებს მოითხოვს. წინამდებარე ნაშრომით ჩვენ უბრალოდ ვცდილობთ დავასაბუთოდ ამ ცნების განსხვავებულობა დღეს კლასიკურ ენათმეცნიერებაში არსებული არა ლოგიკურ-გრამატიკული კატეგორიებისაგან და წარმოვაჩინოთ ამ ცნების ღირებულება ჩვენ წინაშე მდგარი თანამედროვე ლოგიკურ-ლინგვისტური პრობლემების ჭრილში.

ახლა ზოგადად განვიხილოთ მსჯელი სიტყვის საკითხი ქართულში. აქ ჩვენ მიმოვიხილავთ შანიძისეული გაფართოებული სისტემის ყველა მწკრივს. პირდაპირ ვიტყვით, რომ ზმნები ‘ვწერ’, ‘ვწერდი’, ‘დავწერ’, ‘ვწერე’, მიწერია’, ‘დამიწერია’, ‘მეწერა’ ‘მქონდა დაწერილის’ გაგებით და ‘მეწერება’ ‘მექნება დაწერილის’ გაგებით მსჯელი სიტყვებია, რადგან ისინი დამოუკიდებლადაც და მათთან მხოლოდ სამსჯელო სიტყვების მიერთებითაც მსჯელობებს

---

[1] აქ იმის გარკვევა ელიფსისურ სამსჯელო სიტყვასთან გვაქვს საქმე, თუ ‘კარგად’ ნამდვილად სამსჯელო სიტყვაა, სიღრმისეულ კვლევებს ითხოვს. ანუ, თუ წინადადება ‘ავადმყოფი ხდება კარგად’ გაგებულ იქნება, როგორც ‘ავადმყოფი ხდება კარგად მყოფი’ წინადადების ელიფსისური ანუ შემოკლებული ფორმა, მაშინ ‘კარგად’ ელიფსისურ ანუ შემოკლებულ სამსჯელო სიტყვად შეფასდება, ხოლო თუ სისტემის სიღრმისეული ანალიზი სხვა, უფრო დასაბუთებულ ხედვას წარმოაჩენს, მაშინ დასკვნაც იმ დაზუსტებული ხედვის მიხედვით გაკეთდება.

[2] შევნიშნავთ, რომ ქართულ ენაში დაბმულადგილებიანი მსჯელი სიტყვები მცირე ოდენობითაა და მათ არაარსებითი დატვირთვები აქვთ, მაშინ როდესაც ინგლისური ენის თითქმის ნებისმიერი ზმნა დაბმულადგილიანია. ამასთან, როგორც წესი, ქართული ენის დაბმულადგილიანი ზმნების ინდოევროპული შინაარსული ანალოგები ამ ინდოევროპული ენების გრამატიკულ სისტემებში სახერხემლო დატვირთვებით არიან, მაშინ როდესაც ქართულ ენაში ამ ზმნებზე დატვირთვა მინიმიზირებულია. – ეს ფაქტობრივი ვითარება ცხადია მოითხოვს სიღრმისეულ ანალიზს და შესაბამის ახსნებს.

[3] აქ წარმოდგენილი მსჯელობა კარგად წარმოაჩენს ენობრივი სემანტიკების ანალიზისას სიმრავლური მიდგომების ფუნდამენტურ ღირებულებას. ამასთან, იგი ზოგადქართულ და ზოგადინდოევროპულ ენობრივ აზროვნებათა განმასხვავებელი სპეციფიკების სიღრმეებიდან დანახვის საშუალებას იძლევა.

ანუ თხრობით წინადადებებს იძლევიან. და ეს მაშინ, როდესაც ზმნები, ‘ვწერდე’, ‘დავწერდი’, ‘დავწერდე’, ‘ვწერო’, ‘დავწერო’, ‘მეწერა’, ‘დამეწერა’, ‘მეწეროს’ და ‘დამეწეროს’ მსჯელი სიტყვები არ არიან, იმ უბრალო მიზეზის გამო, რომ მათ მხოლოდ თავისი საშუალებებით მსჯელობის ანუ თხრობითი წინადადების აგება არ ძალუძთ.

ჩვენთვის წინადადებაში ‘მე მინდა ვწერდე’ მსჯელი სიტყვაა ‘მინდა’, ხოლო ‘ვწერდე’ სამსჯელო სიტყვაა. ასეთივენაირად ვგებულობთ წინადადებებს ‘მე მინდოდა მეწერა’. ‘მე მინდა მეწეროს’, ‘მე უნდა ვწერო’. ამგვარად, ჩვენთან, შანიძისეული ზმნების მხოლოდ ერთი ნაწილი განიხილება მსჯელ სიტყვებად, კერძოდ კი მსჯელი სიტყვაა შანიძისული თხრობითი კილოს ყველა ზმნა გარდა პირველი ხოლმეობითის ფორმის ზმნებისა. რაც შეეხება მისეული სისტემის კავშირებითი კილოს ზმნებს, ისინი, ჩვენი მიდგომებით, მსჯელი სიტყვები არ არიან.

ამ თვალსაზრისებით ცალკე საკვლევია შანიძისეული სისტემით პირველი ხოლმეობითი ფორმის ზმნური შინაარსები. რაც შეეხება კავშირებითი კილოს ფორმის ზმნებს, ისინი, ჩვენი მიდგომებით, არიან ერთგვარი ქართული პირისნიშნიანი სემანტიკური ანალოგები ინდოევროპული ინფინიტური ფორმებისა. თუმცა, აქ ჯერ ხედვები ჩამოყალიბების პროცესშია და ის რაც აქ ითქვა არ ნიშნავს იმას, რომ მათ ჩვენ ინფინიტურ ანუ საწყის ფორმებად განვიხილავთ. ყოველ შემთხვევაში ის, რომ ისინი არ არიან მსჯელი სიტყვები და რომ არასდროს დამოუკიდებლად არ იძლევიან მარტივ წართქმით თხრობით წინადადებას, ცხადია. უფრო მეტიც, დასტურდება, რომ წართქმით წინადადებაში ისინი, როგორც წესი, წინადადების რომელიმე ერთ სამსჯელო შინაარსს გვაწვდიან და, როგორც ჩანს, ეს მათი ძირითადი ლოგიკურ-ლინგვისტური ფუნქციაა.

ჩვენი მიდგომებით განსაკუთრებით საინტერესოა ‘რომ’ კავშირის საკითხი. როგორც ჩანს, მარტივ თხრობით წინადადებებში ‘რომ’ ოპერატორის ძირითადი ფუნქცია მსჯელი სიტყვის სამსჯელო სიტყვად გარდაქმნაა. მაგალითად, წინადადებაში ‘მან იცოდა, რომ ის სახლში იყო’ სიტყვა-ოპერატორი ‘რომ’ წინადადებას ანუ მსჯელ სიტყვა-შინაარსს ‘ის სახლში იყო’ გარდაქმნის სამსჯელო სიტყვა-შინაარსად ‘რომ ის სახლში იყო’. დაახლობით იგივე ვითარებასთან გვაქვს საქმე წინადადებაში ‘რომ მცოდნოდა, (რომ) სახლში იყო დავურეკავდი’. თუმცა ეს ტიპი წინადადებებისა და, ზოგადად, შანიძისეული სისტემის ე.წ. პირველი ხოლმეობითის ფორმის ზმნური შინაარსები, როგორც აღვნიშნეთ, ცალკე შესწავლას მოითხოვს.

ამგვარად, მსჯელი სიტყვის ცნებითი შინაარსი არ ემთხვევა შანიძისეული ზმნის ცნებით შინაარსს. იგი არც შანიძისეული თხრობითი კილოს ზმნის ცნებას ემთხვევა, რადგან ჩვენ მისეულ პირველ ხოლმეობითს, რომელიც მასთან თხრობითი კილოს ზმნაა, არ განვიხილავთ ძირითადი საფეხურის მსჯელ სიტყვად.

ხაზგასასმელია ისიც, რომ ჩვენთვის სიტყვა მსჯელია მაშინ, და მხოლოდ მაშინ, თუ იგი დამოუკიდებლად ანუ მხოლოდ მისი ენობრივი სიტყვითი ბუნებით იძლევა ისეთ შინაარსს, რომელზედაც კითხვის დასმა ჭეშმარიტად ასეა თუ არა უადგილო და, შესაბამისად ამისა, აზრს მოკლებული არ არის. ამასთან, ჩვენი მიდგომებით, იმისათვის, რომ სიტყვა იყოს მსჯელი, არ არის არსებითი გამოხატავს ის მოქმედებას თუ მდგომარეობას, თუ არც ერთს და არც მეორეს. გარდა ამისა, მსჯელ სიტყვას ზმნისგან ისიც განასხვავებს, რომ არ არის აუცილებელი მასში გამოიყოფოდეს პირის ნიშანი და, შესაბამისად ამისა, არც ის არის აუცილებელი იგი იუღლებოდეს. ასე მაგალითად ‘უნდა’ როგორც ვალდებულება მსჯელი სიტყვაა, რადგან რაღაც ან უნდა ან არ უნდა გაკეთდეს. ამასთან, იგი არ იუღლება და, შესაბამისად, მასში არც პირის ნიშანი არ გამოიყოფა. რაც შეეხება შანიძისეულ დროის კატეგორიას, რომელიც, მიუხედავად იმისა, რომ იგი უდროო ზმნებსაც განიხილავს, ერთ-ერთი ძირითადი ზმნური კატეგორია, უნდა ითქვას, რომ, ჩვენი მიდგომებით, იგი (ე.ი. დრო) როგორც ლოგიკური მიზეზ-შედეგობრიობის ერთ-ერთი ძირეული მახასიათებელი არ არის გამართლებული მხოლოდ მსჯელ სიტყვებთან დავინახოთ. ამგვარად, ჩვენ ვთვლით, რომ დროის კატეგორია სამსჯელო შინაარსებსაც ახასიათებთ და მისი მხოლოდ მსჯელ შინაარსებზე დადება თავიდანვე არასწორი გზაა მიზეზ-შედეგობრიობაში დროისა და დროში მიზეზ-შედეგობრიობის მატარებელი ისეთი სისტემის ახსნისათვის, როგორიც ბუნებრივენობრივი აზროვნებაა. გაუმართლებელია აგრეთვე აზროვნებითი

ანუ ენობრივ-ლოგიკური დროის კატეგორიის გააზრება რეალურ დროსთან მიბმულად და ამით ენაში გრამატიკული საკითხების გადაწყვეტა, მით უფრო, რომ ენობრივ-ლოგიკური აზროვნება, როგორც სამყარო, არა თუ იდგმება, არამედ იდგამს, ანუ თავისთავში მოიცავს, რეალურ, არააზროვნებით სამყაროს, სადაც დრო, როგორც ჩანს, მხოლოდ სწორხაზოვნად მიედინება.

ამგვარად, ის, რომ მსჯელი სიტყვისა და სამსჯელო სიტყვის ცნებები, როგორც ლოგიკური-ლინგვისტური კატეგორიები, განსხვავდება კლასიკური ენათმეცნიერული ხედვებისათვის დამახასიათებელი და დღეს განხილვადი ლინგვისტური კატეგორიებისაგან, ცხადია. რაც შეეხება ამ ცნებების მიმართებას ხომსკისეულ და მონტეგიუსეულ ლოგიკურ-ლინგვისტურ კატეგორიებთან, უნდა აღინიშნოს, რომ აქაც საქმე გვაქვს მნიშვნელოვან განსხვავებებთან, რომელთა მიზეზი, ერთი მხრივ, ქართული ენის ინგლისურისგან განსხვავებული ენობრივ-ლოგიკური თავისებურებებია, მეორე მხრივ კი, არის ის, რომ ჩვენ ვეყრდნობით აღნიშვნათა თეორიით განსაზღვრულ, ახალ, მათთვის უცნობ მათემატიკურ საფუძვლებს. თუმცა, ხაზგასმით უნდა აღინიშნოს ისიც, რომ ჩვენი ლოგიკურ-ლინგვისტური კვლევა ფუნდამენტურად ეყრდნობა როგორც მონტეგიუსეულ სიმრავლურ-თეორიულ ლოგიკურ-ლინგვისტურ თვალსაზრისებს, ისე ხომსკისეულ ზოგადლინგვისტურ მიდგომებს და რომ მათი სასაფუძვლო მონაწილეობის გარეშე იგი ვერ შედგებოდა.

8. ნაშრომის დასკვნითი მიმოხილვა

ქართული ენის ლოგიკური გრამატიკით ქართული წერითმეტყველებითი, ზეპირმეტყველებითი და აზრითმეტყველებითი ენები განიხილება შ. ფხაკაძისეული აღნიშვნათა თეორიით გაფართოებულ ფრეგესეულ მათემატიკურ ენაზე და ძირითად მათემატიკურ - სიმრავლურ, ლოგიკურ და ფორმალურ ოპერაციებზე დაყრდნობით.

ამასთან, ჩვენ ვეყრდნობით მონტეგიუსეულ ლოგიკურ-ლინგვისტურ და სიმრავლურ-თეორიულ ხედვებსა და ზოგად ხომსკისეულ ლინგვისტურ მიდგომებს. ნაშრომში მონტეგიუსეული ხედვების გათვალისწინებით დეტალურად არის გამოკვლეული ქართული და ინგლისური ენობრივი სისტემების განმასხვავებელი თავისებურებები.

განხილულია ლოგიკური ბრუნებისა და ლინგვისტური მიმართებების ფუნდამენტური ცნებები. ნაჩვენებია, რომ ქართულში ბრუნვის ნიშნები რეალიზაციას უკეთებენ ფორმალური ჩასმის მათემატიკურ ოპერაციას. ამასთან, კვატიფიკატორები გაგებულია როგორც ამ ფორმალური ჩასმის ოპერატორის ტიპის განმსაზღვრელები. ზედსართვი სახელები, რომლებიც თვისობრივად განმსაზღვრელი სიტყვების ერთ-ერთი კერძო კლასია, სიმრავლური თანაკვეთის ოპერაციასთან კომბინირებულად გააზრებულია როგორც $A\cap -_1$ სახის ენობრივ-მათემატიკური მარჯვნივ 1-ადგილიანი სიმრავლური ოპერაცია. წინადადების ამგები მსჯელი სიტყვები აზრდება $[V(N\alpha_1, \ldots, N\alpha_n)=t]^n$ სახის ლინგვისტურ ანუ ენობრივ-მათემატიკურ პრედიკატებად, სადაც $N\alpha_k$ ($k\in\{1, 2, \ldots, n\}$) არის ჩვენი მიდგომებით ქართულში გამოყოფილი Nი, Nის, Nისკენ, Nისგან, Nისთვის, Nიდან, Nით, Nს, Nში, Nზე, Nად, Nამდე, Nთან, Nმა ბრუნვითი ფორმებიდან ერთ-ერთი. აქ, ქართული გრაფიკული სიმბოლოები ი, ის, ისკენ, ისგან, ისთვის, იდან, ით, ს, ში, ზე, ად, ამდე, თან, მა, არიან მაბრუნებელი მორფემები, რომლებიც $[V(N\alpha_1, \ldots, N\alpha_n)=t]^n$ სახის n-ადგილიან ლინგვისტურ პრედიკატებში ადგილების ინდექსატორების ფუნქციებს ასრულებენ. თხრობითი წინადადების დამასრულებელი ნიშანი გაგებულია $[-_1 =t]$ სახის ენობრივ-მათემატიკურ შემამოკლებელ სქემად.

ნაშრომში განვითარებული მიდგომების საფუძველზე განხილულია ბუნებრივი ენობრივი შინაარსების მათემატიკურ ენაზე თარგმნის ანუ ბუნებრივი ენობრივი შინაარსების მათემატიკურად გაგების პრობლემის ძირეული შემადგენლები. ამასთან, მარტივად გასაგები მაგალითების მეშვეობით საბუთდება, რომ ჩვენს მიერ განვითარებული მეთოდები იძლევა ქართული წინადადებების მათემატიკურ ენაზე მექანიკურად მთარგმნელი სისტემის აგების მარტივ და ბუნებრივ გადაწყვეტას.

ნაშრომის დასასრულს ალფაბეტურად გაწერილია ქართული ენის ბირთვული ნაწილის პირველი ანუ არასრული მონტეგიუსეული სიმრავლურ-თეორიული მოდელი.

United Georgian Group of Logic and Language
Project
"The Foundations of the Logical Grammar of the Georgian Language"

On the Linguistic Relations and Logical Declension in Georgian
Abstract

According to the logical grammar of the Georgian language the written, spoken and mental Georgian languages are considered in the context of Frege's mathematical language which is extended by Notation Theory of Sh. Pkhakadze together with the main set-theoretic, logical and formal operations.

Also, our conception is based on Montegue's logic-linguistic and set-theoretical views and the general linguistic approach of Chomsky. Taking into consideration Montegue's standpoint we have analyzed in detail the features in which the Georgian linguistic system differs from the English linguistic system.

The fundamental concepts of the logical declension and linguistic relations have been considered in the article. It has been shown that the Georgian declensional morphemes (suffixes) represent the mathematical operators of formal replacements (insertion). At the same time the quantifiers operate on the formal replacements operators and determine their type. The adjectives which are the special class of the determiners are conceived as the set-theoretical right-one-place lingual-logical operation of the form $A\cap_{-1}$. The verbs constructing sentences are interpreted as the linguistic or lingual-mathematical predicates of the form $[V(N\alpha_1,\ldots, N\alpha_n)=t]^n$, where $N\alpha_k\in\{N\text{-}_{i}, N\text{-}_{is}, N\text{-}_{isken}, N\text{-}_{isgan}, N\text{-}_{istvis}, N\text{-}_{idan}, N\text{-}_{it}, N\text{-}_{s}, N\text{-}_{shi}, N\text{-}_{ze}, N\text{-}_{ad}, N\text{-}_{amde}, N\text{-}_{tan}, N\text{-}_{ma}\}$ the elements of which are, according to our approach developed in the paper, the abstract formal representations of the Georgian declension. Here the Georgian suffixes -i, -is, -isken, -isgan, -istvis, -idan, -it, -s, -shi, -ze, -ad, -amde, -tan, -ma are the declensional morphemes which, on the basis of this approach, perform the function of place indexers in the linguistic n-place predicates $[V(N\alpha_1,\ldots, N\alpha_n)=t]^n$. The conclusive sign of the declarative sentence is conceived as the lingual-mathematical contracting scheme $[-_1 = t]$.

The main constituents of the problem of translation into the mathematical language i. e. the mathematical understanding of the natural linguistic contents have been considered on the basis of the approach developed in the work. At the same time the fact that using our methods it is possible to construct the automatic translator for the Georgian sentences into the mathematical language has been shown via apprehensible examples.

In conclusion we have set forth alphabetically the first or incomplete Montegue's set-theoretical model of the core part of the Georgian language.

ლიტერატურა

1. ანტონი, ანტონ I, ქართული ღრამატიკა, თბ., 1967.
2. რ. ასათიანი, მარტივი წინადადების ტიპოლოგიური ანალიზი, ტბ., 1982.
3. ჰ. არონსონი, ფუნქციის ფორმალური კორელატები ქართულ ბრუნებაში, თბ., 1983.
4. შ. აფრიდონიძე, მიმართვის ფორმათა სტრუქტურა და ფუნქციონირება ახალ ქართულში, თბ., 2003.
5. კ. ბაქრაძე, ლოგიკა, თბ., 1944.
6. ი. ბენტემი, ა. მიულენი, ენა და ლოგიკა, ამსტერდამი, 1997.
7. უ. ბუშკოვსკი, უ. მარციშევსკი, ი. ბენტემი, კატეგორიათა გრამატიკა, ამსტერდამი, 1988.
8. გაიოზ რექტორი, ქართული ღრამმატიკა; თბ., 1970.
9. კ, გაბუნია, ფლექსიური მორფემათა რანჟირების კანონზომიერებანი სახელის დეკლანაციის პროცესში, თბ., 2000.
10. თ. გამყრელიძე, ზმნის პირიანობა და ვალენტობა, თბ., 1979
12. ს. დოდაშვილი, შემოკლებული ქართული ღრამმატიკა; ტფ., 1830.
13. ა. დავითიანი, ქართული ენის სინტაქსი; თბ., 1973.
14. რ. იაკობსონი, რჩეული ნაშრომები, მოსკოვი, 1985.
15. ი. იმნაიშვილი, სახელთა ბრუნება და ბრუნვათა ფუნქციები ძველ ქართულში; თბ.,1957.
16. პ. იოსელიანი, პირველდაწყებითნი კანონნი ქართულისა ღრამმატიკისა, თბ., 1863.
17. ლ. კვაჭაძე, თანამედროვე ქართული ენის სინტაქსი, თბ., 1996.
18. პ. კვიცარიძე - ქართული სწორმეტყველება; თბ., 1888.
19. შ. ლაპინი, თანამედროვე სემანტიკური თეორიები, ოქსფორდი, 1997.

20. ნ. მარი, ძირითადი ცხრილები ძველი ქართული ენის გრამატიკისათვის ქართული ენის სემიტურთან ნათესაობაზე წინასწარი შეტყობინებით, სანკტ-პეტერბურგი, 1908
21. ნ. მარი, ძველი ქართული ენის გრამატიკა, სანქტ-პეტერბურგი, 1925
22. მ. მაჭავარიანი, ქცევის გრამატიკული კატეგორიის სემანტიკა, თბ., 1987.
23. დ. მელიქიშვილი, ქართული ზმნის უღლების სისტემა, თბ., 2001.
24. ი. მელიქიშვილი, ზმნურ ფორმათა I,II და III სერიის მიმართებებისათვის ქართველურ ენებში, თბ.,1998.
25. ა. ონიანი, ქართველურ ენათა შედარებითი გრამატიკის საკითხები. თბ., 1989.
26.ს. ორბელიანი, თ. უთურგაიძე, ქართული ენის შესწავლის ისტორია; თბ., 1999.
27. ბ. პარტი, ა. მიულენი, რ უოლში, მათემატიკური მეთოდები ლინგვისტიკაში, ამსტერდამი, 1990.
28. ბ. პარტი, კომპოზიციურობა ფორმალურ სემანტიკებში, მასაჩუსეტსი, 2004.
29. პ. პორტნერი, ბ. პართი, ფორმალური სემანტიკები, ოქსფორდი, 2002.
30. თ. ჟორდანია, ქართული ღრამმატიკა, თბ., 1889.
31. ზ. სარჯველაძე, ქართული სალიტერატურო ენის ისტორიის შესავალი, თბ., 1984.
32. ა. სბიქე, სახელის ბრუნების ისტორიისათვის ქართველურ ენებში, თბ., 1956.
33. თ. უთურგაიძე, ქართული ენის სახელის მორფონოლოგიური ანალიზი, თბ., 1986.
34. თ. უთურგაიძე, ქართული ენის შესწავლის ისტორია, თბ., 1999.
35. ჰ. ფოგტი, ბრუნვათა სისტემა ძველ ქართულში, თბ., 1968.
36. ნ. ჭანიშვილი, ბრუნვა და ზმნური კატეგორიები ქართულ წინადადებაში, მოსკოვი,1981.
37. შ. ფხაკაძე, აღნიშვნათა თეორიის ზოგიერთი საკითხები, თბ., 1977წ.
38. შ. ფხაკაძე, სიმრავლეთა თეორიის და მათემატიკური ლოგიკის ელემენტები, თბ., 1978.
39. შ. ფხაკაძე, მათემატიკური ლოგიკა – საფუძვლები, თბ., ტI, 1996.
40. შ. ფხაკაძე, მათემატიკური ლოგიკა – საფუძვლები, თბ., ტII, 1999.
41. კ. ფხაკაძე, ჰერბრანის ფუნქციონალური Q-არეები, ჰერბრანის Q-იტერპრეტაციები და MGR_Q-რეზოლუციური გამოყვანების თვისებები მეორე რიგის Q-თეორიებში, თბ., 1998.
42. კ. ფხაკაძე, რ. ასათიანი, მ. ივანიშვილი, ენის ლოგიკა და პარადოქსები, ვენა, 2001.
43. კ. ფხაკაძე, მ. ივანიშვილი, ბუნებრივი ქართული ენობრივი სისტემის ფორმალური ადეკვატისათვის, „ივერია" ტ. VI, პარიზი, 2001.
44. კ. ფხაკაძე, მ. ივანიშვილი, მათემატიკური ლოგიკა და ბუნებრივი ენობრივი სისტემების ფორმალიზაციისა და მათემატიზაციის ამოცანები, თბ., 2001;
45. კ. ფხაკაძე, მ. ივანიშვილი, სიტყვების მკაცრი ფორმალურ-ლოგიკური გაგება ბუნებრივი ქართული ენობრივი სისტემის მიხედვით, ვენა, 2002;
46. კ. ფხაკაძე, სიტყვათა შორის სინტაქსური კავშირის შესახებ, „ივერია" ტ. VIII-IX, პარიზი, 2002.
47. კ. ფხაკაძე, გ. ჭანკვეტაძე, ლ. ლეკიაშვილი, მ. ივანიშვილი, ე. სოსელია, ლ. ტიბუა, ბუნებრივი ქართული ენობრივი სისტემის პირდაპირი ფორმალურ-ლოგიკური აღწერის ძირითადი იდეების შესახებ ერთი მაგალითის მეშვეობით, თბ., 2003.
48. კ. ფხაკაძე, ბუნებრივი ქართული ენობრივი სისტემის ერთი ფრაგმენტი როგორც სიმრავლურ თეორიული სისტემა, „ივერია", ტ. X-XI, პარიზი, 2003 – 2004.
49. კ. ფხაკაძე, ლ. ლეკიაშვილი, მ. ივანიშვილი, გ. ჭანკვეტაძე, ლ. ტიბუა, წარმოადგენენ თუ არა ლოგიკური, პროგრამული და ბუნებრივი ენობრივი სისტემები ერთმანეთისაგან პრინციპულად განსხვავებული ტიპის სემანტიკურ სისტემებს? – ანუ ენობრივი ნიშნისა და ჩვენეული ენობრივი მსოფლხედვის შესახებ, „ივერია", ტ. X-XI პარიზი, 2003 – 2004.
50. კ. ფხაკაძე, მ. ივანიშვილი, ბუნებრივი ქართული ენის პირდაპირი ფორმალურ-ლოგიკური აღწერა ენის როგორც ბუნებრივი სისტემის საფუძველზე, თბ., 2001 - 2004.
51. კ. ფხაკაძე, მ. ივანიშვილი, ე. სოსელია, ლ. ლეკიაშვილი, ლ. ტიბუა. გ. ჭანკვეტაძე, ბუნებრივი ქართული ენობრივი სისტემის პირდაპირი ფორმალურ ლოგიკური აღწერის ძირითადი იდეების შესახებ მაგალითების მეშვეობით, ამსტერდამი, 2004.
52. კ. ფხაკაძე, მ. ივანიშვილი, ლ. ლეკიაშვილი, დამატებითი საკითხავი კურსი თანამედროვე მათემატიკურ ლინგვისტიკაში, თბ., 2004.
53. კ. ფხაკაძე, კ. გაბუნია, ქართული ენის, ქართული ენის ლოგიკისა და მათემატიკური ლოგიკის ინტეგრირებული სწავლების შესახებ, თბ., 2004.
54. ი. ქართველიშვილი, ქართული ღრამმატიკა; თბ., 1825.
55. ა. ქუთათელაძე, პირველ-დაწყებითი ქართული გრამატიკა; თბ., 1888.
56. ა. შანიძე, ქართული გრამატიკა, მორფოლოგია; თბ., 1930.
57. მ. შანიძე, სიტყუა ართრონთათვის; თბ., 1990.
58. ა. შანიძე, ქართული გრამატიკის საფუძვლები: თბ., 1942.
59. შანშოვანი, მოკლე ღრამმატიკა ქართულისა ენისა; სანკტ-პეტერბურღი, 1881.
60. არნ. ჩიქობავა, ქართული ენის ზოგადი დახასიათება: თბ., 1950 ჩიქობავა
61. არნ. ჩიქობავა, მარტივი წინადადების პრობლემა ქართულში, თბ., 1968.
62. დ. ყიფიანი, ახალი ქართული გრამატიკა; სანკტ-პეტერბურღი, 1882

განკითხულებანი (ინტერროგაციები) და მათი გამოყენება

ო. ჭანკვეტაძე, გ. ჭანკვეტაძე

I. ზოგიერთი სპეციალური (არალოგიკური) დამოკიდებულებანი [1] (გვ.3–4)

1. ტოლობის დამოკიდებულება ანუ ტოლობა– (a=b), სადაც a და b ნებისმიერი ფორმებია. ტოლობა რეფლექსური სიმეტრიული და ტრანზიტული დამოკიდებულებაა (ე. ი. ეკვივალენტობის დამოკიდებულებაა) [1] (გვ.5–6). ტოლობის მოქმედების არიალი (განსაზღვრის არე) წარმოადგენს თერმთა დალაგებულ წყვილების სიმრავლეს, ანუ თუ დავუშვებთ მეტყველების თავისუფლებას, ვიტყვით, რომ ტოლობა თერმთა მთელ სიმრავლეზეა განსაზღვრული [2] (გვ.17).

2. უტოლობის დამოკიდებულება ანუ უტოლობა არის ტოლობის უარყოფა–ანუ $a \neq b$. უტოლობა, ისევე როგორც ტოლობა სიმეტრიულია, მაგრამ არც რეფლექსურია და არც ტრანზიტული. მისი მოქმედების არეალი, ისევე როგორც ტოლობისა არის თერმთა დალაგებული წყვილების სიმრავლე, ანუ მარტივად თერმთა მთელი სიმრავლე. [2] (გვ.17).

3. ნაკლებობის დამოკიდებულება ანუ ნაკლებობა a<b. იგი ტრანზიტულია, მაგრამ არც რეფლექსურია და არც სიმეტრიული: მისი მოქმედების არეალი (განსაზღვრის არე) წარმოადგენს ნამდვილ რიცხვთა დალაგებული წყვილების სიმრავლეს, ანუ მარტივად ნამდვილ რიცხვთა სიმრავლეს.

4. მეტობის დამოკიდებულება ანუ მეტობა – a>b. იგი ისევე როგორც ნაკლებობა, ტრანზიტულია, მაგრამ არც რეფლექსურია და არც სიმეტრიული. მისი განსაზღვრის არეც ისეთივეა, როგორც ნაკლებობისა.

5. ცხადია, რომ ნაკლებობის უარყოფის სახელი იქნება უნაკლებობა ანალოგიურად იმ გარემოებისა, რომ ტოლობის უარყოფის სახელია უტოლობა. რადგან, $a \geq a$ ჭეშმარიტია, ამიტომ უნაკლებობა რეფლექსური და ტრანზიტულია, მაგრამ არასიმეტრიული. ცხადია, უნაკლებობის განსაზღვრის არე იქნება ნამდვილ რიცხვთა სიმრავლე.

6. ახლა კი უკვე ნათლად ჩანს, რომ მეტობის უარყოფის სახელი იქნება უმეტობა და რადგან $a \leq a$ უმეტობა რეფლექსურია და ტრანზიტული, მაგრამ არაა სიმეტრიული, ისევე როგორც უნაკლებობა.

ცხადია, რომ უტოლობის ზემოაღნიშნული განსაზღვრის შემდეგ ოთხეულიდან $(a < b, a > b, a \leq b, a \geq b)$ ვერც ერთს ვერ ვუწოდებთ უტოლობას, რადგან ერთის მხრივ არცერთი მათგანი არ წარმოადგნეს ტოლობის უარყოფას, ხოლო მეორეს მხრივ კი ოთხეულის ნებისმიერი წევრი და უტოლობა ერთმანეთისაგან განსხვავდებიან მთელი რიგი არსებითი თვისებებით (სიმეტრიულობა, ტრანზიტულობა განსაზღვრის არე), რაც მიუღებელს ხდის უტოლობის კლასიკურ განსაზღვრას. ოთხეულს კი საერთოდ მეტნაკლებობა ვუწოდოთ.

ტოლობა მათემატიკაში უძველესი დროიდან გვხვდება და უაღრესად დიდი დატვირთვით სარგებლობდა და სარგებლობს ამჟამადაც, რადგან საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა კანონების საკმაოდ დიდი უმრავლესობა ტოლობით გამოიხატება.

სამ საუკუნეზე მეტია და ამჟამადაც დიდი წარმატებით მიმდინარეობს შეუნელებელი კვლევა ზემოგანხილული ექვსი დამოკიდებულების (ტოლობა, უტოლობა, ნაკლებობა, მეტობა, უნაკლებობა, უმეტობა) რაც განპირობებულია მათი მეცნიერებისა და ტექნიკის თითქმის ყველა სფეროში უდიდესი გამოყენებადობის გამო. 1934 წელს (იხ. [3]) გამოვიდა სამი ამერიკელი ავტორის მონუმენტური ნაშრომი, რომელშიც უმაღლეს დონეზე იქნა შესწავლილი ზემოაღნიშნულ დამოკიდებულებათა თითქმის ყველა თვისება. ამ შრომის შედარებით თანამედროვე გამოძახილი 1961 წელს გამოიცა (იხ. [4]).

კვლევა გაცილებით უფრო საინტერესო გახდებოდა, თუ გვექნებოდა განკითხულების ანუ ინტერროგაციის ზოგადი ცნება. დავრწმუნდეთ ამაში.

II. არალოგიკური განკითხულებანი (ინტერროგაციები) და მათი გამოყენება.

დამოკიდებულებას, რომელშიც გვხვდება ერთი ან რამდენიმე უცნობი განკითხულება ეწოდება. როგორც ჩანს, განკითხულების ცნება განტოლების ცნების საკმაოდ ფართო განზოგადებაა (განტოლება უცნობიანი ტოლობაა).

ტერმინი „განკითხულება" შემდეგი გარემოების საფუძველზე იქნა შემოღებული. როგორც ცნობილია, განტოლების ამოხსნა გარკვეული ხასიათის ძიების (გამოძიების) პროცესთან არის დაკავშირებული. ვეძებთ უცნობ ობიექტს ცნობილი ობიექტების მოცემულობის საფუძველზე, ისევე, როგორც ეძებენ უცნობ ბოროტმოქმედს ცნობილი ფაქტების მოცემულობის საფუძველზე. უნდა მოძებნილიყო ტოლობის შესაბამისი რაიმე ქართული სიტყვა და შემდეგ, როგორც სიტყვა ტოლობიდან წარმოებულია სიტყვა „განტოლება" ასევე გვეწარმოებინა ტოლობის შესაბამისად ნაპოვნი სიტყვიდან შესაბამის ტერმინი. ასეთი სიტყვა აღმოჩნდა „კითხულობა" (იხ. [5], [6]) რომლისგანაც ვაწარმოეთ სიტყვა განკითხულება, ისევე, როგორც ტოლობიდან ნაწარმოებია სიტყვა განტოლება. რაც შეეხება ტერმინს, ინტერროგაცია, იგი ამოღებულია [7]–დან. იგი ფართოდაა გავრცელებული თანამედროვე წამყვან ევროპულ ენებში და მას ქართულად შეესაბამება სიტყვები: „კითხვა", „დაკითხვა", „გამოძიება" და სხვანი. ასე, რომ ქართულად შეიძლება გამოყენებულ იქნეს ორი ტერმინი–ერთი, როგორც ნაციონალური ტერმინი– „განკითხულება" და მეორე, როგორც ინტერნაციონალური ტერმინი „ინტერროგაცია".

პირველი ოფიციალური მოხსენება განკითხულების ცნების შესახებ წაკითხულ იქნა 1997 წელს საქართველოს მათემატიკური საზოგადოების II ყრილობაზე, მაგრამ ყრილობის თეზისების გამოქვეყნება ვერ მოხერხდა. ჯერ-ჯერობით ყველაზე უფრო სრულყოფილად განკითხულების ცნება გადმოცემულია [8] -ში.

XX საუკუნის მეორე ნახევარში არალოგიკურ განკითხულებათა კვლევა კიდევ უფრო გაძლიერდა ზოგიერთი ტერმინოლოგიური უზუსტობების თანხლებით. მაგალითად, წინადადებები: „ამოვხსნათ განტოლება", „დავამტკიცოთ ტოლობა" ორივე ზუსტადაა ფორმულირებული, ხოლო წინადადებათაგან „ამოვხსნათ უტოლობა", „დავამტკიცოთ უტოლობა" პირველი არაზუსტადაა ფორმულირებული. (უნდა იყოს ამოვხსნათ განუტოლება), რაც სრულიადაც არაა გასაკვირი, რადგან მეცნიერებს ამოძრავებთ არა მარტო თეორიული კვლევის ინტერესები, არამედ ისინი იძულებული არიან აწარმოონ ისეთი პრაქტიკული სამუშაოები, რომლებიც დაკავშირებული არიან სტიქიურ უბედურებათა პროგნოზირების, რთული ეკონომიკური საკითხებისა და სხვა მრავალი რთული თეორიული და პრაქტიკული პრობლემების გადაწყვეტასთან. ამ შემთხვევაში იქმნებიან არა მარტო ცალკეული საკმაოდ სერიოზული თეორიული და პრაქტიკული ხასიათის შრომები (მაგალითად [9], რომელიც ეძღვნება დიფერენციალურ და ინტეგრალურ განტოლებათა და განმეტნაკლებებათა თეორიას), არამედ ისეთი მაღალხარისხოვანი მონუმენტური მონოგრაფიები, როგორიცაა ამერიკელი მეცნიერის ჯ. დანციგის [10] (1966) და ოთხი ავტორის [11] (1976) მონოგრაფიები. მათ მოჰყვა ფრანგი მათემატიკოსის მ. მინუს მონოგრაფია [12], რომელიც ორჯერ გამოიცა პარიზში (1983-1989) და 1990 წელს გამოვიდა მის რუსული თარგმანი. მასში მაღალ მეცნიერულ დონეზეა გადმოცემული როგორც ძველი შრომები, ასევე გამდიდრებულია ავტორის მიერ მიღებული შედეგებით.

ამრიგად, XX საუკუნე (განსაკუთრებით, მისი მერე ნახევარი) შეიძლება ჩავთვალოთ არალოგიკურ დამოკიდებულებათა და განკითხულებათა ფორმირების საუკუნედ.

ცხადია, ზემოაღნიშნულ ურთულეს ვითარებაში ყოვლად წარმოუდგენელია ყოველგვარი უზუსტობის გარეშე კვლევის წარმოება. ზემოხსენებული „უზუსტობანი" ამჟამადაც რომ გამოუსწორებელი რჩება, ეს ნამდვილად არაა სასურველი.

III. წმინდა ლოგიკური განკითხულებანი (ინტერროგაციები) და მათი გამოყენება.

განვიხილოთ ახლა წმინდა ლოგიკურ განკითხულებათა გამოყენებადობის საკითხი.

წმინდა ლოგიკური განკითხულების ამოხსნის საკითხები განხილული გვაქვს ორ შრომაში:

1. ერთუცნობიანი წმინდა ლოგიკური განკითხულება. დეპონირებულია საქართველოს სამეცნიერო–ტექნიკური ინფორმაციის სამეცნიერო კვლევით ინსტიტუტში (ტექინფორმი).

რეგისტრაციის ნომერი 1244. რეგისტრაციის თარიღი 11.05.2003. დეპონირებული შრომის რეფერატი დაბეჭდილია ქართულ რეფერატულ ჟურნალში რუბრიკით "დეპონირებული შრომები".

2. მრავალუცნობიანი წმინდა ლოგიკური განკითხულება. (იბეჭდება).

წმინდა ლოგიკური განკითხულების ამოხსნის შედეგად ცნობილი წინადადებების საშუალებით ვპოულობთ უცნობ წინადადებას (წინადადებებს).

ლოგიკური განკითხულებები საერთოდ მეტად მნიშვნელოვანი მოვლენაა მათემატიკურ ლიტერატურაში. ლოგიკურ განკითხულებებს დიდი გამოყენებითი მნიშვნელობა აქვთ, რადგან ნებისმიერი მეცნიერული შრომა წინადადებების გარკვეული სიმრავლეა.

განსაკუთრებული მნიშვნელობა ექნებათ ლოგიკურ განკითხულებებს ენათმეცნიერებაში, რადგან აქ ძირითადად ენის სიტყვებსა და წინადადებებს განიხილავენ.

Interrogations and their use

Abstract

(O. Chankvetadze, G. Chankvetadze)

In the work is characterized the logical and nonlogical interrogations and is shown that if we receive the general conceptions of interrogation we would avoid misunderstandings. Besides, solving of the nonlogical interrogations means to find unknown terms and solving of the logical interrogations means to find unknown sentences. So, logical interrogations can be used widely in every branches of science, especially in linguistics.

ლიტერატურა

1. ო. ჭანკვეტაძე სიმეტრიულ რელაციურ ოპერატორთა და შესაბამის დამოკიდებულებათა ზოგიერთი თვისება. დეპონირებულია საქართველოს სამეცნიერო–ტექნიკური ინფორმაციის სამეცნიერო კვლევით ინსტიტუტში (ტექინფორმი). რეგისტრაციის ნომერი 1239, რეგისტრაციის თარიღი 25.11.2003.
2. Н. Бурбаки. Алгебра алгебрфические структуры,мнейная и полимнейная алгебра,перевод с французского. Государственное издательство физика-математической литературы, М. 1962;
3. G.H.Hardi, J.E.Littlewood, Polya, Inequalities. Cambridge University Press. New York 1934.
4. E.F.Beckenbach and R.Bellman,Inequalities.Ergebnisse der Math,Springer,Berlin1961.
5. სულხან–საბა ორბელიანი. ლექსიკონი ქართული (ტ.1–2), თბილისი, მერანი, 1991–1993.
6. ქართული ენის განმარტებითი ლექსიკონი (ტ. I-VIII) „საქართველოს მეცნიერებათა აკადემიის გამომცემლობა, თბილისი 1950–1964.
7. И. Х. Дворецкий Латинско-русский словарь, Издательство, Русский язык, Москва, 1976.
8. ო. ჭანკვეტაძე. განკითხულება ანუ ინტერროგაცია. განტოლების ცნების განზოგადება. დეპონირებულია საქართველოს სამეცნიერო-ტექნიკური ინფორმაციის სამეცნიერო კვლევით ინსტიტუტში (ტექინფორმი). რეგისტრაციის ნომერი 1240, რეგისტრაციის თარიღი 1.12.2003.
9. Lakshmikantham V. Leela S. Differential and integral inqualities,V.1-2,N.Y.,1969.
10.ДанцигДж, линейнное програмирование, его применения и обобщения. М.; 1966.
11. Понтрягин Л.С.Болтянскии В.Е. Гамкрелидзе Р. В. ,Миншенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов-М.;,Наука,1976.
12. М. Мину. математическое програмирование Теория и алгоритмы, М.; "Наука", 1990

რედაქტორის შენიშვნა: რედაქცია მხარს უჭერს ტერმინოლოგიური საკითხების სადისკუსიო რეჟიმში განხილვასა და ქართული სამეცნიერო ტერმინოლოგიის შემდგომ დაზუსტებას, გაღრმავებასა და გაფართოებას. განხილულ საკითხებს ეხება აგრეთვე პროფ. შ. ფხაკაძის ნაშრომი „განტოლებათა თეორიის ზოგიერთი საკითხი" (თსუ, 1974).

Barbara H. Partee

Alice ter Meulen

Robert E. Wall

Mathematical Methods in Linguistics

მათემატიკური მეთოდები ლინგვისტიკაში

კარი I:
მათემატიკური და ბუნებრივი ენების ზოგადი ლოგიკური საფუძვლები

კურსი მზადდება ჩომსკი-მონტეგიუსეული ლოგიკურ-ლინგვისტური მიმართულების დამფუძნებლების, სამეცნიერო წრეებში საყოველთაოდ აღიარებული ავტორების ბარბარა ჰოლ პარტის, ალის ტერ მიულენის და რობერტ უოლის იმ საუნივერსიტეტო სახელმძღვანელოს მიხედვით, რომლის სათაურია „მათემატიკური მეთოდები ენათმეცნიერებაში". ამ სახის ქართული გამოცემის არარსებობის პირობებში კურსის მომზადებას აკადემიკოს თამაზ გამყრელიძის, პროფესორების დავით გორდეზიანის, ჰამლეტ მელაძისა და თამაზ თევზაძის რეკომენდაციების საფუძველზე სრულად დაეჭირა მხარი ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის მეთოდური საბჭოს მიერ.

მათემატიკის დაფუძნებისა და სწავლების მეთოდიკის კათედრაზე 2004 წელს ჩამოყალიბებული „მათემატიკური და ბუნებრივი ენების ლოგიკის" სპეციალიზაციის და სახელმწიფო მიზნობრივი პროგრამის - „კომპიუტერის სრული პროგრამულ-მომსახურეობითი მოქცევა ბუნებრივ ქართულ ენობრივ გარემოში" - მიზნებისა და ამოცანების გათვალისწინებით, კურსის მომზადებაზე მუშაობდა ჯგუფი (ფილ. მეც. დოქტორი ვლადიმერ ლეკიაშვილი, ფილ. მეც. დოქტორი ეთერ სოსელია, ფილ. მეც. კანდიდატი მარინე ივანიშვილი) მთავარი მეცნიერ თანამშრომლის კონსტანტინე ფხაკაძის ხელმძღვანელობით. წიგნის საბოლოო ვარიანტის მომზადებასა და რედაქტირებაში მნიშვნელოვანი წვლილი შეიტანეს მათემატიკის დაფუძნებისა და მეთოდიკის მოდულის დოცენტებმა გივი ნადიბაიძემ, ვახტანგ ფხაკაძემ და ფილოლოგიურ მეცნიერებათა დოქტორმა კახა გაბუნიამ. ჯგუფი მადლობას უხდის მათ თანამშრომლობისათვის.

შესავალი

ეს წიგნი შეიქმნა მანამდე არსებული ორი შესავალი კურსის საფუძველზე. ესენია: ბარბარა ჰოლ პარტის „მათემატიკის საფუძვლები“ და რობერტ უოლის „მათემატიკური ლინგვისტიკის შესავალი“, რომლებიც 1984-86 წლებში ამერიკის შეერთებულ შტატებში გამოიცა. ავტორებმა მალე დაინახეს ამ წიგნების შესწორებისა და ხელახალი გამოცემის საჭიროება. ამ მიზნით მათ გადაწყვიტეს ძალების გაერთიანება. მალე პროექტს, რომლის მიზანიც იყო წინამდებარე წიგნის - „მათემატიკური მეთოდები ლინგვისტიკაში“ - გამოცემა, შეუერთდა ალის ტერ მიულენი.

მისი წინამორბედების მსგავსად, ეს წიგნი განსაზღვრულია სტუდენტებისათვის, რომლებიც შეისწავლიან ლოგიკასა და ლინგვისტიკას, თუმცა მისი გამოყენება შეუძლია ყველას, ვისაც სურს გაეცნოს დისკრეტული მათემატიკის იმ ნაწილს, რომელიც ფართოდ გამოიყენება თანამედროვე ლინგვისტურ თეორიებში. ჩვენ ვცდილობდით სიმრავლეთა თეორიისა და მათემატიკური ლოგიკის ისეთი შესავალი კურსის გაკეთებას, რომელიც ძირითადად მხოლოდ საშუალო სკოლის მასალის შესაბამის მათემატიკურ ცოდნას დაეყრდნობოდა. და მართლაც, რამდენადაც წიგნის A და B ნაწილებით წარმოდგენილი მათემატიკა ეხება არა იმდენად უწყვეტ სტრუქტურებს, მაგალითად ისეთებს, როგორიც წრფე და სივრცეა, არამედ უფრო ისეთ დისკრეტულ მონაცემებს, როგორიც ანბანურ ასოთა მიმდევრობებია, მკითხველი შედარებით ადვილად იპოვის ამ მასალის მსგავსებასა და სიახლოვეს საშუალო სკოლის ალგებრასთან, ვიდრე ფორმალურ არითმეტიკასთან, ან ანალიზურ გეომეტრიასთან. ამგვარად, ჩვენი ერთ-ერთი ძირითადი მიზანი იყო ის, რომ მოგვემზადებინა სასაფუძვლო ხასიათის შესავალი კურსი სიმრავლეთა თეორიასა და მათემატიკურ ლოგიკაში, რადგანაც ეს სწორედ ის დისციპლინებია, რომლებიც აუცილებელია ენათმეცნიერებაში და არა მხოლოდ ენათმეცნიერებაში წარმოდგენილი იმ მნიშვნელოვანი ფორმალური ხასიათის ნაშრომების გასაგებად, რომელთა რიცხვი დღითი დღე იზრდება.

წიგნის დიდი ნაწილი ეთმობა იმის ჩვენებას, თუ სიმრავლურ-თეორიული და ფორმალურ-ლოგიკური საშუალებებით როგორ იგება უფრო და უფრო რთული და საინტერესო სტრუქტურები. ამასთან, საუნივერსიტეტო კურსის საათობრივად შეზღუდული მოცულობის გათვალისწინებით ვცდილობდით მკითხველისათვის გასაგებად გვეჩვენებინა ის, თუ რარიგ სასარგებლო შეიძლება აღმოჩნდნენ ეს სტრუქტურები სხვადასხვა ლინგვისტურ სფეროებში. მაგალითად, C ნაწილში დალაგებისა და ოპერაციის ცნებებიდან ამოსვლით ისაზღვრება ისეთი ალგებრული სტრუქტურები როგორებიცაა ჯგუფი, ნახევრადჯგუფი, მონოიდი. აქვე განიხილება ბულისა და ჰეიტინგის ალგებრებისა და ალგებრული მესერის ცნებები, რომლებმაც ცენტრალური როლი ითამაშეს იმ ბოლოდროინდელ ნაშრომებში, რომელთა ძირითადი მიზანი მოვლენების (ხდომილებების), მასის ტერმინების, კოლექტიური და დისტრიბუციული მოქმედებებისა და სხვა ამგვარი სემანტიკების ფორმალური კვლევა იყო. წიგნის D ნაწილი ეთმობა პრედიკატული ლოგიკის ზოგად ფორმალურ მოდელებსა და სიმრავლურ-თეორიულ სემანტიკებს. აღნიშნული საკითხების განხილვისას არსებითად გათვალისწინებულია ინგლისური ენის ერთი, გარკვეულად შეზღუდული, მაგრამ ძირეულად მნიშვნელოვანი ნაწილი, რის საფუძველზეც შემდგომ უკვე განიხილება განზოგადებული კვანტორების თეორია და ის პრობლემური საკითხები, რომლებიც ინტენსიონალურ კონსტრუქციებს უკავშირდება. E ნაწილში განხილულია საკითხები იმ სამეცნიერო სფეროდან, რომელსაც, ტრადიციულად, „მათემატიკური ლინგვისტიკის“ სახელით მოიხსენიებდნენ და რომელიც ფორმალური ენებისა და ავტომატების თეორიას აერთიანებდა. ამ ნაწილში შემოდის აგრეთვე ინგლისური ენის არარეგულარობის დამტკიცებაც და ასევე დამტკიცება იმისა, რომ შვედური გერმანული არ წარმოადგენს კონტექსტისაგან თავისუფალ ენას. აქვეა წარმოდგენილი მასალები ისეთი ფორმალური ენების შესახებ როგორებიცაა, მაგალითად, ინდექსირებული ენები, ენები ხეებიანი კონსტრუქციებით და კატეგორიზებული ენები, რომლებსაც გარდამავალი ადგილი უჭირავთ კონტექსტისგან

თავისუფალ და კონტექსტზე დამოკიდებულ ენებს შორის. ამ ნაწილში წარმოდგენილია აგრეთვე მცირე მსჯელობა ტრანსფორმაციული გრამატიკის „სტანდარტული თეორიის“ ზოგადი მათემატიკური თვისებების შესახებ.

ასე უხეშად წარმოდგენილი აღწერიდანაც ალბათ ცხადია, რომ C, D და E ნაწილები, თითოეული ცალ-ცალკე, წარმოადგენენ A და B ნაწილებში გადმოცემული მასალის ერთმანეთისაგან დამოუკიდებელ გაგრძელებებს. წინამდებარე წიგნში მასალა ბევრად უფრო მეტია, ვიდრე ამას ერთსემესტრიანი ან თუნდაც ერთწლიანი კურსი ითვალისწინებს. ამდენად, მასწავლებელს მოუხდება მასალის შერჩევა ჯგუფის ცოდნის დონისა და ინტერესების გათვალისწინებით. მისთვის კი, ვინც ამ საკითხებს პირველად ეცნობა, უფრო გონივრული იქნება, თუ არ წაიკითხავს პირველ რვა თავს თანამიმდევრობით. უმჯობესია პარალელურად გაეცნოთ სიმრავლეთა თეორიისა და ლოგიკის ელემენტარულ ნაწილებს, ხოლო შედარებით რთული მასალა აქსიომატური სისტემების შესახებ, რომელიც B ნაწილის მერვე თავშია მოცემული, დროებით გვერდზე გადადოთ. თავებისა და ნაწილების ბოლოს წარმოდგენილია სავარჯიშოები. ამ სავარჯიშოების დახმარებით სტუდენტები, რომლებიც კლასთან ერთად მეცადინეობენ და ისინიც, ვინც დამოუკიდებლად სწავლობენ, შეძლებენ შეამოწმონ თუ როგორ გაიგეს შესაბამისი მასალა. ნაწილი მასალისა, რომელიც, თუ გულახდილნი ვიქნებით, უფრო სასურველია, ვიდრე აუცილებელი, გადატანილია დანართში. რასაკვირველია, ყოველი ნაწილის ბოლოს იპოვით მითითებებს ლიტერატურასთან დაკავშირებით.

ორიოდე სიტყვა უნდა ითქვას იმის შესახებაც, რაც არ შევიდა ჩვენს წიგნში. არ გვიცდია, რომ შეგვეტანა ალბათობის თეორია და სტატისტიკა, რომელიც გამოიყენება გლოტოქრონოლოგიაში, ტექსტში სიტყვებისა და კონსტრუქციების სიხშირეთა გამოთვლისას და ფაქტობრივად, ნებისმიერი სახის ექსპერიმენტის მონაცემების ანალიზისას. არ შეგვიტანია ტალღათა თეორიის მათემატიკა, რომელიც აკუსტიკურ ფონეტიკაში გამოიყენება და არც ის გამოთვლითი მათემატიკა, რომელიც ავტომატთა თეორიის საფუძვლებს სცილდება და რომლითაც სარგებლობენ გამოთვლით ლინგვისტიკასა და მანქანურ თარგმანში მასალის ავტომატური ანალიზისათვის გამოყენებადი ალგორითმების სირთულეების დათვლისას. ჩვენი აზრით, უსასრულოა იმ მათემატიკური მეთოდების რაოდენობა, რომლებიც შეიძლება საბოლოოდ სასარგებლო აღმოჩნდეს ლინგვისტური პრობლემების გადასაწყვეტად. ამდენად, ისეთი წიგნი, როგორიც ჩვენია, ვერასდროს ვერ იქნება ამომწურავი.

როცა ამ წიგნზე ვმუშაობდით ზემოაღნიშნული მიზნის გარდა, ჩვენ კიდევ ერთი მიზანი გვქონდა. ამასთან დაკავშირებით მოვახდენთ ციტირებას იმ წიგნის შესავლიდან, რომლის სათაურია - „მათემატიკა ლინგვისტებისათვის - საფუძვლები“:

> ამ წიგნის შორეული და უფრო ზოგადი მიზანი არის ის, რომ მათემატიკა გახდეს მეტად მისაღები, ნაკლებ გაუგებარი და, ვიმედოვნებთ, სასიამოვნოც კი იმ სტუდენტებისათვის, რომლებსაც უმწეობის განცდის გამო ან იმიტომ, რომ არ უყვართ, თავი შორს უჭირავთ მათემატიკისაგან. ბევრი კარგი სახელმძღვანელო დაიწერა აქ განხილულ საკითხებზე, მაგრამ მათი უმეტესობა მკითხველისაგან მოითხოვს მათემატიკის ცოდნის საკმაოდ მაღალ დონეს, თუმცა არა იმიტომ, რომ ამ წიგნებში განხილული საკითხებისათვის ეს აუცილებელია, არამედ მხოლოდ იმიტომ, რომ სასწავლო პროგრამების უმეტესობაში ისეთი თემები, როგორიცაა ფორმალური სისტემები და ავტომატთა თეორია, როგორც წესი, პირველ სასწავლო წელს არ ისწავლება. ამ საგნებს მოგვიანებით გადიან, როცა უკვე ნასწავლი აქვთ საკმაოდ დიდი რაოდენობით სხვა ლოგიკური და მათემატიკური საგნები. რა თქმა უნდა, მხოლოდ ამ ერთი წიგნით ვერ გახდებით შემოქმედი მკვლევარი მათემატიკურ ლინგვისტიკაში ან მათემატიკის რომელიმე აქ განხილულ დარგში, მაგრამ უნდა დაგვიჯეროთ, რომ ეს წიგნი უეჭველად შეგიქმნით მტკიცე საფუძველს იმისათვის, რომ სიღრმისეულად გაერკვეთ როგორც ლინგვისტიკაში, ისე სოციალურ და სხვა ბიჰევიორისტულ მეცნიერებებში აქტიურად გამოყენებად ფორმალისტურ მეთოდებში. ამასთანავე, ამ კურსის გავლის შემდეგ, თქვენ მეტი თვითდაჯერებით შეძლებთ გააგრძელოთ მათემატიკისა და ლოგიკის შემდგომი შესწავლა.

ეს წიგნი ბევრი ჩვენი კოლეგის მონაწილეობით მომზადდა. განსაკუთრებული მადლობა გვინდა გადავუხადოთ ფრედ ლანდმენს, დევიდ დოუთის, პაოლინ იაკობსონს, ჯონ ეჩემენდის, ტომ ჰუკარის, არნოლდ ზუიკის, კრეიგ რობერტსს და პიტერ ლაზერსონს, რომლებმაც ხელნაწერში გაიცნეს ამ წიგნის ადრინდელი ვერსია და ზოგიერთი ნაწილი საცდელად დაამუშავეს თავიანთ კლასებში. ჩვენ მათი დიდად მადლობელნი ვართ იმ კრიტიკისა და წინადადებებისათვის, რამაც ტექსტში ბევრი რამ უკეთესობისაკენ შეცვალა. უსაზღვროდ დიდი დრო დაუთმეს ტექსტის კომპიუტერულ მომზადებას ქეითი ადამჩიკმა, ლუის კონოვერმა, ჯონ ბროლიომ, ავერი ანდიუსმა და კჟიშეკ როზვადოვსკიმ. მათვე მოახდინეს ტექსტის „ლატექსირება“ და გაამზადეს იგი გადასაღებად. მათი მოთმინება და ერთგულება უსასრულოა და სწორედ მათ უნდა ვუმადლოდეთ, რომ წიგნის ფასი სავსებით მისაღებია. გვინდა მადლობა გადავუხადოთ ლაური კარტუნენს, ანი ზაანენს, მარკ არინსზაინსა და სტივენ ვეისლერს მხარდაჭერისთვის, გამხნევებისთვის და გულღია მასპინძლობისთვის. ჩვენი გულწრფელი მადლობა, აგრეთვე, მარტინ სრივენერს, კლუვერის აკადემიური გამომცემლობიდან, წიგნის გამოცემის პერიოდში გამოჩენილი მუდმივი მხარდაჭერის, გაგებისა და მოთმინებისათვის. მადლიერებით აღვნიშნავთ, რომ სისტემური განვითარების ფონდმა დიდი დახმარება გაგვიწია გრანტი 650 სახით, რომელიც ბარბარა პარტიმ მოიპოვა ხელნაწერის მომზადების პერიოდში და, ასევე, მადლობელნი ვართ გრონინგენის უნივერსიტეტისა, იმ სამეცნიერო-კვლევითი გრანტისათვის, რომელიც 1985-86 წლებში მოიპოვა ალის ტერ მიულენმა.

ავტორები შეთანხმდნენ, რომ ნებისმიერი შეცდომა, გამოტოვება და სხვადასხვა სახის უზუსტობები მხოლოდ მათი ბრალია.

ნაწილი A
სიმრავლეთა თეორია

თავი 1
სიმრავლეთა თეორიის ძირითადი ცნებები

1. 1 სიმრავლის ცნება

სიმრავლე არის ერთმანეთისაგან განსხვავებული საგნების გარკვეული ერთობლიობა გაგებული როგორც ერთი მთელი. სიმრავლის განმსაზღვრელი ერთობლიობის შემადგენელ საგნებს ამ სიმრავლის **წევრებს** ანუ **შემადგენლებს** უწოდებენ. სიმრავლის წევრები შეიძლება იყვნენ სრულიად განსხვავებული ბუნების საგნები. მაგალითად, წითელი საგნების სიმრავლე შეიძლება აერთიანებდეს მანქანებს, სისხლის უჯრედებს, წითლად გაფერადებულ ფიგურებს. სიმრავლის წევრი შეიძლება იყოს კონკრეტული საგანი, როგორიცაა მაგალითად რომელიმე მანქანა, ან სისხლის ესა თუ ის უჯრედი, ან ესა თუ ის ფიზიკური ბგერა. სიმრავლის წევრი შეიძლება იყოს გარკვეული სახის აბსტრაქციაც, როგორიცაა მაგალითად რიცხვი ორი, ან ინგლისური ბგერა p, ან წინადადების ცნება ჩინურ ენაში. ამგვარად, ერთ სიმრავლეში შეიძლება გავაერთიანოთ სრულიად ნებისმიერი საგნები, მაშინაც კი, თუ მათ არაფერი აქვთ საერთო გარდა იმისა, რომ ისინი ახლა უკვე ამ ერთი რომელიღაც სიმრავლის წევრები არიან. სიმრავლეთა თეორიის და, შესაბამისად, ამ წიგნის პირველი A ნაწილის მთავარი ამოცანა არის იმ კანონების შესწავლა-გამოკვლევა, რითაც სიმრავლეები ხასიათდებიან, იმის გათვალისწინებით, რომ არანაირი ყურადღება არ ექცევა მათი შემადგენლების რეალურ საგნობრივ ბუნებას.

სიმრავლე შეიძლება იყოს ან დიდი, მაგალითად, დღეს არსებული ადამიანების სიმრავლე, ან პატარა, მაგალითად, ამ წიგნის ავტორების სიმრავლე. სიმრავლე შეიძლება იყოს ან სასრული, მაგალითად, ამ წიგნის მკითხველების სიმრავლე, ან 2 და 98407 რიცხვებს შორის განთავსებული ნატურალური რიცხვების სიმრავლე, ან უსასრულო, მაგალითად, ბუნებრივი ენის წინადადებების სიმრავლე, ან ნატურალური რიცხვების სიმრავლე - ნული, ერთი, ორი, სამი, ... და ა.შ.. სიმრავლის ზემომოყვანილი აღწერილობითი განსაზღვრების თანახმად სიმრავლის წევრი შეიძლება იყოს აბსტრაქტული საგანიც. ეს იმას ნიშნავს, რომ სიმრავლის წევრი გარკვეულ შემთხვევებში შეიძლება იყოს რომელიღაც სხვა სიმრავლეც. ამგვარად, სიმრავლე შეიძლება იყოს რომელიმე სხვა სიმრავლის წევრიც და, ამავდროულად, წევრებად შეიცავდეს სხვა სიმრავლეებსაც. სიმრავლის ამ რთული და თავისუფალი ბუნების წყალობით სიმრავლეთა თეორია მათემატიკური და ლინგვისტური საკითხების მძლავრ საანალიზო იარაღად იქცა.

სიმრავლე შეიძლება განსაზღვრულად (მოცემულად) ჩაითვალოს მაშინაც კი, როცა ჩვენი პიროვნული ცოდნა მისი წევრების შესახებ არაამომწურავი და არასრულია. რომაელ იმპერატორთა სიმრავლე მკაცრად განსაზღვრულია, მიუხედავად იმისა, რომ მისი წევრები არაა საყოველთაოდ ცნობილი. ასევე, მკაცრად განსაზღვრულია დაწყებითი სკოლის მასწავლებელთა სიმრავლე, მიუხედავად იმისა, რომ ძნელი დასადგენია ამ სიმრავლის შემადგენელთა როგორც ოდენობა, ისე ვინაობა. სიმრავლე რომ მკაცრად განსაზღვრული იყოს, ამისათვის საჭიროა დადგინდეს ის პრინციპი, რომლის მიხედვითაც ნებისმიერი ობიექტის შესახებ შეგვეძლება გავარკვიოთ არის თუ არა ის მოცემული სიმრავლის წევრი. მაგალითად, ჩვენი ამჟამინდელი

მიზნებისათვის შეიძლება უბრალოდ დავუშვათ, რომ წითელი საგნების სიმრავლე მკაცრად განსაზღვრულია და ყურადღება არ მივაქციოთ იმ ვითარებას, რომ არ არსებობს ზუსტი საზღვარი წითელსა და ნარინჯისფერს შორის.

მხოლოდ ერთი წევრით შედგენილ სიმრავლეს ერთწევრიან ანუ ერთშემადგენლიან სიმრავლეს უწოდებენ. მაგალითად, ერთშემადგენლიანია სიმრავლე, რომელიც მხოლოდ შენგან შედგება. არსებობს კიდევ ერთი განსაკუთრებული სიმრავლე, რომელიც არცერთ წევრს არ შეიცავს და ეს სიმრავლე ცარიელ, ანუ უწევრო, ანუ უშემადგენლო სიმრავლედ იწოდება. ტერმინი ცარიელი სიმრავლე თავიდან შეიძლება მეტისმეტად უცნაურადაც მოგვეჩვენოს, მაგრამ მხოლოდ ასეთად შეგვიძლია წარმოვიდგინოთ ოთხკუთხა წრეების სიმრავლე ან სიმრავლე ყველა იმ საგნებისა, რომელთაგან თითოეული არ ემთხვევა და არ წარმოადგენს თვითონ თავის თავს (ე.ი. რომელთაგან თითოეული არაა თავის თავის იგივური). გარდა ამისა, ამგვარი ცნებისა და ამგვარად გაგებული ცარიელი სიმრავლის არსებობა მათემატიკურად სავსებით გამართლებულია. თუ შემოვიფარგლებით იმ დაშვებით, რომ სიმრავლე უნდა შეიცავდეს სულ ცოტა ერთ წევრს მაინც, მაშინ სიმრავლეების შესახებ ჩამოყალიბებულ ზოგად დებულებებში საჭირო გახდება განსაკუთრებული დამატებითი პირობების გათვალისწინება საგანთა ცარიელი ანუ უშემადგენლო გაერთიანებისათვის. - საზოგადოდ, მათემატიკის პრინციპი განზოგადებისაკენ სწრაფვაა, მაშინაც კი, როცა ტრივიალური, შეზღუდული შემთხვევები განიხილება.

სიმრავლეთა თეორიაში მიღებულია შემდეგი შეთანხმებები: სიმრავლეებს აღვნიშნავთ A, B, C,... სიმბოლოებით, ხოლო სიმრავლის წევრებს a, b, c,... სიმბოლოებით, ზოგჯერ კი x, y, z,... სიმბოლოებით. მიმართება 'არის წევრი' ანუ 'წევრია' ჩაიწერება შემდეგი სპეციალური ∈ სიმბოლოს მეშვეობით. ამგვარად, ჩანაწერი b ∈ A შემდეგნაირად იკითხება - 'b არის A სიმრავლის წევრი'. ზოგჯერ იგივეს შემდეგნაირადაც კითხულობენ - 'b A სიმრავლის წევრია'. მოსახერხებელია აგრეთვე 'წევრია' მიმართების უარყოფის აღნიშვნა. მას ∉ სიმბოლოთი აღნიშნავენ. ამგვარად, ჩანაწერი b ∉ A შემდეგნაირად იკითხება - 'b არ არის A სიმრავლის წევრი'. ცნობილია, რომ სიმრავლე შეიძლება იყოს სხვა სიმრავლის წევრიც. ამგვარად, იმას, რომ A სიმრავლე არის B სიმრავლის წევრი, შემდეგნაირად ჩავწერთ - A∈B და ზემოთ გაკეთებულ შეთანხმებას, რომ სიმრავლის წევრები პატარა ასოებით აღინიშნება, არ გავითვალისწინებთ.

1. 2 სიმრავლის მოცემის წესები

არსებობს სიმრავლის მოცემის (განსაზღვრის, აღწერის) სამი განსხვავებული გზა. ესენია: (1) სიმრავლის წევრების სრული სიის მოცემა ანუ სიმრავლის წევრების სრული ჩამოთვლა-ჩამოწერა; (2) ისეთი თვისების განსაზღვრა, რომლის მიხედვითაც ნებისმიერი ობიექტისათვის შესაძლებელი იქნება გავარკვიოთ არის თუ არა იგი მოცემული სიმრავლის წევრი; (3) წესების ისეთი ერთობლიობის განსაზღვრა, რომლითაც წარმოიქმნება მხოლოდ განსასაზღვრავი სიმრავლის წევრები.

განვიხილოთ თითოეული მეთოდი ცალ-ცალკე:

(1) **სიმრავლის მოცემა წევრების ჩამოთვლის გზით**: იმ შემთხვევაში, როცა სიმრავლის წევრების რაოდენობა სასრულია, შესაძლებელია გარკვეული სიის სახით ამ სიმრავლის ყველა წევრის ჩამოწერა ანუ ჩამოთვლა. სიმრავლის ამგვარი განსაზღვრისას ფიგურალურ ანუ სიმრავლურ ფრჩხილებში ერთმწკრივად ჩამოიწერება ამ სიმრავლის შემადგენლების სახელები, რომლებსაც ერთმანეთისგან მძიმეებით ან წერტილმძიმეებით გამოყოფენ ხოლმე. მაგალითად, სიმრავლე, რომლის წევრებია მსოფლიოს უგრძესი მდინარე, ამერიკის შეერთებული შტატების პირველი პრეზიდენტი და რიცხვი სამი, შესაძლებელია ჩაიწეროს შემდეგნაირად:

(1-1) {მდინარე ამაზონი, ჯორჯ ვაშინგტონი, 3}

შენიშვნის სახით დავძენთ: პირველი ის, რომ სიმრავლის სიითი სახით მოცემისას სიმრავლის თითოეული წევრისთვის გამოიყენება ან უშუალოდ მისი სახელი, ან მისი გარკვეული აღწერილობითი, არაუშუალო დასახელება. მაგრამ, სიმრავლე შედგება თავად **დასახელებული საგნებისაგან** და არა მათი ან უშუალო, ან აღწერილობითი სახელებისაგან. ჩვენს მაგალითში სიმრავლის წევრია შეერთებული შტატების პრეზიდენტი, რომლის სახელია 'ჯორჯ ვაშინგტონი', რაც იმას ნიშნავს, რომ ჩვენი სიმრავლის წევრია თავად ეს პიროვნება და არა მისი ეს სახელი. ზუსტად იგივე სიმრავლე აღნიშნული პიროვნების სხვა აღწერის გამოყენებით შეიძლებოდა ჩაწერილიყო შემდეგნაირად:

(1-2) {მდინარე ამაზონი, ამერიკის შეერთებული შტატების პირველი პრეზიდენტი, 3}

რა თქმა უნდა, სიმრავლე შეიძლება შეიცავდეს ენობრივ ობიექტებსაც, მაგალითად სახელებს. გაუგებრობის თავიდან ასაცილებლად საკუთრივ ის სახელები, რომლებიც სიმრავლის წევრებია, ჩაიწერება ცალმაგ ბრჭყალებში. ამდენად, სიმრავლე

(1-3) {მდინარე ამაზონი, 'ჯორჯ ვაშინგტონი', 3}

უნდა განვასხვავოთ (1-1) სიმრავლისგან, რამდენადაც იგი შეიცავს მდინარეს, სახელსა და რიცხვს, მაგრამ არ შეიცავს პიროვნებას, რომელიც იყო ამერიკის შეერთებული შტატების პირველი პრეზიდენტი. მნიშვნელოვანია შევნიშნოთ, რომ ერთი და იგივე სიმრავლე შეიძლება აღიწეროს სხვადასხვა ჩანაწერებით მოცემული სიების მეშვეობით, სადაც განსხვავებულად გამოხატულ ჩანაწერებს არაფერი აქვთ საერთო გარდა იმისა, რომ ერთსა და იმავე ობიექტებს აღნიშნავენ. და მეორეც, რამდენადაც ეს სიმრავლეებს ანუ ერთობლიობებს ეხება, უნდა აღინიშნოს, რომ მხოლოდ ჩვენი წერის მარცხნიდან მარჯვნივ მიმართულებასთანაა დაკავშირებული ის, რომ სიმრავლის წევრები გარკვეული თანამიმდევრობით ჩაიწერება. თუმცაღა, იმის სრულიად საპირისპიროდ, რასაც ამგვარი ჩაწერა გვავარაუდებინებს, (1-1) სიმრავლეში არ არის არც რიგით პირველი, არც რიგით მეორე და არც რიგით მესამე წევრი. ნაკლებ გაუგებრობებთან არის დაკავშირებული აღნიშვნა, რომელიც ზოგჯერ გამოიყენება და რომელიც წარმოდგენილია ქვემოთ (1-4) ჩანაწერის სახით.

(1-4) | ჯორჯ ვაშინგტონი
3 |
მდინარე ამაზონი

თუმცა, მხოლოდ იმის გამო, რომ სიის გაფანტულ ჩაწერაზე ბევრად უფრო მოსახერხებელი მისი ერთ ხაზში ჩაწერაა, უპირატესობას, როგორც წესი, ამ უკანასკნელს ანიჭებენ.

სიმრავლის მოცემის ამ წესთან დაკავშირებით უნდა აღინიშნოს ისიც, რომ სიმრავლის სიითი აღწერისას, სიაში მისი რომელიმე წევრის სახელის რამდენჯერმე აღნიშვნა არ ცვლის ამ სიმრავლეში ამ წევრის წევრობის სტატუსს. მაგალითად, განსხვავებული ჩანაწერები

(1-5) {a, b, c, d, e, e, e, e} და (1-6) {a, b, c, d, e}

აღნიშნავენ ერთმანეთისგან არაფრით განსხვავებულ, ერთი და იგივე სიმრავლეებს.

შემდეგი დებულება სიმრავლეთა თეორიის ერთ-ერთი ძირეული შეთანხმებიდან გამომდინარე თვალსაზრისია: ნებისმიერად აღებული ობიექტისათვის და ნებისმიერი სიმრავლისათვის ეს ობიექტი ან არის ამ სიმრავლის წევრი, ან არ არის. კლასიკურ სიმრავლეთა თეორიაში დაუშვებელია ნახევრადწევრობა ან მრავალჯერადი წევრობა. ასევე

დაუშვებელია სიმრავლის წევრობის სხვა რაღაც ხარისხობრივი დახასიათებაც. თუმცა, იყო მცდელობა „არამკაფიო სიმრავლეთა თეორიის" ჩამოყალიბებისა (იხ. ზადე (1987)).

დიდი ანუ მრავალ წევრიანი სასრული სიმრავლეების სიის სახით მოცემა ხშირ შემთხვევებში რთული და არაპრაქტიკულია. ასეთ პირობებში, თუ ჩანს სრული სიის განმსაზღვრელი რაიმე კანონზომიერება, შესაძლებელია სიის შემოკლება. მაგალითად, ნულიდან ასის ჩათვლით ხუთის ჯერად რიცხვთა სიმრავლე შემოკლებული სიის სახით შემდეგნაირად ჩაიწერება:

(1-7) {0, 5, 10, 15, ... , 95, 100}

(2) სიმრავლის მოცემა წევრების პრედიკატული დახასიათების გზით: სიმრავლეების სიითი ჩაწერა, მკაცრად რომ ვთქვათ, შეიძლება გამოვიყენოთ მხოლოდ სასრული სიმრავლეებისათვის. თუმცაღა, ზოგჯერ, შემოკლებული სახით, იგი გამოიყენება სხვადასხვა საყოველთაოდ ცნობილი უსასრულო სიმრავლეების ჩასაწერადაც. მაგალითად, მთელი დადებითი რიცხვების სიმრავლე ზოგჯერ ამგვარად აღინიშნება: {1, 2, 3, 4, ... }. თუმცა, უსასრულო სიმრავლის აღსაწერად უმჯობესია მოვიძიოთ ისეთი პრედიკატულად გაფორმებული თვისება, რომლითაც ხასიათდებიან ამ უსასრულო სიმრავლის წევრები და მხოლოდ ისინი. სიმრავლის მოცემის ამ წესს, მოკლედ, სიმრავლის განსაზღვრის პრედიკატულ წესს უწოდებენ. ქვემოთ ნაჩვენებია სიმრავლის პრედიკატული განსაზღვრის კლასიკური სქემის ერთი კერძო მაგალითი:

(1-8) {x | x არის ლუწი რიცხვი, რომელიც მეტია 3-ზე}

ვერტიკალური ხაზი, რომელიც მოსდევს x ცვლადის პირველ გამოჩენას, იკითხება როგორც 'სიმრავლე ყველა ისეთი ... , რომელთათვისაც სამართლიანია, რომ ... '. ამგვარად, (1-8) ჩანაწერში განთავსებული მთლიანი გამოსახულება შემდეგნაირად უნდა წავიკითხოთ: 'სიმრავლე ყველა ისეთი **x**-ებისა, რომელთათვისაც სამართლიანია, რომ x არის ლუწი რიცხვი, რომელიც მეტია 3-ზე'. აქ x წარმოადგენს ცვლადს, რომელიც გვეხმარება სიმრავლის წევრობის თვისების პრედიკატული სახით ჩამოყალიბებაში. საზოგადოდ, ცვლადით წარმოდგენილია ხოლმე არა ერთი რომელიმე გარკვეული ობიექტი, არამედ ნებისმიერი, რომელსაც მოცემული პრედიკატული თვისება მიემართება. შევნიშნოთ, რომ პრედიკატული წესით შეიძლება აღიწეროს როგორც სასრული, ისე უსასრულო სიმრავლეები. მაგალითად, პრედიკატი ანუ მიმართება 'x არის ლუწი რიცხვი, რომელიც მეტია 3-ზე და, ამავდროულად, ნაკლებია 9-ზე' განსაზღვრავს სასრულ სიმრავლეს {4, 6, 8}. შევნიშნოთ ისიც, რომ ერთი და იგივე თვისების გამომხატველი ორი განსხვავებული პრედიკატული გამოსახულება ერთსა და იმავე სიმრავლეს განსაზღვრავს. მაგალითად,

(1-9) {x | x უნაშთოდ იყოფა 2-ზე და ან მეტია 4-ზე, ან ტოლია 4-ის}

იგივე სიმრავლეს განსაზღვრავს, რომელიც ზემოთ (1-8) პრედიკატული გამოსახულებით იყო მოცემული.

პრედიკატულად შეიძლება განისაზღვროს სიმრავლის ელემენტები ამ ელემენტების სხვა საგანთან (ან საგნებთან) პრედიკატულ კავშირშიც. მაგალითად, სიმრავლე

(1-10) {x | x არის წიგნი და იგი ეკუთვნის მერის}

შედგება არა საზოგადოდ წიგნებისაგან, არამედ მხოლოდ იმ წიგნებისაგან, რომლებიც მერის ეკუთვნის.

რასელის პარადოქსი: სიმრავლეთა თეორიის ჩამოყალიბების ადრეულ პერიოდში ნებისმიერი გააზრებადი თვისება მიიჩნეოდა რაიმე სიმრავლის განმსაზღვრელ თვისებად. მაგრამ, ბერტრან რასელმა 1901 წელს დაასაბუთა, რომ სიმრავლის ცნების ამგვარ გააზრებას, რომელიც ერთი შეხედვით სავსებით მისაღებია, პარადოქსამდე მივყავართ.

რასელმა შენიშნა, რომ თუ ჩავთვლით, რომ სიმრავლეები მოიცემა მათი წევრობის განმსაზღვრელი თვისებებით, მაშინ ზოგიერთი სიმრავლე შეიძლება საკუთარი თავის წევრი აღმოჩნდეს, ზოგიერთი კი არა. მაგალითად, ყველა სპილოების სიმრავლე არ არის სპილო და, ამდენად, ეს სიმრავლე არ არის საკუთარი თავის წევრი, მაგრამ ყველა აბსტრაქტული ცნებების სიმრავლე უნდა მოიცავდეს საკუთარ თავს, როგორც წევრს, რადგან თავად ეს სიმრავლეც აბსტრაქტული ცნებაა. მაშასადამე, 'სიმრავლე არის საკუთარი თავის წევრი' და 'სიმრავლე არ არის საკუთარი თავის წევრი', როგორც სიმრავლეთა ერთობლიობაზე სავსებით გააზრებადი თვისებები, უნდა წარმოადგენდნენ სიმრავლეთა განმსაზღვრელ თვისებებს. აქედან გამომდინარე, განსაზღვრულად უნდა ჩაითვალოს ის U სიმრავლე, რომელიც წარმოადგენს ყველა იმ სიმრავლეთა სიმრავლეს, რომლებიც არ არიან საკუთარი თავის წევრები ($U=\{x \mid x \notin x\}$). ახლა დავსვათ კითხვა U სიმრავლის შესახებ: არის ის საკუთარი თავის წევრი თუ არა? თეორიულად დასაშვებია შემდეგი ორი შემთხვევა: (i) თუ U არ არის საკუთარი თავის წევრი, მაშინ ის აკმაყოფილებს U სიმრავლის განმსაზღვრელ თვისებას და, ამდენად, იგი უნდა იყოს U სიმრავლის წევრი, ე.ი. საკუთარი თავის წევრი; (ii) თუ U სიმრავლე არის საკუთარი თავის წევრი, მაშინ იგი არ აკმაყოფილებს U სიმრავლის განმსაზღვრელ თვისებას და, ამდენად, U არ არის U სიმრავლის ანუ საკუთარი თავის წევრი. ამგვარად, ორივე შემთხვევაში, U გინდ იყოს, გინდ არ იყოს საკუთარი თავის წევრი, ვღებულობთ ლოგიკურ წინააღმდეგობას. აქედან ბუნებრივად კეთდება დასკვნა, რომ ასეთი სიმრავლე საერთოდ არ შეიძლება არსებობდეს. არადა, კანტორის სიმრავლეთა თეორიაში არაფერი არ გამორიცხავდა ამგვარი სიმრავლეების არსებობას. აქედან გამომდინარე, რასელის პარადოქსი, მიუხედავად იმისა, რომ მას შემდეგ მისი ბევრი განსხვავებული, თუმცა კი არსებითად ეკვივალენტური ვერსიები დაიძებნა, თავისთავად მეტად მნიშვნელოვანი შედეგი იყო. თუმცა, კიდევ უფრო მეტი მნიშვნელობა მიენიჭა მას იქიდან გამომდინარე, რომ თუ მანამდე ლოგიკოსები და მათემატიკოსები ცდილობდნენ ეჩვენებინათ, რომ სიმრავლეთა თეორია შეიძლებოდა მთელი მათემატიკის საფუძვლად ქცეულიყო, ახლა უკვე თავად სიმრავლეთა თეორიის საფუძვლებში ამგვარი პარადოქსის აღმოჩენამ ბევრი მათგანი დააეჭვა უკვე ფართოდ გამოყენებად და კარგად ცნობილ მათემატიკურ ცნებებში. თუმცაღა მათემატიკაში მუშაობა გრძელდებოდა ჩვეულებრივად, თითქოსდა აღნიშნული ფუნდამენტური კრიზისი არანაირ დაბრკოლებას არ წარმოადგენდა. პირიქით, გაჩნდა ბევრი ახალი იდეა, როგორც ამ პარადოქსის თავიდან ასაცილებლად, ისე მის ასახსნელად და იმისთვისაც, რომ აღნიშნული პარადოქსის შედეგები მათემატიკისათვის უმტკივნეულო გამხდარიყო. ერთი ამგვარი იდეა, რომელიც თავად რასელის მიერ იქნა შემოთავაზებული, იყო **ტიპთა თეორია.** ამ თეორიამ წარმატებული გამოყენება ჰპოვა როგორც ბუნებრივი ენების (მაგალითად, მონტეგიუს გრამატიკა (იხ. ნაწილი D)), ისე პროგრამული ენებისა და მათი სემანტიკების კვლევისას. თუმცა, საზოგადოდ, ამ საკითხების დეტალური განხილვა ჩვენი წიგნის ინტერესთა საზღვრებს სცილდება, ისევე როგორც ტიპთა თეორია და სიმრავლურ-თეორიული პარადოქსების სხვა გადაწყვეტები. მიუხედავად აღნიშნულისა, საკითხთან დაკავშირებით შეგიძლიათ იხილოთ სიმრავლეთა თეორიის აქსიომატიზაცია ამ წიგნის 8.2.8 პარაგრაფში.

(3)სიმრავლის მოცემა წევრების წარმომქმნელი რეკურსული წესებით: სასრული სიმრავლეები მარტივად მოიცემა წევრების უბრალო ჩამოწერით და, ამდენად, მათ ზემოაღნიშნული სახის პარადოქსებამდე არასოდეს არ მივყავართ. ამგვარად, ისინი რასელის პარადოქსთან დაკავშირებით არანაირ ცვლილებებს არ ითხოვდნენ. უსასრულო სიმრავლეებისთვის კი იმ უმარტივეს გზად, რომელიც, ერთი მხრივ, აგვაცილებდა ამგვარ პარადოქსებს და, მეორე მხრივ, მოგვცემდა საშუალებას არაწინააღმდეგობრივად განგვესაზღვრა მათემატიკისთვის ღირებულ სიმრავლეთა დიდი უმეტესობა, იქცა ისეთი წესების ჩამოყალიბება,

რომლებიც საწყისი სასრული მონაცემების საფუძველზე თანდათანობით მოგვცემდნენ განსასაზღვრი სიმრავლის წევრებს. მაგალითად, E={4, 6, 8,...} სიმრავლის წევრები შესაძლებელია წარმოიქმნას შემდეგი წესის მიხედვით:

(1-11) a) $4 \in E$
b) თუ $x \in E$, მაშინ $x + 2 \in E$
c) არაფერი სხვა არ ეკუთვნის E სიმრავლეს

მოცემული წესის პირველი პუნქტის მიხედვით 4 არის E სიმრავლის წევრი; ამ წესის მეორე პუნქტის რამდენჯერმე გამოყენებით ვადგენთ: რამდენადაც $4 \in E$, მაშასადამე $6 \in E$; რამდენადაც $6 \in E$, მაშასადამე $8 \in E$; და ა.შ.; წესის მესამე ნაწილი გვარწმუნებს, რომ ნებისმიერი სხვა რამ, რაც a) და b) პუნქტებით არ მოიცემა, როგორც E სიმრავლის წევრი, არ ეკუთვნის E სიმრავლეს.

სიმრავლის წევრთა წარმომშობ ანუ წარმომქმნელ წესებს შემდეგი ზოგადი სახე აქვთ: თავდაპირველად, წესის პირველ ნაწილში, პირდაპირი მინიშნების გზით წარმოდგენილია განსასაზღვრავი სიმრავლის წევრთა რაღაც სასრული ოდენობა (ხშირად მხოლოდ ერთი); შემდეგ, წესის მეორე ნაწილით, მოცემულია 'თუ, ... მაშინ' სახის გამონათქვამთა ასევე სასრული ოდენობა, რომელთაგან თითოეული არის გარკვეული პირობითი მიმართება განსასაზღვრავი სიმრავლის წევრებს შორის, რის საფუძველზეც, ამ სიმრავლის წევრები და მხოლოდ ისინი აიგებიან ამ 'თუ, ... მაშინ' სახის პირობითი გამონათქვამების ნებისმიერი ისეთი ჯაჭვური გამოყენებით, რომლის დასაწყისშია წესის პირველ ნაწილში პირდაპირი მინიშნების გზით უკვე მოცემული განსასაზღვრავი სიმრავლის ერთი ან რამდენიმე წევრი; ამასთანავე, წესის მესამე ნაწილი გვეუბნება, რომ ის, რაც არ მოიცემა წესის პირველი და მეორე ნაწილების მეშვეობით, არ შეიძლება იყოს განსასაზღვრავი სიმრავლის წევრი. აქ მოკლედ აღწერილი რეკურსული მექანიზმი უფრო დაწვრილებით განიხილება 8.1.1 პარაგრაფში.

წევრობის თვისების მიხედვით სიმრავლეების განსაზღვრის ადრეული პრედიკატული მეთოდი პრაქტიკაში კვლავ შემორჩა, რამდენადაც იგი საკმაოდ მოსახერხებელია და მათემატიკაში სიმრავლეთა თეორიის ამ მეთოდის ლოგიკურად შეზღუდულ გამოყენებებს, ჩვეულებრივ, არც პარადოქსული შემთხვევები არ უკავშირდება. ამგვარად, თუ არ ჩავთვლით სპეციალურ შრომებს თვით სიმრავლეთა თეორიაში, მათემატიკაში უსასრულო სიმრავლეთა მოცემის ზემოთ აღწერილი ორივე მეთოდი განურჩევლად და ფართოდ გამოიყენება.

1. 3 იგივურობისა და ოდენობითობის მიმართებები სიმრავლეთა თეორიაში

ჩვენ უკვე ვნახეთ, რომ განსხვავებული სიითი და განსხვავებული პრედიკატული ჩანაწერებით შეიძლება განისაზღვროს ერთი და იგივე სიმრავლე. ამით, არაპირდაპირი ნაგულისხმევობით ჩვენ უკვე დავუშვით სიმრავლეთა იგივურობის ცნება, რაც სიმრავლეთა თეორიისათვის მეტად მნიშვნელოვან დაშვებას წარმოადგენს: ორი სიმრავლე **იგივურია** მაშინ, და მხოლოდ მაშინ, როცა ისინი ზუსტად ერთი და იგივე წევრებისგან არიან შედგენილნი. მაგალითად:

(1-12) {1, 2, 3, 4, 5, 6}

და

(1-13) {x | x არის 7-ზე ნაკლები დადებითი მთელი რიცხვი}

და

(1-14) ა) $1 \in A$

ბ) თუ $x \in A$ და თუ x ნაკლებია 6-ზე, მაშინ $x + 1 \in A$

გ) არაფერი სხვა არ ეკუთვნის A სიმრავლეს

არის სამი განსხვავებული განსაზღვრება, მაგრამ იმის გამო, რომ თითოეული მათგანი სიმრავლის წევრებად ირჩევს ზუსტად ერთსა და იმავე საგნებს, ვამბობთ, რომ ისინი **ერთი და იგივე სიმრავლეს** განსაზღვრავენ. სიმრავლურ-თეორიული იგივურობის აღსანიშნავად გამოიყენება ტოლობის ნიშანი '='. ამგვარად, შეგვიძლია დავწეროთ, რომ:

(1-15) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\} = \{x \mid x$ არის 7-ზე ნაკლები დადებითი მთელი რიცხვი$\}$

ტოლობის ნიშანი გამოიყენება აგრეთვე სიმრავლეების დასახელებისას. მაგალითად, ჩანაწერი 'ვთქვათ, $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$' ნიშნავს იმას, რომ (1-12)-ით წარმოდგენილ სიმრავლეს B დავარქვით. როგორც წესი, ყოველი კონკრეტული კონტექსტის შემთხვევაში შესაძლებელი იქნება გამოვიცნოთ თუ რისთვის გამოიყენება ნიშანი '=' - სიმრავლისთვის სახელის დასარქმევად, თუ იმის აღსანიშნავად, რომ ორი ადრე განხილული სიმრავლე იგივურია.

სიმრავლეთა იგივურობის ცნებიდან გამომდინარეობს, რომ ცარიელი სიმრავლე ერთადერთია, რამდენადაც მისი იგივურია ნებისმიერი სიმრავლე, რომელსაც შემადგენლები არ გააჩნია. ამიტომაც, ოთხკუთხა წრეების სიმრავლე და იმ საგნების სიმრავლე, რომლებიც არ არიან საკუთარი თავის იგივურნი, **ერთი და იგივე სიმრავლეებია**. შევნიშნოთ, რომ ცარიელი სიმრავლისათვის არასოდეს არ გამოიყენება სიმრავლეთა სიითი ჩამოწერისთვის ჩვეული აღნიშვნა და რომ, როგორც წესი, ცარიელი სიმრავლე აღინიშნება სპეციალური სიმბოლოთი - $\varnothing$.

სიმრავლის წევრთა რიცხვი გაგებულია, როგორც სიმრავლის მთავარი ანუ რაოდენობრივი მახასიათებელი და მას სიმრავლის **სიმძლავრეს** ანუ **ოდენობას** უწოდებენ. იგი ჩაიწერება შემდეგნაირად - $|A|$ ან $\#(A)$. ნებისმიერი სასრული სიმრავლის ოდენობა გამოიხატება ნატურალური რიცხვით. მაგალითად, (1-12) ჩანაწერით განსაზღვრული სიმრავლის ოდენობა არის 6 და, რამდენადაც, (1-13) და (1-14) ჩანაწერები განსაზღვრავს იმავე სიმრავლეს, ცხადია, რომ მათი ოდენობაც არის 6 და რომ ისინი განსაზღვრავენ ერთი და იმავე ოდენობის მქონე სიმრავლეებს. გასაგებია, რომ განსხვავებულ სიმრავლეებსაც შეიძლება ჰქონდეთ ერთი და იგივე ოდენობა. უსასრულო სიმრავლეებიც ხასიათდებიან ოდენობით, თუმცა მათი ოდენობა ნატურალური რიცხვით არ გამოისახება. მაგალითად, ნატურალურ რიცხვთა სიმრავლის ოდენობა გაიგება როგორც 'ალეფ-ნული', რაც შემდეგნაირად ჩაიწერება - $\aleph_0$. იგი არ წარმოადგენს ნატურალურ რიცხვს. აქ აღნიშნული და უსასრულო სიმრავლეებთან დაკავშირებული საკითხები უფრო დეტალურად განიხილება მეოთხე თავში.

1. 4 ქვესიმრავლეები

განსაზღვრით, როცა A სიმრავლის თითოეული წევრი ამავე დროს B სიმრავლის წევრია, **A სიმრავლე B სიმრავლის ქვესიმრავლედ** იწოდება. სიმრავლეთა შორის ქვესიმრავლეობის ზემოთ განსაზღვრული მიმართება შემდეგნაირად აღინიშნება - $A \subseteq B$. გასაგებია, რომ B **სიმრავლე** შეიძლება შეიცავდეს სხვა წევრებსაც იმათ გარდა, რომლებიც შედიან A სიმრავლეში. თუმცა, ქვესიმრავლეობის მიმართებისას ეს არ არის აუცილებელი მოთხოვნა. ამგვარად, გამოდის, რომ ყოველი სიმრავლე ამავდროულად არის საკუთარი თავის

ქვესიმრავლე. იმ ქვესიმრავლეობის მიმართებას, რომელიც არ განიხილავს სიმრავლეს საკუთარი თავის ქვესიმრავლედ **საკუთრივი ქვესიმრავლეობის** მიმართება ეწოდება, და იგი შემდეგნაირად აღინიშნება - $A \subset B$. ქვესიმრავლეობის მიმართების უარყოფის ანუ არაქვესიმრავლეობის მიმართების აღსანიშნავად უბრალოდ გადავხაზავთ ქვესიმრავლეობის სიმბოლოს. მაგალითად, $A \not\subseteq B$ ნიშნავს, რომ A არ არის B სიმრავლის ქვესიმრავლე, რაც, თავის მხრივ, იმას ნიშნავს, რომ A სიმრავლეში არსებობს ერთი მაინც ისეთი წევრი, რომელიც არ არის ამავდროულად B სიმრავლის წევრი.

აქ წარმოდგენილი განსაზღვრებები ილუსტრირებულია შემდეგი მაგალითებით:

(1-16) ა) $\{a, b, c\} \subseteq \{s, b, a, e, g, i, c\}$

ბ) $\{a, b, j\} \not\subseteq \{s, b, a, e, g, i, c\}$

გ) $\{a, b, c\} \subset \{s, b, a, e, g, i, c\}$

დ) $\varnothing \subset \{a\}$

ე) $\{a, \{a\}\} \subseteq \{a,b, \{a\}\}$

ვ) $\{\{a\}\} \not\subseteq \{a\}$

ზ) $\{a\} \not\subseteq \{\{a\}\}$, მაგრამ $\{a\} \in \{\{a\}\}$

ქვესიმრავლის ცნების განსაზღვრიდან გამომდინარეობს, რომ ცარიელი სიმრავლე ნებისმიერი სიმრავლის ქვესიმრავლეა. ამგვარად, ნებისმიერი A სიმრავლისთვის ადგილი აქვს მიმართებას - $\varnothing \subseteq A$. მართლაც, თუ გავითვალისწინებთ, რომ $\varnothing$ სიმრავლეს წევრები საერთოდ არ გააჩნია, გამონათქვამი იმის თაობაზედ, რომ $\varnothing$ სიმრავლის თითოეული წევრი ამავდროულად A სიმრავლის წევრიცაა, მიუხედავად იმისა, რომ იგი ფაქტობრივ აზრს მოკლებულია, არ მტყუნდება, რაც მის ჭეშმარიტებას ადასტურებს. იგივე შეიძლება დავასაბუთოთ სხვაგვარადაც. – რა შემთხვევაში შეიძლება ითქვას, რომ $\varnothing$ სიმრავლე არ არის A სიმრავლის ქვესიმრავლე? - ქვესიმრავლის განსაზღვრების თანახმად, $\varnothing$ სიმრავლეში უნდა არსებობდეს ერთი მაინც ისეთი წევრი, რომელიც ამავდროულად არ არის A სიმრავლის წევრი. ეს კი შეუძლებელია, რამდენადაც $\varnothing$ სიმრავლეს საერთოდ არ გააჩნია წევრი და, ამგვარად, არც კი გვეძლევა იმ დასკვნის გასაკეთებელი საფუძველი, რომ რომელიმე მათთაგანი ამავდროულად არ არის A სიმრავლის წევრი, რაც კიდევ ერთხელ ადასტურებს იმას, რომ $\varnothing \subseteq A$. გამომდინარე იქიდან, რომ ჩვენი მსჯელობა არ იყო დამოკიდებული იმაზე, თუ A რომელ კონკრეტულ სიმრავლეს წარმოადგენდა, შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ $\varnothing \subseteq A$ ჭეშმარიტია ნებისმიერად აღებული A სიმრავლისათვის.

შევნიშნოთ, რომ, საზოგადოდ, $\{\varnothing\} \not\subseteq \{a\}$, მიუხედავად იმისა, რომ $\varnothing \subseteq \{a\}$. ეს აიხსნება იმით, რომ $\{\varnothing\}$ სიმრავლე არის არა ცარიელი სიმრავლე, არამედ ერთწევრიანი სიმრავლე, რომლის ეს ერთადერთი წევრი თავად ეს $\varnothing$ სიმრავლეა. ამდენად, საზოგადოდ, არ არის მართალი, რომ $\{\varnothing\}$ სიმრავლის თითოეული წევრი არის, აგრეთვე, $\{a\}$ სიმრავლის წევრი. ამგვარად, დასაბუთდა, რომ, საზოგადოდ, $\{\varnothing\} \not\subseteq \{a\}$.

ზემოგანხილული **სიმრავლის წევრობისა** და **სიმრავლის ქვესიმრავლეობის** მიმართებები წარმოადგენენ ნაწილსა და მთელს შორის მიმართებების მაგალითებს. მაგრამ, ამავდროულად, ეს მიმართებები სრულიად განსხვავებული მიმართებებია და ისინი ერთმანეთში არ უნდა ავურიოთ. ქვესიმრავლე, როგორც ამას სახელწოდებაც გვიჩვენებს, ყოველთვის არის სიმრავლე, მაშინ როცა წევრი შეიძლება იყოს და შეიძლება არც იყოს სიმრავლე. {დედამიწა, ვენერა, მარსი} სიმრავლის წევრია **მარსი**, მაგრამ იგი არაა ამ სიმრავლის ქვესიმრავლე. ერთწევრიანი სიმრავლე {მარსი}, რომლის ეს ერთადერთი წევრი არის **მარსი**, {დედამიწა, ვენერა, მარსი} სიმრავლის ქვესიმრავლეა, რადგანაც ამ ერთწევრიანი სიმრავლის თითოეული წევრი ანუ, ფაქტიურად, მისი ეს ერთადერთი წევრი, ამავდროულად, აქ განხილული მეორე სიმრავლის წევრიცაა. ამასთანავე, მიუხედავად იმისა, რომ ყოველი სიმრავლე საკუთარ თავთან

ქვესიმრავლეობის მიმართებაშია, სრულებით არა ნათელი, საერთოდ, შეიძლება კი, რომ თუნდაც რომელიმე სიმრავლე იყოს საკუთარ თავთან წევრობის მიმართებაში. - როგორც ზემოთ ვნახეთ, ამგვარი შესაძლებლობის დაშვება ბუნებრივად ბადებს რასელის პარადოქსულ სქემას. ყურადღება მიაქციეთ, რომ სიმრავლის ცნებაში გასარკვევად არსებითია ერთმანეთისაგან განვასხვავოთ პლანეტა **მარსი** და ერთწევრიანი სიმრავლე {მარსი}.

სიმრავლეები, რომლის წევრები სიმრავლეებია, მასალის პირველად გაცნობისას, ხშირად, გაუგებრობებს წარმოშობენ. მაგალითად, განვიხილოთ სიმრავლე $A = \{b, \{c\}\}$. A სიმრავლის წევრებია b და {c}. წინა განხილული მსჯელობიდან შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ $b \notin A$ და, რომ $\{b\} \subseteq A$. იგივენაირადვე ვასკვნით, რომ $\{c\} \notin A$, რადგან c არ არის A სიმრავლის წევრი, მაშინ როდესაც $\{\{c\}\} \subseteq A$, რადგან {{c}} სიმრავლის ყოველი წევრი, სახელდობრ {c}, არის A სიმრავლის წევრიც. მკითხველმა ზემოთ განხილულ მაგალითთან დაკავშირებით თვითონვე უნდა დაადასტუროს შემდეგი გამონათქვამების სამართლიანობა: $\{b\} \notin A$; $c \notin A$; $\{\{c\}\} \notin A$; $\{b, \{c\}\} \subseteq A$; $\{b, \{c\}\} \notin A$; $\{\{b, \{c\}\}\} \not\subset A$.

წევრობისა და ქვესიმრავლეობის მიმართებებს შორის შემდეგი არსებითი განსხვავება უკავშირდება ჩვენს წინა შენიშვნას სიმრავლეთა სიმრავლის შესახებ. როგორც ვნახეთ, თუ $b \in X$ და $X \in C$, მაშინ არაა აუცილებელი, რომ $b \in C$. თუმცა, ელემენტი b შეიძლება იყოს C სიმრავლის წევრი და თუკი ასეა, ეს იქნება შემთხვევითი თვისება C სიმრავლისა, მაგრამ არა ლოგიკურად აუცილებელი და გამომდინარე $b \in X$ და $X \in C$ პირობებიდან. მაშინ როდესაც, თუ $A \subseteq B$ და $B \subseteq C$, უცილობლად ჭეშმარიტია ის, რომ $A \subseteq C$; ე.ი. თუ A სიმრავლის ყოველი წევრი ამავდროულად არის B სიმრავლის წევრი და ასევე, თუ B სიმრავლის ყოველი წევრი ამავდროულად არის C სიმრავლის წევრი, მაშინ, ცხადია, ჭეშმარიტია ისიც, რომ A სიმრავლის ყოველი წევრი ამავდროულად არის C სიმრავლის წევრი. მაგალითად, იქიდან, რომ $\{a\} \subseteq \{a, b\}$ და $\{a, b\} \subseteq \{a, b, c\}$ ლოგიკურად გამომდინარეობს $\{a\} \subseteq \{a, b, c\}$ გამონათქვამის ჭეშმარიტება. მაშინ როდესაც, $a \in \{a\}$ და $\{a\} \in \{\{a\}, b\}$, მაგრამ $a \notin \{\{a\}, b\}$ (აქ, რა თქმა უნდა, ივარაუდება, რომ a და b განსხვავდებიან ერთმანეთისაგან).

1. 5 სიმრავლის ხარისხი

ზოგჯერ საჭირო ხდება განვიხილოთ სიმრავლე, რომლის წევრებია მოცემული A სიმრავლის ყველა ქვესიმრავლე. ამ სიმრავლეს A სიმრავლის ხარისხ სიმრავლეს, ზოგჯერ კი მოკლედ, A სიმრავლის ხარისხს უწოდებენ და იგი შემდეგნაირად აღინიშნება - $\wp(A)$. ვთქვათ, $A = \{a, b\}$; მაშინ A სიმრავლის ხარისხი $\wp(A)$ იქნება $\{\{a\}, \{b\}, \{a, b\}, \emptyset\}$. სახელწოდება „სიმრავლის ხარისხი“ დაკავშირებულია შემდეგ ცნობილ ფაქტთან: თუ A სიმრავლის ოდენობითობა გამოიხატება n ნატურალური რიცხვით, მაშინ $\wp(A)$ სიმრავლის ოდენობითობა არის 2^n, ანუ 2 აყვანილი n ხარისხში, ანუ $2 \times 2 \times \ldots \times 2$ (n-ჯერ). ზოგჯერ A სიმრავლის ხარისხი აღინიშნება როგორც 2^A.

1. 6 გაერთიანება და თანაკვეთა

ახლა გავეცნობით ორ სიმრავლურ ოპერაციას, რომლებიც მოქმედებენ რა ორ სიმრავლეზე შედეგად იძლევიან ერთ ახალ სიმრავლეს.

ორი A და B სიმრავლის **გაერთიანება** ჩაიწერება როგორც $A \cup B$ და არის სიმრავლე, რომლის წევრებია ის, და მხოლოდ ის შემადგენლები, რომლებიც მიეკუთვნებიან ან მხოლოდ A სიმრავლეს, ან მხოლოდ B სიმრავლეს, ან ერთდროულად ორივეს. პრედიკატულ აღნიშვნებში ამ განსაზღვრებას შემდეგი სახე აქვს:

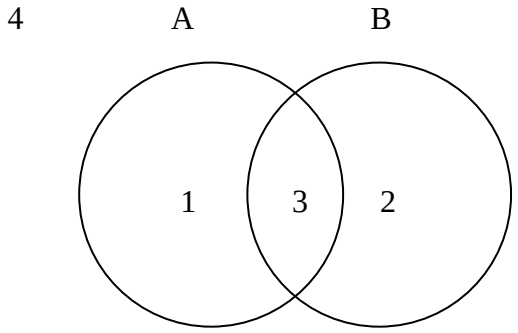
(1-17) $A \cup B =_{def} \{x \mid x \in A$ ან $x \in B\}$

შევნიშნოთ, რომ ‘ან’ კავშირი (1-17) ფორმულაში გაგებულია არა როგორც მაცალკავებელი (ე.ი. **ექსკლუზიური**), არამედ როგორც მაერთებელი (ე.ი. **ინკლუზიური**) ‘ან’ კავშირი, რაც განაპირობებს იმას, რომ განსასაზღვრი სიმრავლის შემადგენელი შეიძლება ერთდროულად იყოს A და B სიმრავლეებიდან ორივეს წევრი. განვიხილოთ რამდენიმე მაგალითი:

(1-18) ვთქვათ, $K = \{a,b\}$, $L = \{c, d\}$ და $M = \{b,d\}$, მაშინ:

$K \cup L = \{a,b,c,d\}$
$K \cup M = \{a,b,d\}$
$L \cup M = \{b,c,d\}$
$(K \cup L) \cup M = K \cup (L \cup M) = \{a,b,c,d\}$
$K \cup \emptyset = \{a,b\} = K$
$L \cup \emptyset = \{c,d\} = L$

სიმრავლური გაერთიანების ოპერაცია მარტივად შეიძლება განვაზოგადოთ და გამოვიყენოთ ერთდროულად ორზე მეტი სიმრავლის მიმართ. ამ შემთხვევაში გაერთიანების ნიშანი იწერება იმ სიმრავლეთა სიმრავლის წინ, რომლებსაც ვაერთიანებთ. მაგალითად: $\cup\{K,L,M\}$ ტოლია ყველა იმ წევრების სიმრავლისა, რომლებიც მიეკუთვნებიან ერთ-ერთს მაინც K, L, და M სიმრავლეებიდან. ამგვარად, $\cup\{K,L,M\}=\{a,b,c,d\}$. სიმრავლეთა თეორიაში დიდი ხანია არსებობს სიმრავლური ოპერაციების სქემატურად წარმომდგენი მეთოდი, რომელსაც **ვენის დიაგრამულ მეთოდს** უწოდებენ. ამ მეთოდის მიხედვით სიმრავლეები გამოისახებიან როგორც წრეები და ამ სიმრავლეების ელემენტებად ამ წრეების წერტილები განიხილება. ამასთან, როგორც ეს 1-1 ნახაზზეა გამოსახული, ნაწილობრივ თანამკვეთი წრეების სახით წარმოდგენილია სავსებით ნებისმიერად შერჩეული ორი ნაწილობრივ თანამკვეთი სიმრავლე. 1-1 ნახაზზე არე 1 აერთიანებს იმ ელემენტებს, რომლებიც მიეკუთვნებიან A სიმრავლეს, მაგრამ არ მიეკუთვნებიან B სიმრავლეს; არე 2 აერთიანებს იმ ელემენტებს, რომლებიც მიეკუთვნებიან B სიმრავლეს, მაგრამ არ მიეკუთვნებიან A სიმრავლეს; არე 3 აერთიანებს იმ ელემენტებს, რომლებიც ერთდროულად მიეკუთვნებიან როგორც A, ისე B სიმრავლეს; ნახაზზე არე 4 აერთიანებს იმ წერტილებს, რომლებიც ამ ორი A და B სიმრავლეებიდან არც ერთს არ მიეკუთვნება. გასაგებია, რომ, ყოველ კონკრეტულ შემთხვევაში, ამ არეებიდან ერთი, ან რამდენიმე შეიძლება ცარიელიც აღმოჩნდეს.



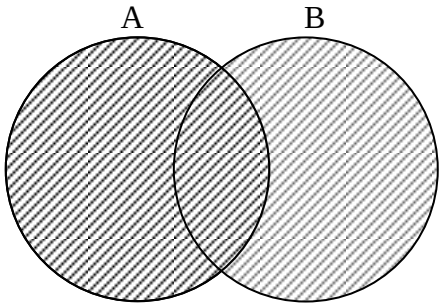
ნახ. 1-1: ვენის დიაგრამა ნებისმიერი ორი A და B სიმრავლისათვის.

A და B სიმრავლეთა გაერთიანება ვენის დიაგრამაზე გამოისახება ამ სიმრავლეების შემადგენელი ნაწილების იმგვარი დაშტრიხვით, როგორც ეს ნაჩვენებია 1-2 ნახაზზე.

მეორე სიმრავლური ოპერაციით, რომელსაც ახლა გავეცნობით, ნებისმიერი ორი A და B სიმრავლისაგან მიიღება ერთი ახალი სიმრავლე, რომლის წევრებიც ამ A და B სიმრავლეების ის, და მხოლოდ ის შემადგენლებია, რომლებიც ერთდროულად **ორივე სიმრავლეს** მიეკუთვნებიან. ამ ოპერაციას ეწოდება A და B სიმრავლეთა **თანაკვეთა** და ჩაიწერება როგორც - $A \cap B$. პრედიკატულ აღნიშვნებში ეს სიმრავლური ოპერაცია შემდეგნაირად განისაზღვრება:

(1-19) $A \cap B =_{def} \{x \mid x \in A \text{ და } x \in B\}$

მაგალითად, (1-18) მოცემულობიდან K და M სიმრავლეების თანაკვეთა არის ერთწევრიანი სიმრავლე {b}, რამდენადაც b არის ერთადერთი ელემენტი, რომელიც მიეკუთვნება K და L სიმრავლეებიდან ორივეს. განვიხილოთ კიდევ რამდენიმე მაგალითი:



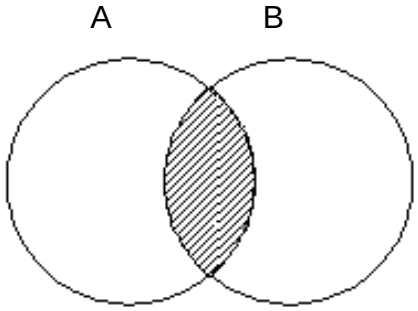
ნახ. 1-2: სიმრავლეთა გაერთიანება $A \cup B$

(1-20) $K \cap L = \varnothing$ $\quad$ $K \cap \varnothing = \varnothing$

$L \cap M = \{d\}$ $\quad$ $(K \cap L) \cap M = K \cap (L \cap M) = \varnothing$

$K \cap K = \{a,b\} = K$ $\quad$ $K \cap (L \cup M) = \{b\}$

ნებისმიერი ორი A და B სიმრავლის თანაკვეთის ზოგადი შემთხვევა ვენის დიაგრამის სახით წარმოდგენილია 1-3 ნახაზზე.



ნახ. 1-3: სიმრავლეთა თანაკვეთა $A \cap B$

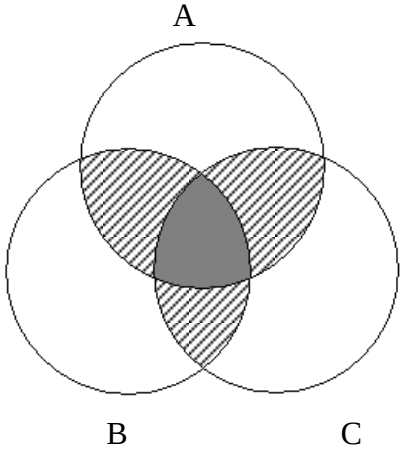
შესაძლებელია სიმრავლური თანაკვეთის ოპერაციის ისეთივე განზოგადება, როგორც ეს ჩვენ გავაკეთეთ გაერთიანების შემთხვევაში, და მისი გამოყენება ერთდროულად სამი ან სამზე მეტი სიმრავლის მიმართ: მაგალითად, $\cap\{K,L,M\}=\varnothing$. ნებისმიერად აღებული სამი A, B და C

სიმრავლეების თანაკვეთა ვენის დიაგრამის სახით გამოსახულია 1-4 ნახაზზე. აქ შავი ფერით მონიშნულია ის ნაწილი, რომელიც საერთოა $A \cap B$, $A \cap C$ და $B \cap C$ სიმრავლეებისათვის. როცა ვენის დიაგრამა სამზე მეტ სიმრავლეს მოიცავს, ცხადია, რომ მისი გამოსახვა უფრო რთულია და ეს, ალბათ, ნაკლებ სასარგებლოცაა. თუმცა, მარტივ შემთხვევებში, ვენის დიაგრამა გაგებინების თვალსაზრისით მეტად ღირებული წარმოსახვითი საშუალებაა.

ამოცანა: ააგეთ ვენის დიაგრამა ნებისმიერად აღებული სამი სიმრავლის გაერთიანებისათვის.

1. 7 სხვაობა და დამატება

ნებისმიერი ორი A და B სიმრავლისათვის განისაზღვრება **სხვაობად** წოდებული ორადგილიანი სიმრავლური ოპერაცია. A და B სიმრავლეების **სხვაობა** შემდეგნაირად ჩაიწერება: $A - B$. ამ ოპერაციით A სიმრავლეს 'აკლდება' ყველა და, ამასთან, მხოლოდ ის წევრები, რომლებიც B სიმრავლესაც მიეკუთვნებიან. პრედიკატული ჩანაწერებით ეს ოპერაცია შემდეგნაირად განისაზღვრება:



ნახ. 1-4: ვენის დიაგრამა $\cap\{A,B,C\}$ სიმრავლისათვის. დაშტრიხულია $A \cap B$, $B \cap C$ და $A \cap C$ სიმრავლეები, შავი ფერითაა დაშტრიხული $\cap\{A,B,C\}$ სიმრავლე

(1-21) $A - B =_{def} \{x \mid x \in A \text{ და } x \notin B\}$

$A - B$ სიმრავლეს ზოგჯერ A სიმრავლის მიმართ B სიმრავლის დამატებასაც უწოდებენ. ცხადია, რომ (1-18) მოცემულობის L და M სიმრავლეებისათვის $L - M = \{c\}$, რადგან c არის L სიმრავლის ის ერთადერთი წევრი, რომელიც არ მიეკუთვნება M სიმრავლეს. თუ A და B სიმრავლეებს არც ერთი საერთო წევრი არ გააჩნიათ, მაშინ B სიმრავლის გამოკლებით A სიმრავლეს არც არაფერი აკლდება. ასეთ შემთხვევაში $A - B = A$. შევნიშნოთ: მიუხედავად იმისა, რომ ნებისმიერი A და B სიმრავლეებისათვის $A \cup B = B \cup A$ და $A \cap B = B \cap A$, საზოგადოდ, $A - B = B - A$ არასწორია. ის, რომ ამ ოპერაციის შედეგზე სიმრავლეთა რიგი გავლენას ახდენს სავსებით ბუნებრივი გამოჩნდება, თუ სხვაობას გარკვეულად გავაიგივებთ ჩვენთვის სკოლის კურსიდან ნაცნობ გამოკლებასთან. ვენის დიაგრამა სიმრავლეთა $A - B$ სხვაობისათვის გამოსახულია 1-5 ნახაზზე.

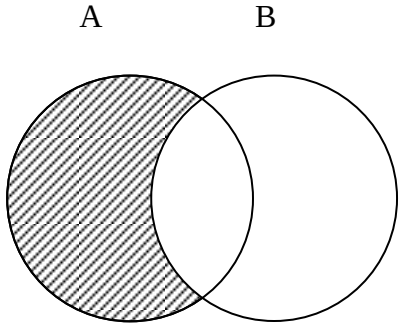
რამდენიმე დამატებითი მაგალითი:

(1-22) $K - M = \{a\}$
$L - K = \{c,d\} = L$
$M - L = \{b\}$

$K - \varnothing = \{a,b\} = K$
$\varnothing - K = \varnothing$

გამოკლების ოპერაცია უნდა განვასხვავოთ **დამატების** ოპერაციისაგან. A სიმრავლის დამატება ჩაიწერება როგორც A' და იგი არის სიმრავლე, რომელიც აგებულია ყველა, და მხოლოდ იმ წევრებისაგან, რომლებიც არ ეკუთვნიან A სიმრავლეს. პრედიკატულ აღნიშვნებში A' სიმრავლე შემდეგნაირად განისაზღვრება:

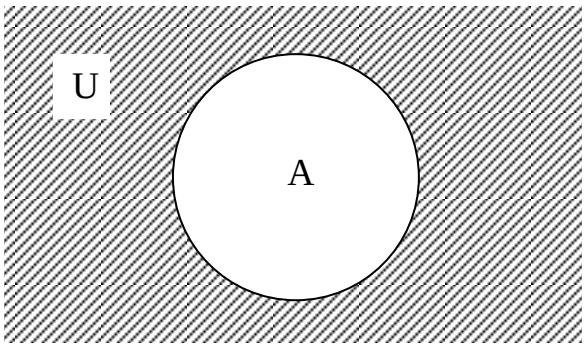
(1-23) $A' =_{def} \{x \mid x \notin A\}$



ნახ. 1-5: სიმრავლეთა სხვაობა A–B

(1-23) განსაზღვრებასთან დაკავშირებით ბუნებრივად ჩნდება კითხვა: რანი არიან და საიდან მოდიან ის წევრები, რომლებიც არ მიეკუთვნებიან A სიმრავლეს? - პასუხი ამ კითხვაზე შემდეგია: ყოველი გამონათქვამი, რომელიც იძლევა სიმრავლეს, თავისთავად გულისხმობს მანამდე უკვე არსებულ საგანთა გარკვეულ საყრდენ ერთობლიობას, რომელიც ამ სიმრავლის მომცემი გამონათქვამის **დისკურსის უნივერსუმს** წარმოადგენს. მაგალითად, როცა დისკურსი (ანუ სააზროვნო სივრცე) რიცხვთა თეორიაა მის უნივერსუმად (ანუ ამ სააზროვნო სივრცის საგანთა სამყაროდ) შეიძლება მოვიაზროთ ყველა დადებითი და უარყოფითი ნამდვილი რიცხვების სიმრავლე. სამწუხაროდ, შეუძლებელია ერთხელ და სამუდამოდ საყოველთაოდ გამოსადეგი დისკურსის და უნივერსუმის ცალსახა და არაწინააღმდეგობრივი განსაზღვრა. თანაც ისე, რომ ამ უნივერსუმში შედიოდეს 'ყველაფერი' ის, მხოლოდ რომელთაგანაც იგება სიმრავლეები. ეს შეუძლებელია იმიტომ, რომ ამგვარი უნივერსალური არე, ცხადია, უნდა მოიცავდეს სიმრავლური თვალსაზრისებით ისეთ პარადოქსულ საგნებსაც, როგორიცაა 'ყველა სიმრავლეთა სიმრავლე'. ამდენად, კონკრეტული მსჯელობის დისკურსის უნივერსუმი დამოკიდებულია ამ კონკრეტულ მსჯელობაზე და, შესაბამისად, იგი ამ კონკრეტულ მსჯელობასთან ერთად იცვლება. ამასთან, იცვლება დაახლოებით ისევე, როგორც იცვლება 'ყველაფერი' და 'ყველანი' სახის სიტყვების მნიშვნელობები სხვადასხვა წინადადებებით მოცემულ სხვადასხვა მსჯელობებში. იმ შემთხვევაში, როდესაც დისკურსის უნივერსუმს რაიმე განსაკუთრებული სახელი არ ჰქვია, მის აღსანიშნავად იყენებენ ხოლმე U სიმბოლოს. როდესაც მოცემული მსჯელობის დისკურსის უნივერსუმი ისედაც ცხადია, ან არაძალისმიერია მოცემული მსჯელობისათვის, იგი შეიძლება პირდაპირი გზით არც იყოს განსაზღვრული. თუმცაღა, ისეთ შემთხვევებში, როდესაც დისკურსის უნივერსუმი არაორაზროვნად და გასაგებად არ არის განსაზღვრული, დამატების ოპერაციაც ცალსახად და გარკვეულად ვეღარ ისაზღვრება. მაშასადამე, A სიმრავლის დამატება არის დისკურსის უნივერსუმის იმ შემადგენლების სიმრავლე, რომლებიც არ მიეკუთვნება A სიმრავლეს. ამგვარად:

(1-24) $A' = U - A$



ნახ. 1-6: სიმრავლური დამატების ოპერაცია A′.

როგორც ვხედავთ, (1-23) პრედიკატულ განსაზღვრაში x ცვლადის განსაზღვრის არედ ანუ სიმრავლედ, საიდანაც ეს ცვლადი მნიშვნელობებს ღებულობს, ნაგულისხმევობით მოიაზრება მთლიანი სიმრავლური უნივერსუმი. სხვათა შორის, ზუსტად იგივეგვარი ვითარება გვაქვს (1-17) და (1-19) პრედიკატული განსაზღვრებების შემთხვევაშიც.

ზემოთ, 1-6 ნახაზზე, გამოსახულია ვენის დიაგრამა, სადაც დაშტრიხული ნაწილი შეესაბამება A სიმრავლის დამატებას.

1. 8 ზოგიერთი სიმრავლური იგივეობანი

ქვემოთ განხილული იქნება ის კანონები, რომლებიც ლოგიკურად გამომდინარეობენ სიმრავლეების შესახებ ზემოთ გაკეთებული განსაზღვრებებიდან. მათგან უფრო სასარგებლონი წარმოდგენილია 1-7 ცხრილით. ცხრილში გაერთიანებისა და თანაკვეთის ოპერაციების თვისებების აღმწერი მსგავსი კანონები დაწყვილებულია და, შესაბამისად, ისინი სახელდებულნი არიან მათთვის ტრადიციული და უკვე გავრცელებული სახელწოდებებით. ჩვენ, ამჯერად, არ ვაპირებთ ამ კანონების გამომხატველ გამონათქვამებში შემავალი X, Y და Z სიმრავლური ცვლადების მნიშვნელობათა ნებისმიერი სისტემისათვის მათი ფორმალურად მკაცრი, მათემატიკური დამტკიცებების აგებას. ეს დამტკიცებები წარმოდგენილი იქნება 7.6 პარაგრაფში. ამჯერად, ჩვენ შევეცდებით დავრწმუნდეთ მათ ჭეშმარიტებაში მხოლოდ განსაზღვრებებიდან ამოსვლითა და ვენის დიაგრამების აგებით.

1. **იდემპოტენტურობის კანონები:** ადვილი მისახვედრია, რომ ნებისმიერი X სიმრავლისათვის X∪X იგივეა, რაც X, რამდენადაც ყველაფერი ის, რაც არის X **ან** X სიმრავლეში, ადვილად ჯამდება იმ ყველაფრად, რაც არის თავად ამ X სიმრავლეში. იგივე ითქმის იმ ელემენტების შესახებ, რომლებიც ერთდროულად არიან X სიმრავლესა **და** X სიმრავლეში, ამდენად: X∩X = X.

2. **კომუტაციურობის კანონები:** ცხადია, რომ ყველაფერი ის, რაც მიეკუთვნება ან X, ან Y, ან ორივე სიმრავლეს ერთდროულად, ამავდროულად არის ყველაფერი ის, რაც მიეკუთვნება ან Y, ან X, ან ორივე სიმრავლეს ერთდროულად; ამგვარად, X∪Y = Y∪X. დასაბუთება ამგვარადვე მიმდინარეობს თანაკვეთის შემთხვევაშიც.

3. **ასოციაციურობის კანონები:** ასოციაციურობის კანონები გვეუბნება, რომ შედეგზე იმ რიგს, რომლითაც სიმრავლეებს ოპერაციულად ვაერთებთ, მნიშვნელობა არა აქვს არც მაშინ, როცა მათ გაერთიანების ოპერაციით ვაერთებთ და არც მაშინ, როცა ისინი თანაკვეთის ოპერაციით ერთდებიან. იმას, რომ ეს მართლაც ასეა, თვალნათლივ დავინახავთ, თუ წარმოვიდგენთ შესაბამისი ვენის დიაგრამების აგების პროცესს. გვაქვს სამი ურთიერთგადამკვეთი წრე, რომლებიც აღნიშნულია X, Y და Z ასოებით. ჯერ დავშტრიხოთ X∪Y, შემდეგ დავშტრიხოთ Z, რითაც მეორეჯერადად დაიშტრიხება აგრეთვე ამ სამი წრის შიგნით განთავსებული მთლიანი არე, რაც (X∪Y)∪Z სიმრავლეს შეესაბამება. ახლა დავიწყოთ

თავიდან და ჯერ დავშტრიხოთ $Y \cup Z$, ხოლო შემდეგ X. ცხადია, ორჯერადი დაშტრიხვის ქვეშ ისევ იგივე არე მოხვდება.

1. იდემპოტენტურობის კანონები
   (ა) $X \cup X = X$ (ბ) $X \cap X = X$

2. კომუტაციურობის კანონები
   (ა) $X \cup Y = Y \cup X$ (ბ) $X \cap Y = Y \cap X$

3. ასოციაციურობის კანონები
   (ა) $(X \cup Y) \cup Z = X \cup (Y \cup Z)$ (ბ) $(X \cap Y) \cap Z = X \cap (Y \cap Z)$

4. დისტრიბუციულობის კანონები

   (ა) $X \cup (Y \cap Z) = (X \cup Y) \cap (X \cup Z)$
   (ბ) $X \cap (Y \cup Z) = (X \cap Y) \cup (X \cap Z)$

5. იდენტურობის კანონები
   (ა) $X \cup \varnothing = X$ (გ) $X \cap \varnothing = \varnothing$
   (ბ) $X \cup U = U$ (დ) $X \cap U = X$

6. დამატების კანონები
   (ა) $X \cup X' = U$ (გ) $X \cap X' = \varnothing$
   (ბ) $(X')' = X$ (დ) $X - Y = X \cap Y'$

7. დე მორგანის კანონები
   (ა) $(X \cup Y)' = X' \cap Y'$ (ბ) $(X \cap Y)' = X' \cup Y'$

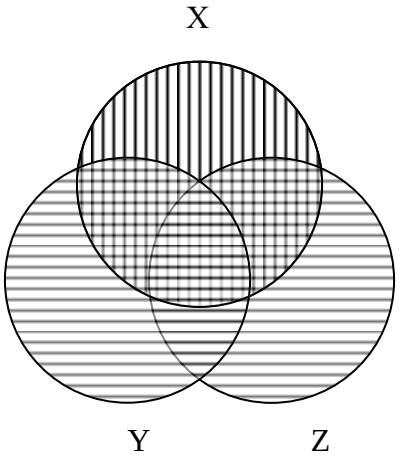
8. თავსებადობის პრინციპი

   (ა) $X \subseteq Y$ მაშინ, და მხოლოდ მაშინ, როცა $X \cup Y = Y$
   (ბ) $X \subseteq Y$ მაშინ, და მხოლოდ მაშინ, როცა $X \cap Y = X$

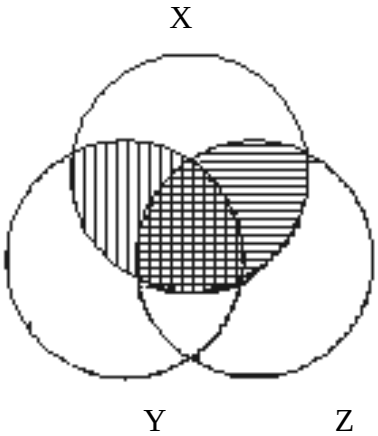
ცხრილი 1-7: ზოგიერთი ძირითადი
სიმრავლური იგივეობანი

4. დისტრიბუციულობის კანონები: ამ კანონების საილუსტრაციო ვენის დიაგრამების აგება ცოტათი თავსატეხი ამოცანაა. 1-8 ნახაზზე გამოსახულია $X \cap (Y \cup Z)$ ფორმულის ვენის დიაგრამა. აღსაქმელად რომ უფრო ადვილი ყოფილიყო, X დავშტრიხეთ ვერტიკალური ხაზებით, $(Y \cup Z)$ კი ჰორიზონტალური ხაზებით. შესაბამისად, ამ ორი სიმრავლის თანაკვეთა გამოსახულია როგორც ორმაგად (ჯვარედინად) დაშტრიხული არე. 1-9 ნახაზზე გამოსახულია $(X \cap Y) \cup (X \cap Z)$ ფორმულის დიაგრამა. $X \cap Y$ დაშტრიხულია ვერტიკალურად, ხოლო $X \cap Z$ კი ჰორიზონტალურად. გაერთიანებას წარმოადგენს არე, რომელიც დაშტრიხულია ან ერთმაგი ან ორმაგი დაშტრიხვით. ამგვარად, პირველი აგებისას ორმაგად დაშტრიხული არე დაემთხვა მეორე აგებისას ორმაგად ან ერთმაგად დაშტრიხულ არეს. მკითხველს ახლა უკვე თავად

შეუძლია დისტრიბუციულობის კანონების (ა) შემთხვევის შესაბამისი ვენის დიაგრამების აგება.



ნახ. 1-8 ვენის დიაგრამა X∩(Y∪Z) ფორმულისათვის
X დაშტრიხულია ვერტიკალურად, Y∪Z დაშტრიხულია ჰორიზონტალურად,
X∩(Y∪Z) კი ორმაგად.



ნახ. 1-9: ვენის დიაგრამა (X∩Y)∪(X∩Z) ფორმულისათვის
X∩Yდაშტრიხულია ვერტიკალურად, X∩Z დაშტრიხულია ჰორიზონტალურად,
ხოლო (X∩Y)∪(X∩Z) მთლიანად წარმოადგენს დაშტრიხულ არეს.

5. იდენტურობის კანონები: იდენტურობის კანონები მარტივად გაიგება გაერთიანების, თანაკვეთის, ცარიელი სიმრავლისა და უნივერსალური სიმრავლის განსაზღვრებებიდან გამომდინარე. ყველაფერი ის, რაც არის ან X სიმრავლეში ან ∅ სიმრავლეში ან ორივეში ერთად, ადვილად ჯამდება იმ ყველაფრად, რაც არის X სიმრავლეში. დანარჩენ შემთხვევებშიც დასაბუთება ანალოგიურია ზემომოყვანილისა.

6. დამატების კანონები: დამატების კანონებიც ასევე მარტივად გაიგება დამატების განსაზღვრებიდან გამომდინარე, თუმცა, ალბათ, აქ დახმარებას გაგვიწევს ვენის დიაგრამა, რომელიც წარმოდგენილია 1-6 ნახაზზე. (დ) შემთხვევა უფრო გასაგები გახდება, თუ შევხედავთ 1-5 ნახაზს და განვიხილავთ იმ არეს, რომელიც შეესაბამება A სიმრავლის თანაკვეთას B სიმრავლის დამატებასთან.

7. დე მორგანის კანონები: დე მორგანის კანონები სიმეტრიული წყვილების სახითაა წარმოდგენილი. (ა) შემთხვევა: ყველაფერი ის, რაც არ არის არცერთში, არც X და არც Y

სიმრავლეში (ე.ი $(X \cup Y)'$), არის ყველაფერი ის, რაც არ არის X სიმრავლეში და, ამავდროულად, არ არის Y სიმრავლეში (ე.ი $X' \cap Y'$). (ბ) შემთხვევა: ყველაფერი ის, რაც ერთდროულად ორივეში არ არის (ე.ი. $(X \cap Y)'$), ამავდროულად, არ არის ერთშიც და არ არის მეორეშიც (ე.ი. $X' \cup Y'$). თუ ეს შემთხვევა უცებ შედარებით ნაკლებ ცხადად გეჩვენათ დაიხმარეთ ვენის დიაგრამა.

8. თავსებადობის პრინციპი: თავსებადობის პრინციპს ასეთი სახელი იმიტომ დაერქვა, რომ იგი ეხება გაერთიანებისა და თანაკვეთის ოპერაციებისა და ქვესიმრავლეობის მიმართებით განპირობებული თავსებადობის ურთიერთობის საკითხებს. თუ წარმოვიდგენთ ვენის დიაგრამას, რომელშიც X სიმრავლის შესაბამისი წრე მთლიანად მოთავსებულია Y სიმრავლის შესაბამის წრეში, რაც პრედიკატულად $X \subseteq Y$ ჩანაწერით გამოისახება, მაშინ ადვილად დავინახავთ, რომ $X \cup Y = Y$. მეორე მხრივ, თუ ვიცით, რომ $X \cup Y = Y$, მაშინ სტანდარტული ვენის დიაგრამის ის არე, რომელიც შესდგება X სიმრავლის მხოლოდ იმ შემადგენლებისაგან, რომლებიც ამავდროულად არ არიან Y სიმრავლის შემადგენლები, ცარიელი სიმრავლე იქნება. ყველა სხვა შემთხვევაში, გაერთიანება არ იქნებოდა Y სიმრავლის ტოლი. ამგვარად, X სიმრავლის შემადგენლები მთლიანად მოთავსებულია Y სიმრავლის წრეში, რაც იმას ნიშნავს, რომ $X \subseteq Y$. მტკიცება (ბ) შემთხვევაშიც ანალოგიურად ვითარდება.

ზოგიერთი ამ კანონის უფრო კარგად გაგებაში შეიძლება დაგვეხმაროს ანალოგიები ალგებრიდან: ცნობილია, რომ შეკრებისა (+) და გამრავლების (×) ოპერაციები ექვემდებარებიან კომუტაციურობის ალგებრულ კანონებს:

(1-25) ნებისმიერი x და y რიცხვებისათვის:

$$x + y = y + x \quad \text{და} \quad x \times y = y \times x$$

ანალოგიურადვეა ასოციაციურობის კანონი:

(1-26) ნებისმიერი x, y და z რიცხვებისათვის:

$$(x + y) + z = x + (y + z) \quad \text{და} \quad (x \times y) \times z = x \times (y \times z)$$

თუმცა, ამგვარ ალგებრულ ანალოგიებს ადგილი არა აქვს ზემოგანხილული მთელი რიგი სიმრავლური კანონებისათვის. ასე მაგალითად, საზოგადოდ, სწორი არ არის ის, რომ $x + x = x$ და არც ის, რომ $x \times x = x$. მიუხედავად ამისა, ალგებრაშიც, ანალოგიურად ზემოაღწერილისა + და × ოპერაციები ერთმანეთს დისტრიბუციულობის კანონით უკავშირდებიან:

(1-27) ნებისმიერი x, y და z რიცხვებისათვის:

$$x \times (y + z) = (x \times y) + (x \times z)$$

მაგრამ, შესაბამისი სიმრავლური ოპერაციებისაგან განსხვავებით, თუ + და × ალგებრულ ოპერაციებს ურთიერთჩავანაცვლებთ დისტრიბუციის კანონი აღარ მოქმედებს. ამგვარად, საზოგადოდ, არაა სწორი, რომ $x + (y \times z) = (x + y) \times (x + z)$. მაგალითად, ვთქვათ, $x = 1$, $y = 2$ და $z = 3$. ასეთ პირობებში ზედა გამოსახულების მარცხენა მხარის მნიშვნელობაა 7, ხოლო მარჯვენა მხარისა კი - 12.

იდენტურობის სიმრავლური კანონების ალგებრულ-არითმეტიკულ ანალოგებად მიიჩნევა $x + 0 = x$, $x \times 0 = 0$ და $x \times 1 = x$ კანონები, სადაც 0 თამაშობს ცარიელი, ხოლო 1 კი უნივერსალური სიმრავლის როლს. თუმცა, აქ მხოლოდ ნაწილობრივ ანალოგიასთან გვაქვს საქმე, რადგან $x + 1$ არ უდრის 1.

მაშასადამე, ვნახეთ, რომ არსებობს სიმრავლეთა ალგებრა და რომ იგი, გარკვეულწილ, ანალოგიურია იმ სასკოლო ალგებრისა, რომელიც გამრავლებასა და შეკრებას ეხება, თუმცაღა სიმრავლეთა ალგებრას თავისი განსაკუთრებული თვისებებიც აქვს. ამ ფაქტის წინაშე კიდევ

ერთხელ დავდგებით, როდესაც მეექვსე თავში გამონათქვამთა ლოგიკას განვიხილავთ. გარდა ამისა, მეთორმეტე თავში ნახავთ, რომ საშუალო სკოლიდან თქვენთვის ნაცნობი ალგებრა და ახლახან გაცნობილი სიმრავლეთა ალგებრა კერძო მაგალითებია იმისა, რასაც საზოგადოდ ბულის ალგებრას უწოდებენ.

ამჟამად ჩვენს ინტერესს არ წარმოადგენს სიმრავლეთა ალგებრის მთლიანი სტრუქტურის შესწავლა, არამედ, უბრალოდ, გვინდა ვაჩვენოთ, რომ ზემოაღწერილი იგივეობებით შეიძლება ვისარგებლოთ სიმრავლურ გამოსახულებებზე ოპერირებისას. კერძოდ, ირკვევა, რომ ნებისმიერ სიმრავლურ გამოსახულებაში ესა თუ ის სიმრავლე ყოველთვის შეიძლება ჩავანაცვლოთ მისი ტოლი სიმრავლით და რომ ამგვარი ჩანაცვლების შედეგად ყოველთვის ვღებულობთ გამოსახულებას, რომელიც აღნიშნავს იმავე სიმრავლეს, რასაც საწყისი გამოსახულება აღნიშნავდა. ასე მაგალითად, $A\cap(B\cup C)'$ გამოსახულებაში დე მორგანის კანონის შესაბამისად შეიძლება $(B\cup C)'$ ჩავანაცვლოთ მისი იგივური $B'\cap C'$ გამოსახულებით და, შესაბამისად, მივიღოთ $A\cap(B'\cap C')$ გამოსახულება, რომელიც, იქიდან გამომდინარე, რომ $(B\cup C)'$ და $B'\cap C'$ სიმრავლეებში ერთი და იგივე ელემენტებია, ცხადია, იმავე სიმრავლეს აღნიშნავს, რასაც თავდაპირველი $A\cap(B\cup C)'$ გამოსახულება აღნიშნავდა.

ეს მეთოდი შეიძლება გამოვიყენოთ რთული სიმრავლური გამოსახულებების გასამარტივებლად (იხ. (1-28)), ან სიმრავლეთა შესახებ სხვა დებულებათა ჭეშმარიტების დასამტკიცებლად (იხ. (1-29) და (1-30)). საზოგადოდ, უფრო მოსახერხებელია ამგვარი სიმრავლური გამოყვანები წარმოდგენილი იქნეს სტრიქონული ჩანაწერების ვერტიკალური მიმდევრობის სახით, სადაც ყოველ სტრიქონზე მითითებულია ის კანონი, რომლის მიხედვითაც შესაბამისი გამოსახულება გამოიყვანება წინა სტრიქონის გამოსახულებიდან.

(1-28) **მაგალითი:** გაამარტივეთ $(A\cup B)\cup(B\cap C)'$ გამოსახულება.

1.	$(A\cup B)\cup(B\cap C)'$	
2.	$(A\cup B)\cup(B'\cup C')$	**დე მორგანის კანონი**
3.	$A\cup(B\cup(B'\cup C'))$	**ასოციაციურობის კანონი**
4.	$A\cup((B\cup B')\cup C')$	**ასოციაციურობის კანონი**
5.	$A\cup(U\cup C)'$	**დამატების კანონი**
6.	$A\cup(C'\cup U)$	**კომუტაციურობის კანონი**
7.	$A\cup U$	**იდენტურობის კანონი**
8.	U	**იდენტურობის კანონი**

(1-29) **მაგალითი:** აჩვენეთ, რომ $(A\cap B)\cap(A\cap C)' = A\cap(B-C)$.

1.	$(A\cap B)\cap(A\cap C)'$	
2.	$(A\cap B)\cap(A'\cup C')$	**დე მორგანის კანონი**
3.	$A\cap(B\cap(A'\cup C'))$	**ასოციაციურობის კანონი**
4.	$A\cap((B\cap A')\cup(B\cap C'))$	**დისტრიბუციულობის კანონი**
5.	$(A\cap(B\cap A'))\cup(A\cap(B\cap C'))$	**დისტრიბუციულობის კანონი**
6.	$(A\cap(A'\cap B))\cup(A\cap(B\cap C'))$	**კომუტაციურობის კანონი**
7.	$((A\cap A')\cap B)\cup(A\cap(B\cap C'))$	**ასოციაციურობის კანონი**
8.	$(\varnothing\cap B)\cup(A\cap(B\cap C'))$	**დამატების კანონი**
9.	$(B\cap\varnothing)\cup(A\cap(B\cap C'))$	**კომუტაციურობის კანონი**
10.	$\varnothing\cup(A\cap(B\cap C'))$	**იდენტურობის კანონი**
11.	$(A\cap(B\cap C'))\cup\varnothing$	**კომუტაციურობის კანონი**
12.	$A\cap(B\cap C')$	**იდენტურობის კანონი**
13.	$A\cap(B-C)$	**დამატების კანონი**

(1-30) **მაგალითი:** აჩვენეთ, რომ $X \cap Y \subseteq X \cup Y$

თავსებადობის პრინციპის მიხედვით, ეს გამოსახულება ჭეშმარიტია მაშინ, და მხოლოდ მაშინ, როცა $(X \cap Y) \cap (X \cup Y) = X \cap Y$. ქვემოთ სწორედ ამ უკანასკნელის დასაბუთებას წარმოვადგენთ.

1. $(X \cap Y) \cap (X \cup Y)$
2. $((X \cap Y) \cap X) \cup ((X \cap Y) \cap Y)$ **დისტრიბუციულობის კანონი**
3. $(X \cap (X \cap Y)) \cup ((X \cap Y) \cap Y)$ **კომუტაციურობის კანონი**
4. $((X \cap X) \cap Y) \cup ((X \cap Y) \cap Y)$ **ასოციაციურობის კანონი**
5. $((X \cap X) \cap Y) \cup (X \cap (Y \cap Y)$ **ასოციაციურობის კანონი**
6. $(X \cap Y) \cup (X \cap Y)$ **იგივურობის კანონი (ორჯერ)**
7. $X \cap Y$ **იგივურობის კანონი**

სტრიქონთა ასეთი მიმდევრობა იძლევა იმ ფაქტის ფორმალურ მტკიცებას, რომ ბოლო სტრიქონში წარმოდგენილი სიმრავლე უდრის სიმრავლეს, რომელიც პირველ სტრიქონშია წარმოდგენილი. დამტკიცების საკითხს უფრო დეტალურად ჩვენ შემდგომ განვიხილავთ. ის მკითხველი კი, რომელიც ეცდება სავარჯიშოებში მოცემული ამოცანების ამგვარად ამოხსნას, უეჭველად წააწყდება დამტკიცებებთან დაკავშირებულ ცნობილ სირთულეებს: კერძოდ, მაშინ როცა საკმაოდ მარტივია უკვე აგებული დამტკიცების სისწორის შემოწმება, შეიძლება საკმაოდ რთული აღმოჩნდეს სწორი დამტკიცების ამგები გზის მოძებნა. ამგვარად, თუ გადასაწყვეტი გვაქვს ამოცანა, ვთქვათ ისეთი, როგორიც (1-29) მაგალითით არის მოცემული, შეიძლება პირველსაწყისი გამოსახულების საბოლოო გამოსახულებამდე მიმყვანი გზის პოვნამდე ბევრი წარუმატებელი გზის გავლა მოგვიხდეს. ამდენად, მოსალოდნელია, რომ ზოგჯერ რამდენჯერმე მოგვიწიოს დამტკიცების უკვე არჩეული გზის შეწყვეტა და გამოყვანის თავიდან დაწყება.

სავარჯიშოები

1. მოცემულია შემდეგი სიმრავლეები:

$A = \{a, b, c, 2, 3, 4\}$	$E = \{a, b, \{c\}\}$
$B = \{a, b\}$	$F = \varnothing$
$C = \{c,2\}$	$G = \{\{a, b\}\{c,2\}\}$
$D = \{b, c\}$	

განსაზღვრეთ, შემდეგი გამონათქვამები ჭეშმარიტია თუ მცდარი:

(ა) $c \in A$	(ზ) $D \subset A$	(ნ) $B \subseteq G$
(ბ) $c \in F$	(თ) $A \subseteq C$	(ო) $\{B\} \subseteq G$
(გ) $c \in E$	(ი) $D \subseteq E$	(პ) $D \subseteq G$
(დ) $\{c\} \in E$	(კ) $F \subseteq A$	(ჟ) $\{D\} \subseteq G$
(ე) $\{c\} \in C$	(ლ) $E \subseteq F$	(რ) $G \subseteq A$
(ვ) $B \subseteq A$	(მ) $B \in G$	(ს) $\{\{c\}\} \subseteq E$

2. ნებისმიერი S სიმრავლისათვის:

(ა) არის თუ არა S სიმრავლე {S} სიმრავლის წევრი?
(ბ) არის თუ არა {S} სიმრავლე {S} სიმრავლის წევრი?
(გ) არის თუ არა {S} სიმრავლე {S} სიმრავლის ქვესიმრავლე?
(დ) რომელია ის სიმრავლე, რომლის ერთადერთი წევრია {S}?

3. დაწერეთ შემდეგი სიმრავლეების რეკურსული და პრედიკატული განსაზღვრებები. გახსოვდეთ, რომ სიაში რიგს მნიშვნელობა არა აქვს. ამგვარად, არ შეიძლება ისეთი სიტყვების გამოყენება, როგორიცაა „პირველი“ ან „უკანასკნელი“. გახსოვდეთ, აგრეთვე, რომ რეკურსული წესი შეიძლება შეიცავდეს ერთზე მეტ „თუ-მაშინ“ ტიპის გამონათქვამს.

(ა) {5, 10, 15, 20, . . .}
(ბ) {7, 17, 27, 37, . . .}
(ც) {300, 301, 302, . . . , 399, 400}
(დ) {3, 4, 7, 8, 11, 12, 15, 16, 19, 20, . . .}
(ე) {0, 2, -2, 4, -4, 6, -6, . . .}
(ფ) {1, 1/2, 1/4, 1/8, 1/16, . . .}

4. განიხილეთ შემდეგი სიმრავლეები:

$S_1 = \{\{\varnothing\}, \{A\}, A\}$
$S_2 = A$
$S_3 = \{A\}$
$S_4 = \{\{A\}\}$
$S_5 = \{\{A\}, A\}$
$S_6 = \varnothing$
$S_7 = \{\varnothing\}$
$S_8 = \{\{\varnothing\}\}$
$S_9 = \{\varnothing, \{\varnothing\}\}$

უპასუხეთ ქვემოთ მოცემულ შეკითხვებს. - გახსოვდეთ, რომ, როცა სიმრავლეში ერთზე მეტი შემადგენელია, სიმრავლის წევრები ერთმანეთისაგან მძიმით გამოიყოფა და რომ მოცემული სიმრავლის ქვესიმრავლე იქმნება ამ სიმრავლის ნული, ან მეტი წევრის სიმრავლურ ფრჩხილებში მოთავსებით.

S_1 - S_9 სიმრავლეებიდან:
(ა) რომლებია S_1 სიმრავლის წევრები?
(ბ) რომლებია S_1 სიმრავლის ქვესიმრავლეები?
(გ) რომლებია S_9 სიმრავლის წევრები?
(დ) რომლებია S_9 სიმრავლის ქვესიმრავლეები?
(ე) რომლებია S_4 სიმრავლის წევრები?
(ვ) რომლებია S_4 სიმრავლის ქვესიმრავლეები?

5. განსაზღვრეთ თითოეული შემდეგი სიმრავლე წევრების სიის ჩამოწერით:

(ა) $\wp\{a, b, c\}$
(ბ) $\wp\{a\}$
(გ) $\wp\{\varnothing\}$
(დ) $\wp\{a, b\}$
(ე) $\wp\varnothing$

6. მოცემულია სიმრავლეები A, ... , G (იხ. სავარჯიშო 1). ჩამოწერეთ თითოეული შემდეგი სიმრავლის წევრების სია:

(ა) $B \cup C$
(ზ) $A \cap E$
(ჟ) $B - A$

(ბ) $A \cup B$ (კ) $C \cap D$ (რ) $C - D$
(გ) $D \cup E$ (ლ) $B \cap F$ (ს) $E - F$
(დ) $B \cup G$ (მ) $C \cap E$ (ტ) $F - A$
(ე) $D \cup F$ (ნ) $B \cap G$ (ფ) $G - B$
(ვ) $A \cap B$ (პ) $A - B$

7. განვიხილოთ პირველი სავარჯიშოთი მოცემული სიმრავლეები: დავუშვათ, რომ დისკურსის უნივერსუმი არის $U\{A, B, C, D, E, F, G\}$. ჩამოწერეთ შემდეგი სიმრავლეების წევრები:

(ა) $(A \cap B) \cup C$
(ბ) $A \cap (B \cup C)$
(გ) $(B \cup C) - (C \cup D)$
(დ) $A \cap (C - D)$
(ე) $(A \cap C) - (A \cap D)$
(ვ) G'
(ზ) $(D \cup E)'$
(თ) $D' \cap E'$
(კ) $F \cap (A - B)$
(ლ) $(A \cap B) \cup U$
(მ) $(C \cup D) \cap U$
(ნ) $C \cap D'$
(ჟ) $G \cup F'$
(რ) $(B \cap C)'$

8. ვთქვათ, მოცემულია $A = \{a, b, c\}$, $B = \{c, d\}$ და $C = \{d, e, f\}$ სიმრავლეები.

(ა) რა იქნება:

(i) $A \cup B$
(ii) $A \cap B$
(iii) $A \cup (B \cap C)$
(v) $B \cup \varnothing$
(vi) $A \cap (B \cap C)$
(vii) $A - B$

(ბ) a ელემენტი ეკუთვნის თუ არა $\{A, B\}$ სიმრავლეს?
(გ) a ელემენტი ეკუთვნის თუ არა $A \cup B$ სიმრავლეს?

9. სიმრავლური იგივეობების გამოყენებით აჩვენეთ, რომ ნებისმიერი A, B და C სიმრავლეებისათვის:

(a) $((A \cup C) \cap (B \cup C')) \subseteq (A \cup B)$
(b) $A \cap (B - A) = \varnothing$

10. აჩვენეთ დისტრიბუციულობის (ა) წესის სამართლიანობა $X \cup (Y \cap Z)$ და $(X \cup Y) \cap (X \cup Z)$ გამოსახულებებისათვის ვენის დიაგრამების აგების გზით.

11, ორი A და B სიმრავლის სიმეტრიული სხვაობა განისაზღვრება როგორც იმ, და მხოლოდ იმ შემადგენლების სიმრავლე, რომელთაგან ნებისმიერი ეკუთვნის ან A სიმრავლეს, ან B სიმრავლეს, მაგრამ არ ეკუთვნის ორივეს ერთდროულად.

$A+B =_{def} (A \cup B) - (A \cap B)$

(ა) დახაზეთ ორი სიმრავლის სიმეტრიული სხვაობის ვენის დიაგრამა.

(ბ) სიმრავლური იგივეობების გამოყენებით აჩვენეთ, რომ $A+B = (A - B) \cup (B - A)$. შეამოწმეთ, არის თუ არა $(A - B) \cup (B - A)$ სიმრავლის ვენის დიაგრამა ეკვივალენტური (ა) შეკითხვისას აგებული დიაგრამისა.

(გ) აჩვენეთ, რომ ნებისმიერი A და B სიმრავლისათვის, ადგილი აქვს: $A+B = B+A$.

(დ) გამოსახეთ ქვემოთ მოცემული სიმრავლეები გაერთიანების, თანაკვეთის და დამატების ოპერაციებით და გაამარტივეთ სიმრავლური იგივეობების გამოყენებით.

(i) $A + A$ (iv) $A + B$, სადაც $A \subseteq B$
(ii) $A + U$ (v) $A + B$, სადაც $A \cap B = \varnothing$
(iii) $A + \varnothing$

(ე) აჩვენეთ, რომ $((A-B)+(B-A)) = A+ B$

(ფ) აჩვენეთ, რომ $(A+B) \subseteq B$ მაშინ, და მხოლოდ მაშინ, როცა $A \subseteq B$

12. ზედსართავებს, რომლებიც გამომდინარე მათივე შინაარსიდან ლოგიკურად მიმართებადნი არიან თავიანთ თავზე ვუწოდოთ ავტოლოგიკური. იმ ზედსართავებს, რომელთა თავიანთ თავზე მიმართვა, გამომდინარე მათივე შინაარსიდან ლოგიკურად დაუშვებელია, ვუწოდოთ ჰეტეროლოგიკური. მაგალითად, 'English' და 'long' ავტოლოგიკური, ხოლო 'French' და 'short' ჰეტეროლოგიკურ ზედსართავებია.

    აჩვენეთ, რომ ზედსართავი 'ჰეტეროლოგიკური' ბადებს ისეთსავე წინააღმდეგობას, როგორიც რასელის პარადოქსშია. რასელის პარადოქსის ეს ვარიანტი ცნობილია გრელინგის პარადოქსის სახელწოდებით.

თავი 2
მიმართებები და ფუნქციები

2. 1 დალაგებული წყვილი და დეკარტული ნამრავლი

გავიხსენოთ, რომ სიმრავლის წევრებს შორის რიგითობა ანუ დალაგება არ ივარაუდება. მიუხედავად ამისა, **დალაგებული წყვილი,** რომელიც $\langle a, b\rangle$ სახით ჩაიწერება, ჩვეულებრივი ანუ დაულაგებელი სიმრავლეების მეშვეობით განისაზღვრება. ამ ჩანაწერში a განიხილება დალაგებული წყვილის **პირველ წევრად**, b კი **მეორე წევრად**. დალაგებული წყვილი შემდეგი სიმრავლური ჩანაწერით მოიცემა:

(2-1) $\langle a, b\rangle =_{def} \{\{a\},\{a,b\}\}$

$\langle a, b\rangle$ წყვილის პირველ წევრად მიიჩნევა ერთშემადგენლიანი $\{a\}$ სიმრავლის წევრი, ხოლო მეორე წევრი არის $\{a, b\}$ სიმრავლის ის წევრი, რომელიც არ მიეკუთვნება $\{a\}$ სიმრავლეს. ამგვარად, წყვილის დაულაგებელი სიმრავლური გაგების მიუხედავად, შესაძლებელი გახდა დალაგებული წყვილისთვის დამახასიათებელი რიგითობის პირობის დაკმაყოფილება. შეიძლება ითქვას, რომ დალაგებული წყვილებისათვის დამახასიათებელია შემდეგი: $\langle a, b\rangle \neq \langle b, a\rangle$. ეს იმიტომ, რომ, საზოგადოდ, $\{\{a\},\{a,b\}\} \neq \{\{b\},\{a,b\}\}$. მართლაც, $\langle a, b\rangle = \langle b, a\rangle$ მაშინ, და მხოლოდ მაშინ, როცა $a = b$. ეს განსაზღვრება შეიძლება განვავრცოთ დალაგებულ სამეულებზე და, აგრეთვე, ნებისმიერი n ნატურალური რიცხვისათვის, იგი შეიძლება განივრცოს დალაგებულ n-ეულებზეც. დალაგებული სამეული შემდეგნაირად განისაზღვრება:

(2-2) $\langle a, b, c\rangle =_{def} \langle\langle a,b\rangle, c\rangle$

ინტუიციური თვალსაზრისებით შეიძლება უფრო ბუნებრივიც ყოფილიყო დალაგებული წყვილის ერთ-ერთ ამოსავალ, ძირითად ცნებად განხილვა. მაგრამ, იმის გამო, რომ ზოგადი მათემატიკური პრინციპები ითხოვენ ძირითადი ცნებების მინიმუმამდე დაყვანას, იგი ამგვარად არ განიხილება.

ვთქვათ, უკვე მოცემული გვაქვს A და B სიმრავლეები. ასეთ შემთხვევაში ჩვენ შეგვიძლია ავაგოთ დალაგებული წყვილები მხოლოდ ამ A და B სიმრავლეების გამოყენებით. კერძოდ, ჩვენ შეგვიძლია ავაგოთ ისეთი წყვილები, რომელთა პირველი წევრი A სიმრავლის წევრია, მეორე კი B სიმრავლისა. განსაზღვრით, A და B სიმრავლეების დეკარტული ნამრავლი არის სიმრავლე, რომელიც შედგება ყველა ზემოაღწერილი სახის წყვილისაგან. A და B სიმრავლეების დეკარტული ნამრავლი ჩაიწერება როგორც - $A\times B$ და იგი პრედიკატული გზით შემდეგნაირად განისაზღვრება:

(2-3) $A\times B =_{def} \{\langle x, y\rangle \mid x\in A$ და $y\in B\}$

აქვე შევნიშნოთ, რომ განსაზღვრის თანახმად, თუ ან A, ან B უდრის $\varnothing$ სიმრავლეს, მაშინ $A\times B = \varnothing$. ქვემოთ წარმოდგენილია დეკარტული ნამრავლის რამდენიმე მაგალითი:

(2-4) ვთქვათ, $K = \{a, b, c\}$ და $L = \{1, 2\}$, მაშინ

$$K\times L = \{\langle a, 1\rangle, \langle a, 2\rangle, \langle b, 1\rangle, \langle b, 2\rangle, \langle c, 1\rangle, \langle c, 2\rangle\}$$
$$L\times K = \{\langle 1, a\rangle, \langle 2, a\rangle, \langle 1, b\rangle, \langle 2, b\rangle, \langle 1, c\rangle, \langle 2, c\rangle\}$$
$$L\times L = \{\langle 1, 1\rangle, \langle 1, 2\rangle, \langle 2, 1\rangle, \langle 2, 2\rangle\}$$

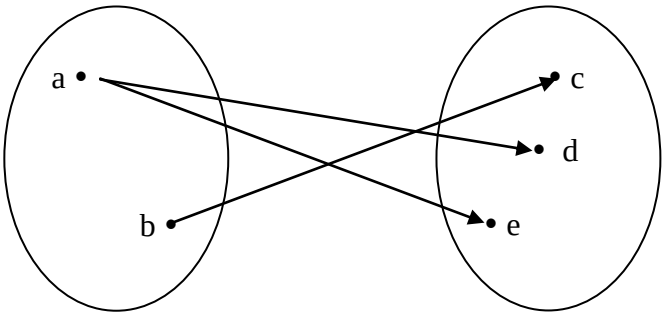
ყურადღება მიაქციეთ, რომ დეკარტული ნამრავლის წევრები **არ არიან დალაგებულნი** ერთმანეთის მიმართ. ამგვარად, მიუხედავად იმისა, რომ ნებისმიერი დეკარტული ნამრავლის თითოეული წევრი დალაგებული წყვილია, თავად დეკარტული ნამრავლი დალაგებული წყვილების ჩვეულებრივი ანუ დაულაგებელი სიმრავლეა.

ზოგჯერ, დალაგებული წყვილების M სიმრავლისათვის, მნიშვნელოვანი ხდება განსაზღვრა იმ უმცირესი დეკარტული ნამრავლისა, რომლის ერთ-ერთ ქვესიმრავლეს ეს M სიმრავლე წარმოადგენს. ის ორი უმცირესი A და B სიმრავლე, რომელთათვისაც $M\subseteq A\times B$, შემდეგნაირად განისაზღვრება - $A = \{a \mid \langle a,b\rangle\in M$, B სიმრავლის ერთი რომელიმე b ელემენტისათვის მაინც$\}$ და $B = \{b \mid \langle a, b\rangle\in M$, A სიმრავლის ერთი რომელიმე a ელემენტისათვის მაინც$\}$. ამ A, შესაბამისად, B სიმრავლეს უწოდებენ **M სიმრავლის გეგმილს პირველ,** შესაბამისად, **მეორე კოორდინატზე**. ასე მაგალითად, თუ $M = \{\langle 1, 1\rangle, \langle 1, 2\rangle, \langle 3, 2\rangle\}$ სიმრავლეს, მაშინ სიმრავლე $\{1, 3\}$ იქნება M სიმრავლის გეგმილი პირველ კოორდინატზე, სიმრავლე $\{1, 2\}$ კი იქნება M სიმრავლის გეგმილი მეორე კოორდინატზე. აქედან გამომდინარე, $\{1, 3\}\times\{1, 2\}$ არის ის უმცირესი დეკარტული ნამრავლი, რომლის ერთ-ერთი ქვესიმრავლე ზემოგანხილული M სიმრავლეა.

2. 2 მიმართება

საგნებს შორის ბუნებრივი მიმართება არის ამ საგნებს შორის არსებული გარკვეული ბუნებრივი კავშირი. ხოლო ის, რაც ჩვენ გააზრებული გვაქვს საგნებს შორის მათემატიკურ მიმართებად, არის ის, რაც ბუნებაში ამ საგნებს შორის ან არსებობს, ან არ არსებობს, მაგრამ რაც აზროვნებაში ამავე საგნებს შორის ჩვენს მიერ გააზრებულ ურთიერთდამოკიდებულებას ასახავს. მაგალითად, მიმართება 'დედაა' ანუ, რაც თითქმის იგივეა, 'არის დედა' არსებულად

გაიაზრება ‘დედებსა’ და მათ ‘შვილებს’ შორის. მაგრამ, იგივე მიმართება მხოლოდ ‘შვილებს’, ან მხოლოდ ‘დედებს’ შორის არსებულად ვერ აზრდება. გარდამავალი ზმნები როგორც წესი მიმართებებს აღნიშნავენ. ასე მაგალითად, ზმნა ‘კოცნა’ შეიძლება განვიხილოთ ობიექტთა ისეთ წყვილებზე განსაზღვრული აბსტრაქტული მიმართების აღნიშვნად, რომელთა პირველი წევრი კოცნის მეორე წევრს. ზემოთ ქვესიმრავლეობის მიმართება განსაზღვრული იყო როგორც მიმართება სიმრავლეებს შორის. ნებისმიერი სიმრავლის ნებისმიერი წევრი შეიძლება გარკვეულად დავაკავშიროთ ან სხვა, ან იმავე სიმრავლის წევრთან ან წევრებთან. შეთანხმებით, ჩანაწერი Rab ან, რაც იგივეა, aRb ნიშნავს იმას, რომ a ობიექტი b ობიექტთან R მიმართებით განსაზღვრულ კავშირშია. ჩანაწერი $R \subseteq A \times B$ გვეუბნება, რომ A და B სიმრავლეების ელემენტებს შორის აზრდება R მიმართებით განსაზღვრული კავშირი და რომ ამ სიმრავლეების ზოგიერთი წევრი ერთმანეთთან R მიმართებით განსაზღვრულ კავშირში ანუ R მიმართებაშია, ზოგიერთი კი არა. ასეთ შემთხვევაში ვამბობთ, რომ R არის მიმართება A სიმრავლიდან B სიმრავლეში. როდესაც მიმართება აკავშირებს ერთი და იგივე A სიმრავლის ელემენტებს, მაშინ ვამბობთ, რომ R მიმართება განსაზღვრულია A სიმრავლეში. R მიმართების გეგმილს მისი პირველი კოორდინატის გასწვრივ უწოდებენ R მიმართების **გამოსვლის არეს,** ხოლო R მიმართების გეგმილი მისი მეორე კოორდინატით იწოდება R მიმართების **ჩასვლის არედ**. ამგვარად, ნებისმიერი R მიმართება A სიმრავლიდან B სიმრავლეში შეიძლება განვიხილოთ როგორც ამ A და B სიმრავლეების $A \times B$ დეკარტული ნამრავლის რაღაც ქვესიმრავლე. სამწუხაროდ, ჯერ კიდევ არ არსებობს საყოველთაოდ მიღებული ტერმინები იმ A და B სიმრავლეებისათვის, რომელთა ქვესიმრავლეებიცაა R მიმართების გამოსვლის არე და ჩასვლის არე. კიდევ ერთხელ შევნიშნოთ, რომ ზემოთ შემოთავაზებულია ბუნებრივად არსებული მიმართებების სიმრავლურ-თეორიული მოდელირების, ანუ მათი დალაგებულ წყვილთა სიმრავლეზე განსაზღვრულ $\{\langle a, b\rangle \mid aRb\}$ სახის მათემატიკურ მიმართებებზე დაყვანის მცდელობა. ასე მაგალითად, მიმართება ‘დედაა’, რომელიც განისაზღვრება ყველა დღეს არსებულ ადამიანთა H სიმრავლეზე, არის $H \times H$ სიმრავლის ისეთი ქვესიმრავლე, ანუ დალაგებულ წყვილთა ისეთი სიმრავლე, რომ ამ სიმრავლეში შემავალი თითოეული წყვილის პირველი წევრი არის ამავე წყვილის მეორე წევრის დედა. მათემატიკაში ცნობილია A და B სიმრავლეებს შორის არსებული R მიმართებების სქემატურად წარმომდგენი მეთოდი ისეთი ისრების გამოყენებით, რომლებიც გამოდიან A სიმრავლის წევრებიდან და მიემართებიან B სიმრავლის წევრებისკენ.



ნახ. 2-1: მიმართება $R: A \to B$

2-1 ნახაზზე რგოლებით გამოხატულია $A = \{a, b\}$ და $B = \{a, d, e\}$ სიმრავლეები და ისრებით წარმოდგენილია სიმრავლური მიმართება $R = \{\langle a,d\rangle, \langle a, e\rangle, \langle b, c\rangle\}$. მიაქციეთ ყურადღება, რომ გამოსვლის არის ერთი წევრი მიმართებამ შეიძლება დააკავშიროს ჩასვლის არის ერთზე მეტ წევრთან. $R \subseteq A \times B$ მიმართების დამატება R', როგორც სიმრავლე, შემდეგნაირად განისაზღვრება:

(2–5) $R' =_{def} (A\times B)-R$

ამგვარად, R' შეიცავს $A\times B$ დეკარტული ნამრავლის ყველა იმ წყვილს, რომლებიც არ მიეკუთვნებიან R მიმართებას. აქვე შევნიშნოთ, რომ $(R')' = R$. $R \subseteq A\times B$ მიმართების ინვერსირებული ანუ შებრუნებული მიმართება ჩაიწერება როგორც R^{-1} და იგი შეიცავს R მიმართების ყველა წყვილის პირველი და მეორე წევრების შებრუნებით მიღებულ ყველა წყვილს. ანუ, R მიმართების შებრუნებული R^{-1} მიმართება R მიმართების წევრების შებრუნებით მიღებული წყვილებისაგან შედგება. მაგალითად, ვთქვათ, $A = \{1, 2, 3\}$ და ვთქვათ, $R\subseteq A\times A$ არის $\{\langle 3, 2\rangle, \langle 3, 1\rangle, \langle 2, 1\rangle\}$ სიმრავლე, რომელიც A სიმრავლეში 'მეტია' მიმართებას განსაზღვრავს. ამ შემთხვევაში R მიმართების დამატებითი R' მიმართება არის $\{\langle 1, 1\rangle, \langle 1, 2\rangle, \langle 1, 3\rangle, \langle 2, 2\rangle, \langle 2, 3\rangle, \langle 3, 3\rangle\}$ სიმრავლე, რომელიც თავის მხრივ არის A სიმრავლეში განსაზღვრული 'ან ნაკლებია ან ტოლი' მიმართება. ამ R მიმართების შებრუნებული ანუ ინვერსირებული R^{-1} მიმართება იქნება $\{\langle 2, 3\rangle, \langle 1, 3\rangle, \langle 1, 2\rangle\}$ სიმრავლე. იგი A სიმრავლეში განსაზღვრულ 'ნაკლებია' მიმართებას წარმოადგენს. შევნიშნოთ, რომ $(R^{-1})^{-1} = R$ და თუ $R\subseteq A\times B$, მაშინ $R^{-1}\subseteq B\times A$, მაგრამ $R'\subseteq A\times B$.

ამჯერად ჩვენი მსჯელობა ეხებოდა **ორადგილიან** მიმართებებს, ე.ი. დალაგებულ წყვილთა სიმრავლეებს. ანალოგიურადვე განიხილება მიმართებები, რომლებიც შედგება დალაგებული **სამეულებისაგან, ოთხეულებისაგან** და ა.შ.. საზოგადოდ, მათემატიკაში ნებისმიერი ნატურალური n რიცხვისათვის დაიშვება და განიხილება n-ადგილიანი მიმართებები.

2. 3 ფუნქცია

სიმრავლურ-თეორიული მიდგომებით ფუნქცია განისაზღვრება როგორც გარკვეული სახის მიმართება. R მიმართება A სიმრავლიდან B სიმრავლეში იწოდება ფუნქციონალურ მიმართებად ანუ ფუნქციად მაშინ, და მხოლოდ მაშინ, როცა დაკმაყოფილებულია შემდეგი პირობები:

1. გამოსვლის არის არცერთი წევრი არ წყვილდება ჩასვლის არის განსხვავებულ წევრებთან.
2. R მიმართების გამოსვლის არე ემთხვევა თავად A სიმრავლეს.

ზემოთ ნათქვამი ნიშნავს, რომ $A\times B$ დეკარტული ნამრავლის რაიმე ქვესიმრავლე მაშინ, და მხოლოდ მაშინ შეიძლება ჩაითვალოს ფუნქციად, როცა A სიმრავლის თითოეული a წევრისათვის ამ მიმართების ისეთი დალაგებული წყვილების ოდენობა, რომელთა პირველი კოორდინატი A სიმრავლის ეს a წევრია, ტოლია ერთის.

მაგალითისათვის განვიხილოთ $A = \{a, b, c\}$ და $B = \{1, 2, 3, 4\}$ სიმრავლეები. A სიმრავლიდან B სიმრავლეში განსაზღვრული შემდეგი მიმართებები წარმოადგენენ ფუნქციებს:

(2–6) $P = \{\langle a, 1\rangle, \langle b, 2\rangle, \langle c, 3\rangle\}$
$Q = \{\langle a, 3\rangle, \langle b, 4\rangle, \langle c,1\rangle\}$
$R = \{\langle a, 3\rangle, \langle b, 2\rangle, \langle c, 2\rangle\}$

შემდეგი მიმართებები კი არ წარმოადგენენ ფუნქციებს A სიმრავლიდან B სიმრავლეში.

(2–7) $S = \{\langle a, 1\rangle, \langle b, 2\rangle\}$
$T = \{\langle a, 2\rangle, \langle b, 3\rangle, \langle a, 3\rangle, \langle c,1\rangle\}$

$V = \{\langle a, 2\rangle, \langle a, 3\rangle, \langle b, 4\rangle\}$

აქ S მიმართება არ აკმაყოფილებს ფუნქციის განსაზღვრით მოთხოვნილ მეორე პირობას გამომდინარე იქიდან, რომ მიმართებითი წყვილების პირველი წევრების სიმრავლე {a, b} არ ემთხვევა A სიმრავლეს. T მიმართება არ აკმაყოფილებს ფუნქციის განსაზღვრით მოთხოვნილ პირველ პირობას გამომდინარე იქიდან, რომ a ელემენტი დაწყვილებულია B სიმრავლის ორ განსხვავებულ ელემენტთან. V მიმართების შემთხვევაში დარღვეულია მიმართების ფუნქციონალურობის ორივე პირობა.

ფუნქციებზე მსჯელობისას ჩვენ ძირითადად იგივე ტერმინოლოგიას გამოვიყენებთ, რასაც ვიყენებდით მიმართებებთან დაკავშირებით. ამგვარად, ფუნქცია, რომელიც წარმოადგენს A×B სიმრავლის ქვესიმრავლეს, იწოდება ფუნქციად A სიმრავლიდან B სიმრავლეში, ხოლო ფუნქციას, რომელიც A×A სიმრავლის ქვესიმრავლეა, უწოდებენ ფუნქციას A სიმრავლეში. ის, რომ 'F არის ფუნქცია A სიმრავლიდან B სიმრავლეში'. მოკლედ შემდეგნაირად ჩაიწერება - $F:A\rightarrow B$. ზოგჯერ ფუნქციის განსაზღვრის არის შემადგენელს ფუნქციის არგუმენტს, ხოლო მნიშვნელობათა არის მასთან დაწყვილებულ შემადგენელს ფუნქციის მნიშვნელობას უწოდებენ. ამგვარად, (2-6) მაგალითით განხილულ P ფუნქციასთან დაკავშირებით შეიძლება ითქვას, რომ c არგუმენტზე ფუნქციის მნიშვნელობა არის 3. ჩვეულებრივ, ეს ფაქტი შემდეგნაირად ჩაიწერება $P(c)=3$, სადაც ფუნქციის დასახელება წინ უსწრებს არგუმენტს, რომელიც ჩაწერილია ფრჩხილებში, ხოლო ფუნქციის მნიშვნელობა იწერება ტოლობის ნიშნის მარჯვენა მხარეს.

'გარდაქმნა', 'ასახვა', 'გადასახვა', 'შესაბამისობა' არიან 'ფუნქციის' ფართოდ გავრცელებული სინონიმები და ხშირად ჩანაწერს '$F(a)=2$' კითხულობენ შემდეგნაირად: 'F ფუნქცია a-ს გარდაქმნის 2-ად'. ამგვარი მიდგომით ფუნქცია წარმოგვიდგება როგორც აქტიური პროცესი, რომელიც არგუმენტებს გარდაქმნის მათ მნიშვნელობებად. ფუნქციათა ამგვარი გაგება ერთგვარად მყარდება ამგვარ მიდგომათა ბუნებრიობით მათემატიკაში, სადაც ფუნქციათა უმეტესობა არგუმენტებს აწყვილებს მნიშვნელობებთან ფორმულებით, რომლებიც აიგება ისეთი ოპერაციებით, როგორებიცაა შეკრება, გამრავლება, გაყოფა და ა.შ.. მაგალითად, $(x) = 2x+1$ არის ფუნქცია და იმ შემთხვევაში, თუ იგი განსაზღვრულია მთელ რიცხვთა სიმრავლეზე, იგი აწყვილებს 1-ს 3-თან, 2-ს 5-თან, 3-ს 7-თან და ა.შ.. მეორე მხრივ, აღნიშნული ფუნქცია შეგვიძლია გავიაზროთ როგორც პროცესი, რომელიც მოიცემა და განისაზღვრება შემდეგი წესით - „იმისათვის, რომ ვიპოვოთ F ფუნქციის მნიშვნელობა ნებისმიერად აღებულ x-ზე, საჭიროა x ჯერ გავამრავლოთ 2-ზე და შემდეგ მიღებულ შედეგს დავუმატოთ ერთი". მოგვიანებით ვნახავთ, რომ რიგ შემთხვევებში მომგებიანია ფუნქციები განხილულ იქნან როგორც გარკვეული სახის გარდამქმნელები, რომლებიც ამ გარდამქნელის შესასვლელში შემოსულ ობიექტებს გარდაქმნიან ახალ ობიექტებად, რომლებსაც უკვე ამ გარდამქმნელის გამოსავალში იძლევიან, როგორც გარდაქმნის საბოლოო შედეგებს. ჯერჯერობით კი, ჩვენ შევჩერდებით მხოლოდ ფუქციათა არაპროცესუალურ, სიმრავლურ-თეორიულ გააზრებებზე. ამგვარად, ფუნქცია $(x) = 2x+1$ განიხილება როგორც დალაგებულ წყვილთა გარკვეული სიმრავლე, რომელიც შემდეგი პრედიკატული ჩანაწერით განისაზღვრება:

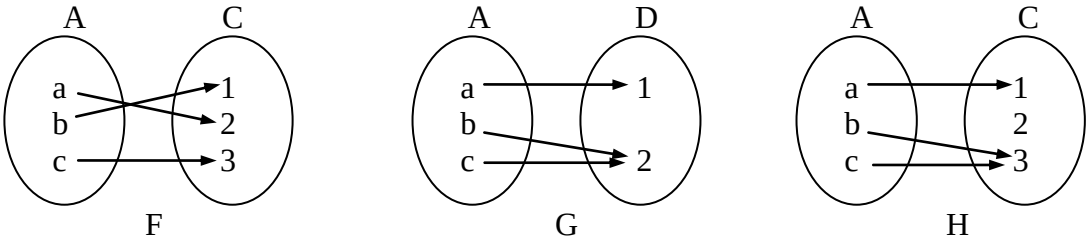
(2-8) $F = \{\langle x, y\rangle \mid y = 2x+1\}$ (აქ x და y ნებისმიერი მთელი რიცხვებია).

ავტორები, რომლებიც ფუნქციას განიხილავენ როგორც გარდამქმნელს, ზოგჯერ დალაგებულ წყვილთა სიმრავლეს, რომელიც მიიღება ფუნქციის განსაზღვრის არის თითოეულ ელემენტზე ამ გარდამქმნელის ზემოქმედების შედეგად, გარდამქმნელის **გრაფს** უწოდებენ. შევნიშნოთ, რომ ღერძთა საკოორდინატო სისტემაში ფუნქციის გრაფიკად წოდებულ ობიექტსა და აქ გრაფად წოდებულ ცნებებს შორის მსგავსება არ არის შემთხვევითი.

შევნიშნოთ ისიც, რომ მიმართება, რომელიც ფუნქციის განსაზღვრებაში მოცემული პირობებიდან აკმაყოფილებს პირველს, მაგრამ არ აკმაყოფილებს მეორეს, ზოგჯერ, მაინც

განიხილება როგორც ფუნქცია. თუმცა ასეთ ფუნქციებს, დანარჩენებისაგან გამოსარჩევად, შეთანხმებით, 'ნაწილობრივ ფუნქციებს' უწოდებენ. მაგალითად, მიმართება, რომელიც ნამდვილ რიცხვთა დალაგებულ ⟨a, b⟩ წყვილს გადასახავს a:b განაყოფში ანუ მიმართება, რომელიც მაგალითად ⟨6, 2⟩ წყვილს უთანადებს 3-ს, ხოლო ⟨5, 2⟩ წყვილს კი - 2,5-ს, არ არის განსაზღვრული იმ შემთხვევაში, როცა b=0. თუმცა, ეს მიმართება ყველა იმ წევრზე, რომელზედაც განსაზღვრულია, ცალსახაა ანუ ერთმნიშვნელობიანია, რაც იმას ნიშნავს, რომ იგი გამოსვლის არიდან აღებულ ნებისმიერ შემადგენელს მნიშვნელობად უთანადებს მნიშვნელობათა არის ერთადერთ შემადგენელს და, ამდენად, იგი მხოლოდ გამოსვლის არეში აკმაყოფილებს ფუნქციის განსაზღვრის მეორე პირობას. ამგვარად, მკაცრად თუ ვიმსჯელებთ, ჩვენი განსაზღვრის თანახმად იგი არ წარმოადგენს ფუნქციას, მაგრამ, მიუხედავად ამისა, ასეთი მიმართებები იწოდებიან ნაწილობრივ ფუნქციებად და მათ ფუნქციის განზოგადებულ სახეებად განიხილავენ. რაც ბუნებრივია, რადგან A სიმრავლიდან B სიმრავლეში განსაზღვრული ნებისმიერი ნაწილობრივი ანუ ნაწილობრივ განსაზღვრული ფუნქცია A სიმრავლის რაღაც ქვესიმრავლეზე წარმოადგენს სრულ ანუ სრულად განსაზღვრულ ფუნქციას. შემდგომში, საჭიროების შემთხვევაში, ტერმინს 'ფუნქცია' გამოვიყენებთ ისეთი ცალსახა, ანუ ერთმნიშვნელობიანი, ანუ ერთი-ერთზე მიმართებებისათვის, რომელთა გამოსვლის ანუ განსაზღვრის არე შეიძლება არც ემთხვეოდეს A სიმრავლეს და მხოლოდ მის ნაწილს წარმოადგენდეს.

ზოგჯერ საჭიროა სპეციალურად აღინიშნოს ემთხვევა თუ არა A სიმრავლიდან B სიმრავლეში განსაზღვრული ფუნქციის მნიშვნელობათა არე B სიმრავლეს. საზოგადოდ, ფუნქციას განსაზღვრულს A სიმრავლიდან B სიმრავლეში, ში-ასახვას ანუ ში-ფუნქციას უწოდებენ. მაგრამ, თუ ფუნქციის ჩასვლის ანუ მნიშვნელობების არე ემთხვევა B სიმრავლეს, მაშინ ფუნქცია ზე-ასახვად ანუ ზე-ფუნქციად იწოდება. ამგვარად, ნებისმიერი ზე-ფუნქცია ამავე დროს არის ში-ფუნქციაც, მაგრამ არა პირიქით. 2-2 ნახაზზე იგივე სახის დიაგრამების მეშვეობით, რაც საზოგადოდ მიმართებებისათვის გამოიყენება, გამოსახულია სამი ფუნქცია. მკითხველისთვის გასაგები უნდა იყოს, რომ ნახაზზე განხილული F და G ფუნქციები არიან ზე-ფუნქციები, ხოლო H კი - არა. - რა თქმა უნდა, სამივე ეს ფუნქცია წარმოადგენს ში-ფუნქციას.



ნახ. 2-2: ში და ზე ფუნქციების მაგალითები

განსაზღვრით, F : A→B ფუნქციას უწოდებენ ერთზე-ერთი ფუნქციას იმ, და მხოლოდ იმ შემთხვევაში, თუ B სიმრავლის არც ერთ წევრზე არ აისახება A სიმრავლის ერთზე მეტი შემადგენელი. 2-2 ნახაზზე F ფუნქცია არის ერთზე-ერთი ფუნქცია, ხოლო G – არა, რადგან G ფუნქციის შემთხვევაში 2-ზე აისახება A სიმრავლის არა ერთი, არამედ ორი - b და c შემადგენლები. არც H ფუნქციაა ერთზე-ერთი, რადგან H(b)=H(c)=3. (2-8) პრედიკატული ჩანაწერით მოცემული F ფუნქცია არის ერთზე-ერთი, რადგანაც ყოველი მთელი კენტი y რიცხვისათვის არსებობს ერთადერთი მთელი x რიცხვი, ისეთი რომ y = 2x+1. აქვე შევნიშნოთ ის, რომ F არ არის მთელ რიცხვთა სიმრავლეში განსაზღვრული ზე-ფუნქცია. მართლაც, ცხადია, რომ x ცვლადის არცერთი მნიშვნელობისათვის F ფუნქციის მნიშვნელობა არ ხდება ლუწი რიცხვი. საზოგადოდ, ნებისმიერი ფუნქცია, რომელთაგან ზოგიერთი შეიძლება ერთზე-ერთიც იყოს, გაიგება როგორც ერთზე-ბევრი, რაც იმას ნიშნავს, რომ ფუნქციონალური

მიმართებებისათვის დაშვებულია ის, რომ ჩასვლის არის ერთ წევრთან ერთდროულად წყვილდებოდეს გამოსვლის არის ერთზე მეტი ანუ ბევრი წევრი. - ამგვარად, ამ მიდგომებით, ნებისმიერი ფუნქცია შეიძლება დახასიათდეს როგორც ერთზე-ბევრი და მხოლოდ ზოგიერთი, და არა ყველა, ამავდროულად შეიძლება დახასიათდეს როგორც ერთზე-ერთი. თუმცა, ჩვეულებრივ, ტერმინი „ერთზე-ბევრი“ გამოიყენება იმ ფუნქციათა მიმართ, რომლებიც ფაქტობრივად არ წარმოადგენენ ერთზე-ერთი ფუნქციებს.

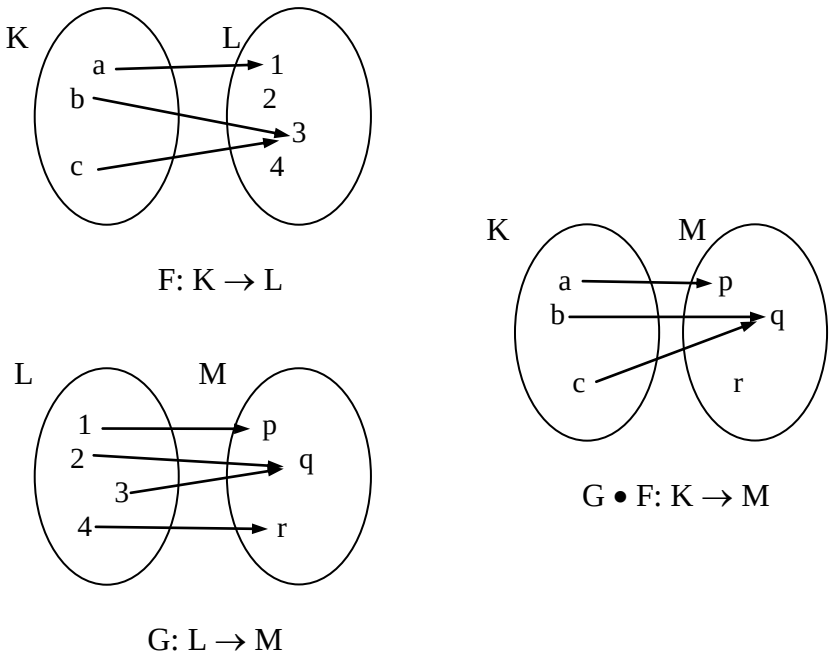
ერთზე-ერთი ფუნქცია, რომელიც ამავე დროს ზე-ფუნქცია (მაგალითად F ფუნქცია 2-2 ნახაზზე), **ურთიერთცალსახა ანუ ერთი-ერთი შესაბამისობად** იწოდება. ასეთი ფუნქციები განსაკუთრებით საინტერესოა, რადგანაც ნებისმიერი მათგანის ინვერსირება ანუ შებრუნება ასევე ფუნქციას იძლევა. აქვე შევნიშნოთ, რომ მიმართებებისათვის განსაზღვრული ინვერსიისა და დამატების ოპერაციები ფუნქციებისთვისაც იგივენაირად განისაზღვრება. 2-2 ნახაზზე G ფუნქციის ინვერსია ანუ შებრუნება არ იძლევა ფუნქციას, რადგანაც შებრუნებისას 2 ერთდროულად აისახება b და c ელემენტებზე. ასევე, H^{-1} არ არის ფუნქცია, რადგან აქ 2-ს საერთოდ არ მოეპოვება სახე.

ამოცანა: არის თუ არა (2-8) პრედიკატული ჩანაწერით განსაზღვრული F ფუქციის ინვერსია ფუნქცია? არის თუ არა F ფუნქცია ურთიერთცალსახა შესაბამისობა?

2. 4 კომპოზიცია

ერთი და იგივე მნიშვნელობათა არისა და განსაზღვრის არის მქონე ორი $F:A \to B$ და $G:B \to C$ ფუნქციით იგება ახალი $G \bullet F$ გამოსახულებით აღნიშნული ფუნქცია, რომელიც A სიმრავლეს გადასახავს C სიმრავლეში და რომელსაც F და G ფუნქციათა **კომპოზიციას** უწოდებენ. F და G ფუნქციათა $G \bullet F$ კომპოზიცია პრედიკატული ჩანაწერებით შემდეგნაირად განისაზღვრება:

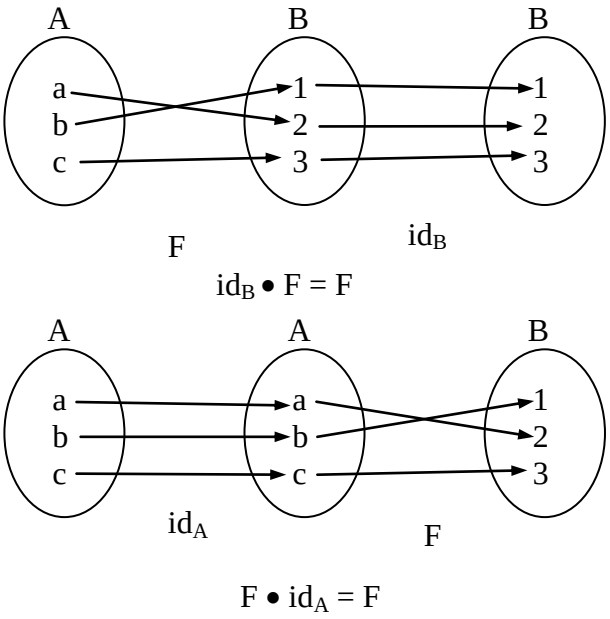
(2-9) $G \bullet F =_{def} \{\langle x, z\rangle \mid$ არსებობს ერთი მაინც ისეთი y, რომ $\langle x, y\rangle \in F$ და $\langle y, z\rangle \in G\}$



ნახ. 2-3: F და G ფუნქციების კომპოზიცია

2-3 ნახაზზე განიხილება F და G ფუნქციები და მათი კომპოზიცია. შევნიშნოთ, რომ აღნიშნულ მაგალითში F არის ში-ფუნქცია, მაშინ როდესაც G ზე-ფუნქციაა და არცერთი მათგანი არ არის ერთზე-ერთი. მაგალითი გვიჩვენებს, რომ კომპოზიციების მიღება შესაძლებელია იმ ფუნქციებისგანაც, რომლებსაც ზემოთ აღნიშნული განსაკუთრებული თვისებები არ ახასიათებთ. შესაძლებელია გვქონდეს ისეთი შემთხვევაც, როცა პირველი ფუნქციის ჩასვლის არეს არაფერი აქვს საერთო მეორე ფუნქციის გამოსვლის არესთან. ამ შემთხვევაში, ცხადია, არ არსებობს ისეთი y, რომ $\langle x, y\rangle \in F$ და $\langle y, z\rangle \in G$. ასეთ შემთხვევაში გამოდის რომ დალაგებულ წყვილთა სიმრავლე, რომლითაც $G \bullet F$ კომპოზიცია ისაზღვრება, ცარიელია. 2-3 ნახაზზე F წარმოადგენს პირველ საკომპოზიციო ფუნქციას, ხოლო G მეორეს. ფუნქციათა რიგს მათი კომპოზიციური შეერთებისას დიდი მნიშვნელობა აქვს, რამდენადაც $G \bullet F$ ფუნქცია, საზოგადოდ, არ არის $F \bullet G$ ფუნქციის ტოლი. აქედან გამომდინარე, თითქოსდა ბუნებრივია $G \bullet F$ ჩანაწერი კეთდებოდეს და იკითხებოდეს პირიქითი რიგით. თუმცა, თუ გამოვალთ იქიდან, რომ F ფუნქციის მნიშვნელობა a არგუმენტის ნებისმიერი მნიშვნელობისათვის არის F(a), ხოლო G ფუნქციის მნიშვნელობა F(a) არგუმენტისათვის არის G(F(a)) და რომ კომპოზიციის განსაზღვრის თანახმად, $(G \bullet F)(a)$ და G(F(a)) ერთი და იგივე მნიშვნელობის მქონე გამოსახულებებია, შემოთავაზებული აღნიშვნის ბუნებრიობა გასაგები გახდება.

$F: A \to A$ ფუნქცია, რომელიც $F=\{\langle x, x\rangle \mid x \in A\}$ პრედიკატული ჩანაწერით განისაზღვრება, იდენტურ ანუ იგივურ ფუნქციად იწოდება და აღნიშნება id_A გამოსახულებით. id_A ფუნქციით A სიმრავლის თითოეული ელემენტი თავის თავში აისახება. ნებისმიერი F ფუნქციის რიგით ნებისმიერი კომპოზიცია ამ F ფუნქციის შესაბამის იგივურ ფუნქციასთან იძლევა ფუნქციას, რომელიც ამავე F ფუნქციის ტოლია. აღნიშნულთან დაკავშირებით იხილეთ ნახაზი 2-4.



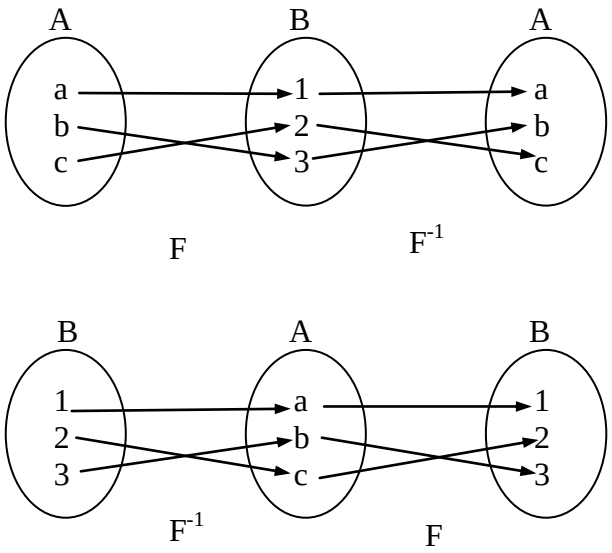
ნახ.2-4: კომპოზიცია იდენტურ ფუნქციასთან

ვთქვათ $F: A \to B$ ნებისმიერი ერთზე-ერთი ზე-ფუნქცია. ასეთ შემთხვევაში, ცხადია, რომ ასეთივეა F^{-1} მიმართებაც და რომ ადგილი აქვს შემდეგ ტოლობებს:

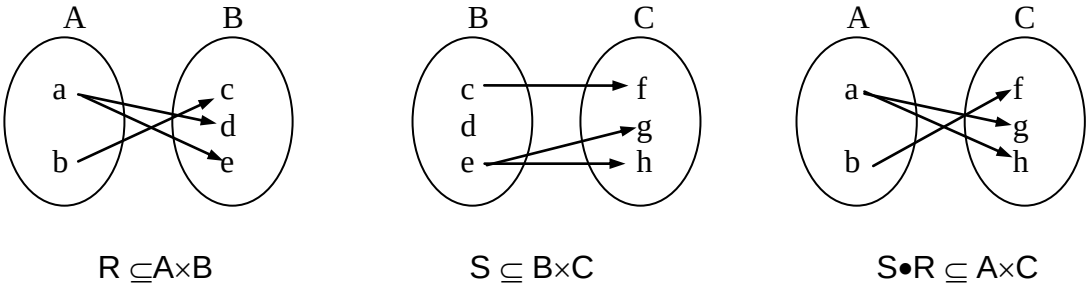
(2-10) $F^{-1} \bullet F = id_A$
$F \bullet F^{-1} = id_B$

(2-10) ტოლობები გრაფიკულად ილუსტრირებულია 2-5 ნახაზზე.

ზემოთ განსაზღვრული ფუნქციათა კომპოზიციის ცნება თავისუფლად შეიძლება განზოგადდეს მიმართებებზეც. დავუშვათ, მოცემული გვაქვს $R \subseteq A \times B$ და $S \subseteq B \times C$ მიმართებები. R და S მიმართებების კომპოზიცია აღინიშნება $S \bullet R$ გამოსახულებით და იგი შემდეგი პრედიკატული ჩანაწერით განისაზღვრება - $S \bullet R = \{\langle x,z \rangle \mid$ არსებობს ერთი მაინც ისეთი y, რომ $\langle x,y \rangle \in R$ და $\langle y,z \rangle \in S\}$.



ნახ. 2-5: ურთიერთცალსახა ფუნქციის კომპოზიცია მისსავე ინვერსიასთან



ნახ. 2-6: R და S მიმართებათა კომპოზიცია

ნებისმიერი $R \subseteq A \times B$ მიმართებისათვის ადგილი აქვს შემდეგ ტოლობებს:

(2-11) $id_B \bullet R = R$
$R \bullet id_A = R$

შევნიშნოთ, რომ A სიმრავლეში განსაზღვრული id_A იგივური ფუნქცია, ცხადია, ამავდროულად წარმოადგენს მიმართებას და მას A სიმრავლეში განსაზღვრულ იგივურ მიმართებასაც უწოდებენ.

(2.10) ტოლობები არაა მართებული იმ მიმართებებისათვის და, შესაბამისად, არც იმ ფუნქციებისათვის, რომლებიც არ წარმოადგენენ ურთიერთცალსახა შესაბამისობებს. თუმცა ნებისმიერი ცალსახა $R: A \to B$ მიმართებისათვის ადგილი აქვს შემდეგს:

(2–12) $$R^{-1} \bullet R \subseteq id_A$$
$$R \bullet R^{-1} \subseteq id_B$$

აქვე უნდა ითქვას, რომ ჩვენი ზოგადი შენიშვნები სამადგილიანი, ოთხადგილიანი და ა.შ. მიმართებებთან დაკავშირებით, ბუნებრივია, ვრცელდება ფუნქციებზეც. ამასთან, ცხადია, რომ ფუნქციის განსაზღვრის არედ შეიძლება განვიხილოთ დალაგებულ n-ეულთა ნებისმიერი სიმრავლე, თუმცა ფუნქციონალური ასახვისას თითოეულ ასეთ n-ეულს მნიშვნელობად უნდა შეესაბამებოდეს მნიშვნელობათა არის ერთი, და მხოლოდ ერთი შემადგენელი. მაგალითად, ასეთია ფუნქცია, რომელიც გადასახავს ნატურალურ რიცხვთა ნებისმიერ წყვილს მათ ჯამში.

სავარჯიშოები

1. მოცემულია $A = \{b, c\}$ და $B = \{2, 3\}$.

   (ა) განსაზღვრეთ შემდეგი სიმრავლეები წევრთა სიის ჩამოწერით:

   (i) $A \times B$ (iv) $(A \cup B) \times B$
   (ii) $B \times A$ (v) $(A \cap B) \times B$
   (iii) $A \times A$ (vi) $(A - B) \times (B - A)$

   (ბ) თითოეულისათვის მიუთითეთ, ჭეშმარიტია იგი თუ მცდარი:

   (i) $(A \times B) \cup (B \times A) = \varnothing$
   (ii) $(A \times A) \subseteq (A \times B)$
   (iii) $(c, c) \subseteq (A \times A)$
   (iv) $\{\langle b, 3\rangle, \langle 3, b\rangle\} \subseteq (A \times B) \cup (B \times A)$
   (v) $\varnothing \subseteq A \times A$
   (vi) $\{\langle b, 2\rangle, \langle c, 3\rangle\}$ წარმოადგენს მიმართებას A-დან B-ში.
   (vii) $\{\langle b, b\rangle\}$ წარმოადგენს მიმართებას A-ში.

   (გ) განვიხილოთ შემდეგი მიმართება A-დან $(A \cup B)$-ში:
   $R = \{\langle b, b\rangle, \langle b, 2\rangle, \langle c, 2\rangle, \langle c, 3\rangle\}$

   (i) განსაზღვრეთ R-ის გამოსვლისა და ჩასვლის არეები
   (ii) განსაზღვრეთ R მიმართების დამატებითი მიმართება R' და შებრუნებული მიმართება R^{-1}.
   (iii) უდრის თუ არა $(R')^{-1}$ მიმართება (დამატების შებრუნებული მიმართება) $(R^{-1})'$ მიმართებას (შებრუნებული მიმართების დამატებას)?

2. მოცემულია $A = \{a, b, c\}$ და $B = \{1, 2\}$. რამდენი განსხვავებული მიმართება შეიძლება განისაზღვროს A-დან B-ში? რამდენი მათგანია ფუნქცია? ფუნქციათაგან რამდენია ზე-ფუნქცია? რამდენია ერთზე-ერთი? არსებობს თუ არა ფუნქცია, რომლის შებრუნებული მიმართება, კვლავ ფუნქციაა? – ჩამოაყალიბეთ იგივე სახის შეკითხვები მიმართებებზე და უპასუხეთ.

3. მოცემულია $A = \{1, 2, 3, 4\}$ სიმრავლეში განსაზღვრული მიმართებები:

$R_1 = \{\langle 1, 1\rangle, \langle 2, 1\rangle, \langle 3, 4\rangle, \langle 2, 2\rangle, \langle 3, 3\rangle, \langle 4, 4\rangle, \langle 4, 1\rangle\}$
$R_2 = \{\langle 3, 4\rangle, \langle 1, 2\rangle, \langle 1, 4\rangle, \langle 2, 3\rangle, \langle 2, 4\rangle, \langle 1, 3\rangle\}$

(ა) განსაზღვრეთ კომპოზიციები $R_2 \bullet R_1$ და $R_1 \bullet R_2$. არის თუ არა მათ შორის ტოლობა?
(ბ) აჩვენეთ, რომ $R_1^{-1} \bullet R_1 \neq id_A$ და რომ $R_2^{-1} \bullet R_2 \not\subset id_A$.

4. 2-3 ნახაზზე განხილული F და G ფუნქციებისათვის აჩვენეთ, რომ:

(ა) $(G \bullet F)^{-1} = F^{-1} \bullet G^{-1}$
(ბ) (ა) ტოლობის მსგავს ტოლობებს ადგილი აქვს 2-6 ნახაზზე განხილული R და S მიმართებებისათვისაც.

თავი 3
მიმართებების თვისებები

3.1. რეფლექსურობა, სიმეტრიულობა, ტრანზიტულობა, ბმულობა

ორადგილიან მიმართებათა ზოგიერთ ხშირად გამოყენებად თვისებასთან იმდენჯერ გვიწევს ურთიერთობა, რომ ხელსაყრელი ხდება მათი სახელდება, რაც მათთვის სპეციალური სახელების შერჩევას გულისხმობს. ასეთებიდან ჩვენ განვიხილავთ **რეფლექსურობის**, **სიმეტრიულობის**, **ტრანზიტულობის** და **ბმულობის** თვისებებს. შევნიშნოთ, რომ ეს თვისებები განიხილება მხოლოდ ერთ რაიმე A სიმრავლეში განსაზღვრული $A \times A$ ტიპის მიმართებებისათვის და რომ ისინი განსხვავებულ A და B სიმრავლეებს შორის არსებული $A \times B$ ტიპის ორადგილიანი მიმართებებისათვის არ განისაზღვრება.

რეფლექსურობა:

განვიხილოთ ნებისმიერი A სიმრავლე და ამ A სიმრავლეში განსაზღვრული ნებისმიერი R მიმართება. განსაზღვრით, R არის **რეფლექსური** მაშინ, და მხოლოდ მაშინ, როცა A

სიმრავლის ნებისმიერი x ელემენტისათვის დალაგებული წყვილი (x, x) არის R მიმართების წევრი.

განვიხილოთ სიმრავლე A={1,2,3} და ამ სიმრავლეზე განსაზღვრული R_1={(1,1), (2,2), (3,3), (3,1)} და R_2={(1,1), (2,2)} მიმართებები. R_1 არის რეფლექსური, რადგან ის შეიცავს დალაგებულ წყვილებს (1,1), (2,2), (3,3). R_2={(1,1), (2,2)} მიმართება არ არის რეფლექსური, რადგან დალაგებული წყვილი (3,3) არ არის მისი წევრი. ამგვარად, R_2 მიმართება არ აკმაყოფილებს რეფლექსურობის განსაზღვრის იმ მოთხოვნას, რომლის მიხედვითაც A სიმრავლეში განსაზღვრული რეფლექსური მიმართება A სიმრავლის ნებისმიერი x წევრისათვის უნდა შეიცავდეს (x, x) სახის ყველა დალაგებულ წყვილს. რეფლექსურობის განსაზღვრის კიდევ ერთი გზა შემდეგია: A სიმრავლეში განსაზღვრული R მიმართება არის რეფლექსური მაშინ, და მხოლოდ მაშინ, როცა იგივე A სიმრავლეში განსაზღვრული id_A იგივურობის მიმართება R მიმართების ქვესიმრავლეა. ასე მაგალითად, მიმართება 'Xი არის დაბადებული იმავე დღეს, რა დღესაც Yი' ადამიანთა სიმრავლეში განსაზღვრული რეფლექსური მიმართებაა, რადგან ნებისმიერი ვინმე დაბადებულია იმავე დღეს, რა დღესაც თავად იგია დაბადებული.

მიმართებას, რომელიც არ არის რეფლექსური, ეწოდება **არარეფლექსური**. მაგრამ, თუ ამავდროულად, ის არ შეიცავს (x, x) სახის არცერთ დალაგებულ წყვილს ანუ არცერთ წყვილს ერთი და იგივე პირველი და მეორე წევრებით, მაშინ მიმართებას **ირეფლექსურს** უწოდებენ. R_3={(1,2), (3,2)} არის ზემომოყვანილ A სიმრავლეში ირეფლექსური მიმართების მაგალითი. ირეფლექსურობა უფრო მკაცრი პირობაა, ვიდრე არარეფლექსურობა, რადგან ყოველი ირეფლექსური მიმართება არის არარეფლექსური, მაგრამ არა პირიქით. მიმართება 'Xი არის Yზე უფრო მაღალი' ადამიანთა სიმრავლეში არის ირეფლექსური, რაც თავისთავად იმასაც ნიშნავს, რომ იგი არარეფლექსურიცაა. თუმცა, მიმართება 'Xი არის Yის ფინანსური მხარდამჭერი' არარეფლექსურია, მაგრამ, მიუხედავად ამისა, იგი არ არის ირეფლექსური, რადგან ზოგიერთი ადამიანი შეიძლება ფინანსურად თვითონვე იყოს თავის თავის მხარდამჭერი. შევნიშნოთ, რომ A სიმრავლეში განსაზღვრული R მიმართება არარეფლექსურია მაშინ, და მხოლოდ მაშინ, როცა $id_A \not\subset R$ და ირეფლექსურია მაშინ, და მხოლოდ მაშინ, როცა $R \cap id_A = \varnothing$.

სიმეტრიულობა:

მოცემულია ნებისმიერი A სიმრავლე და ამ A სიმრავლეში განსაზღვრული ნებისმიერი R მიმართება. განსაზღვრით, R არის **სიმეტრიული** მაშინ, და მხოლოდ მაშინ, როცა R მიმართების თითოეული (x,y) წყვილისთვის, (y, x) წყვილიც ასევე R მიმართების წევრია. მნიშვნელოვანია შევნიშნოთ, რომ ეს განსაზღვრება არ ითხოვს A×A დეკარტული ნამრავლის ყოველი დალაგებული (x,y) წყვილისთვის იმას, რომ (y, x) წყვილი R მიმართების წევრი იყოს. ამ განსაზღვრებით R მიმართების სიმეტრიულობისთვის საკმარისია ის, რომ R მიმართებაში მყოფ ნებისმიერ დალაგებულ (x,y) წყვილთან ერთად R მიმართებაში იყოს აგრეთვე ამ წყვილის შებრუნებული (y, x) წყვილიც.

ქვემოთ წარმოდგენილია {1,2,3} სიმრავლეში განსაზღვრული სიმეტრიული მიმართებების რამდენიმე მაგალითი:

(3-1) {(1,2); (2,1); (3,2); (2,3)}
{(1,3); (3,1)}
{(2,2)}

{(2,2)} სიმეტრიული მიმართებაა, რადგან ამ მიმართებაში შემავალ თითოეულ დალაგებულ წყვილთან ერთად (ე.ი. (2,2) წყვილთან ერთად) ამ წყვილის შებრუნებული წყვილი, ანუ მისი პირველი და მეორე წევრების გადაადგილებით მიღებული დალაგებული წყვილი (ე.ი ისევ იგივე (2,2) წყვილი), ასევე ამ მიმართების წევრია.

'Xი ბიძაშვილია Yის' არის ადამიანთა სიმრავლეში განსაზღვრული სიმეტრიული მიმართების მაგალითი. თუ რაიმე R მიმართების ერთი მაინც (x, y) წყვილისთვის მისი

შებრუნებული (y, x) წყვილი არ არის R მიმართებაში, მაშინ R **არასიმეტრიული**_მიმართებაა. მიმართება 'Xი არის Yის და' ადამიანთა სიმრავლეში განსაზღვრული არასიმეტრიული მიმართებაა, მაგრამ თუ იგივე მიმართებას განვიხილავთ ქალთა სქესის ადამიანთა სიმრავლეზე, მაშინ ის სიმეტრიულია.

შემდეგი მიმართებები {1,2,3} სიმრავლეში განსაზღვრული არასიმეტრიული მიმართებებია:

(3-2) {(2,3), (1,2)}
{(3,3), (1,3)}
{(1,2), (2,1), (2,2), (1,1), (2,3)}

R მიმართებას უწოდებენ_**ასიმეტრიულს**, თუ R მიმართების არცერთი (x, y) წყვილისთვის წყვილი (y, x) არ არის R მიმართებაში. მიმართება 'Xი უფროსია Yზე' დღეს არსებულ ადამიანთა სიმრავლეში განსაზღვრული ასიმეტრიული მიმართებაა. იქიდან გამომდინარე, რომ ასიმეტრიულობის განსაზღვრებაში არ არის მოთხოვნა x და y ელემენტების განსხვავებულობაზე, შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ ნებისმიერი ასიმეტრიული მიმართება ამავდროულად ირეფლექსურია. ქვემოთ მოყვანილია {1,2,3} სიმრავლეში ასიმეტრიული მიმართებების მაგალითები:

(3-3) {(2,3), (1,2)}
{(1,3), (2,3), (1,2)}
{(3,2)}

R მიმართებას უწოდებენ **ანტისიმეტრიულს,** თუ ნებისმიერი (x, y) და (y, x) წყვილებიდან ორივენი მხოლოდ მაშინ არიან R მიმართებაში, როცა x=y. ეს განსაზღვრება გვეუბნება მხოლოდ იმას, რომ თუ (x, y) და (y, x) წყვილები არიან R მიმართებაში, მაშინ x და y არიან ერთი და იგივენი. აქ არ არის მოთხოვნილი, რომ (x, x) წყვილი ეკუთვნოდეს R მიმართებას A სიმრავლის ყოველი, ან თუნდაც რომელიმე x ელემენტისთვის. - ანუ, მიმართებას არ ჭირდება იყოს რეფლექსური, იმისათვის, რომ იყოს ანტი-სიმეტრიული.

შემდეგნი არიან {1,2,3} სიმრავლეში განსაზღვრული ანტი-სიმეტრიული მიმართებები:

(3-4) {(2,3), (1,1)}
{(1,1), (2,2)}
{(1,2), (2,3)}

ტრანზიტულობა:

R მიმართება არის ტრანზიტული მაშინ, და მხოლოდ მაშინ, როცა (x, y) და (y, z) დალაგებულ წყვილებთან ერთად R მიმართებაშია (x, z) დალაგებული წყვილიც.

ვინაიდან განსაზღვრება არ ითხოვს x, y და z ელემენტების განსხვავებულობას, მომდევნო (3-5) მიმართება, იმის გათვალისწინებით, რომ x=y=z=2, აკმაყოფილებს ტრანზიტულობის პირობას,

(3-5) {(2,2)}

(3,6) მიმართება არ არის ტრანზიტული, რადგან, მიუხედავად იმისა, რომ (3,2) და (2,3) ამ მიმართების წევრები არიან, (3,3) არ არის მისი წევრი.

(3,6) {(2,3), (3,2), (2,2)}

ქვემოთ არის წარმოდგენილი ტრანზიტული მიმართებების კიდევ რამდენიმე მაგალითი:

(3-7) {(1,2), (2,3), (1,3)}
{(1,2), (2,1), (1,1), (2,2)}
{(1,2), (2,3), (1,3), (3,2), (2,1), (3,1), (1,1), (2,2), (3,3)}

'Xი წინაპარია Yის' ადამიანთა სიმრავლეში განსაზღვრული ტრანზიტული მიმართებაა. თუ მიმართება არ აკმაყოფილებს ტრანზიტულობის მოთხოვნებს, ანუ თუ მიმართება არ არის ტრანზიტული, მაშინ ის იწოდება **არატრანზიტულად**. R მიმართებას უწოდებენ **ინტრანზიტულს,** თუ R მიმართება არცერთ (x,y) და (y,z) წყვილთან ერთად არ შეიცავს (x,z) წყვილს. ასე მაგალითად, მიმართება 'Xი დედაა Yის' ადამიანთა სიმრავლეზე განსაზღვრული ინტრანზიტული მიმართებაა.

(3-6), ისევე როგორც მომდევნო ორი მიმართება, არატრანზიტული მიმართებებია.

(3-8) {(1,2), (2,3)}
{(1,2), (2,3), (1,3), (3,1)}

(3-8) მიმართებებიდან პირველი მიმართება, ისევე როგორც მომდევნო ორი მიმართება, ინტრანზიტული მიმართებებია.

(3-9) {(3,1), (1,2), (2,3)}
{(3,2), (1,3)}

ბმულობა:

A სიმრავლეში განსაზღვრული R მიმართება არის **ბმული** მაშინ, და მხოლოდ მაშინ, როცა A სიმრავლის ყოველი ორი განსხვავებული x, y წევრისათვის სამართლიანია ის, რომ (x, y) და (y,x) წყვილებიდან ერთი მაინც R მიმართების შემადგენელია.

შევნიშნოთ, რომ ბმულობის განსაზღვრება, ისევე როგორც რეფლექსურობის განსაზღვრება, მიემართება A სიმრავლის ყველა წევრს. გარდა ამისა, განსაზღვრებაში ნახსენები (x, y) და (y,x) წყვილებისგან ცალსახად მოითხოვება ის, რომ მათი პირველი და მეორე წევრები ერთმანეთისგან განსხვავდებოდნენ. მიუხედავად ამისა, ბმულობის მიმართებაში არ იკრძალება (x,x) ფორმის წყვილების არსებობა, თუმცა ისინი არაძალისმიერნი არიან მიმართების ბმულობის საკითხის გასარკვევად.

მომდევნო მიმართებები {1,2,3} სიმრავლეში ბმული მიმართებები არიან:

(3-10) {(1,2), (3,1), (3,2)}
{(1,1), (2,3), (1,2), (3,1), (2,2)}

შემდეგი მიმართებები, რომლებიც {1,2,3} სიმრავლეში არ აკმაყოფილებენ ბმულობის მოთხოვნებს არიან **არაბმული**:

(3-11) {(1,2), (2,3)}
{(1,3), (3,1), (2,2), (3,2)}

ქვემოთ, რეფლექსურობის, სიმეტრიულობის, ტრანზიტულობის და ბმულობის თვალსაზრისებით განვიხილავთ პრედიკატული განსაზღვრებებით მოცემულ რამდენიმე მიმართებას.

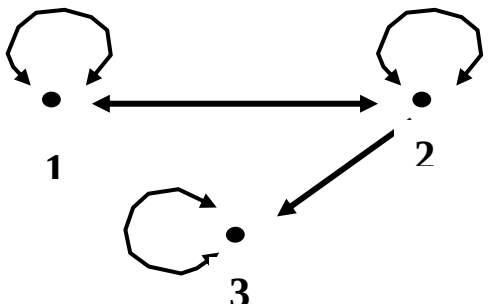
(3-12) **მაგალითი:** R_f სიმბოლოთი აღვნიშნოთ 'Xი მამაა Yის' ფრაზით ადამიანთა H სიმრავლეში განსაზღვრული ორადგილიანი მიმართება. R_f არის ირეფლექსური (არავინ არ არის თავისი თავის მამა), ასიმეტრიული (თუ 'xი მამაა yის' ჭეშმარიტია, მაშინ 'yი მამაა xის' დაუშვებელია იყოს ჭეშმარიტი), ინტრანზიტული (თუ 'xი მამაა yის' და თუ 'yი მამაა zის', მაშინ, ცხადია, 'xი არის ბაბუა zისა და არა მამა') და არაბმული (H სიმრავლეში არის ისეთი განსხვავებული x და y ინდივიდები, რომ არც 'xი მამაა yის' და არც 'yი მამაა xის' არ არის ჭეშმარიტი).

(3-13) **მაგალითი:** R სიმბოლოთი აღვნიშნოთ 'Xი მეტია Yზე' ფრაზით ყველა დადებით მთელ რიცხვთა Z={1,2,3,4...} სიმრავლეში განსაზღვრული მიმართება. Z სიმრავლე, ისევე როგორც R სიმრავლე შეიცავს წევრების უსასრულო რაოდენობას, მაგრამ, მიუხედავად ამისა, მთელი რიცხვების თვისებებზე დაყრდნობით ჩვენ შეგვიძლია დავადგინოთ R მიმართების გარკვეული თვისებები. R არის ირეფლექსური (არც ერთი რიცხვი არ არის თავის თავზე მეტი), ასიმეტრიული (თუ 'Xი მეტია Yზე' ჭეშმარიტია, მაშინ ცხადია, რომ 'Yი მეტია Xზე' არ არის ჭეშმარიტი), ტრანზიტული (თუ x>y და y>z, მაშინ x>z) და ბმული (მთელი x და y რიცხვების ყოველი განსხვავებული წყვილისთვის ან x>y ან y>x).

(3-14) მაგალითი: R_a სიმბოლოთი აღვნიშნოთ ცოცხალ ადამიანთა H სიმრავლეში 'xი არის იმდენივე წლის რამდენისაც yი' ფრაზით განსაზღვრული მიმართება. R_a არის რეფლექსური (ყოველი ადამიანი არის იმდენივე წლის რამდენი წლისაც თვითონ არის), სიმეტრიული (თუ xi არის იმდენივე წლის რამდენისაც არის yi, მაშინ yi არის იმდენივე წლის რამდენისაც არის xi), ტრანზიტული (თუ xi და yi არიან ერთი და იგივე ასაკის და ასევე არიან yi და zi მაშინ xi არის იმდენივე წლის რამდენისაც არის zi) და არაბმული (H სიმრავლეში არიან განსხვავებული ადამიანები, რომლებიც არ არიან ერთი და იმავე ასაკის).

3.2. მიმართებების დიაგრამები

რეფლექსურობის, სიმეტრიულობისა და ტრანზიტულობის ცნებების უკეთ გააზრებაში ხელს შეგვიწყობს მათი დიაგრამული გამოსახვა. დიაგრამებზე განსახილველი სიმრავლეების წევრები მოიცემიან ნატურალური რიცხვებით გადანომრილი წერტილებით. გასაგებია, რომ მათი რაიმეგვარი სპეციალური მონიშვნა ამ შემთხვევაში არამიზნობრივია. ამასთან, ის, რომ სიმრავლის რაიმე x წერტილი მიმართულია (ე.ი. დაწყვილებულია) სიმრავლის y წერტილთან ანუ ის, რომ $\langle x, y\rangle \in R$, დიაგრამაზე გამოისახება x წერტილიდან y წერტილისკენ მიმართული ისრით. მაგალითად,



ნახ. 3.1 R მიმართების დიაგრამა

ნახაზი 3.1 წამოგვიდგენს მიმართებას

R={(1, 2), (2,1), (2,2), (1,1), (2,3), (3,3)}

დიაგრამიდან ცხადად ჩანს, რომ მიმართება არის რეფლექსური, რადგანაც თითოეულ წერტილს თან ახლავს მარყუჟი და რომ იგი არასიმეტრიულია, რადგანაც 3-ი არ არის მისგან მიმართული ისრით დაკავშირებული 2-თან, მაშინ როდესაც 2-ი ასეთი ისრით კავშირდება 3-თან. ამ მიმართებას ვერ ვუწოდებთ ვერც ასიმეტრიულს და ვერც ანტისიმეტრიულს, რადგან 1-იც დაკავშირებულია 2-თან და 2-იც დაკავშირებულია 1-თან. ეს მიმართება არატრანზიტულია, რადგან, მიუხედავად იმისა, რომ 1--ი უკავშირდება 2-ს და 2-ი უკავშირდება 3-ს, 1-ი არ არის დაკავშირებული 3-თან. მიმართება არ არის ინტრანზიტული მასში (1,1) წყვილის არსებობის გამო.

თუ მიმართება ბმულია, მაშინ დიაგრამაზე ნებისმიერი წერტილი ერთი მაინც პირდაპირი ისრით უნდა უკავშირდებოდეს ყველა დანარჩენ წერტილს. როგორც ვხედავთ, R არ არის ბმული, რადგანაც დიაგრამაზე წერტილები 1-ი და 3-ი პირდაპირი ისრით არ არიან დაკავშირებულნი ერთმანეთთან.

3.3. ინვერსიისა და დამატების თვისებები

დავუშვათ R არის მიმართება, რომელიც ხასიათდება რეფლექსურობის, სიმეტრიულობის, ტრანზიტულობისა და ბმულობის თვისებებიდან ან მხოლოდ ერთით, ან ერთდროულად რამდენიმეთი. ქვემოთ განხილულია ის, თუ რა თვისებებით შეიძლება ხასიათდებოდეს ზემოგანხილული სახის გარკვეული კონკრეტული R მიმართებიდან ინვერსიისა თუ დამატების ოპერაციებით მიღებული R^{-1} და R' მიმართებები.

1. ვთქვათ R არის A სიმრავლეში განსაზღვრული რაიმე რეფლექსური მიმართება. რეფლექსურობის თვისების განსაზღვრიდან, A სიმრავლის ყოველი $x \in A$ წევრისათვის $(x,x) \in R$. აქედან გამომდინარე, რადგანაც R^{-1} მიმართება R მიმართების თითოეული დალაგებული წყვილისთვის შეიცავს ამ წყვილის პირველი და მეორე წევრების გადანაცვლებით მიღებულ დალაგებულ წყვილსაც, ცხადია, რომ $A \times A$ სიმრავლის ნებისმიერი (x,x) წყვილი არის როგორც R, ისე R^{-1} მიმართების წევრი. ამგვარად, დასაბუთდა, რომ რეფლექსური R მიმართების ინვერსიული ანუ შებრუნებული მიმართება აგრეთვე რეფლექსური მიმართებაა. რაც შეეხება R მიმართების დამატებით R' მიმართებას, განსაზღვრით, იგი შეიცავს $A \times A$ დეკარტული ნამრავლის ყველა ისეთ დალაგებულ წყვილს, რომელიც არ შედის R მიმართებაში. აქედან გამომდინარე, რადგანაც A სიმრავლის ნებისმიერი $x \in A$ წევრისათვის, R შეიცავს (x,x) დალაგებულ წყვილს, შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ R' არ შეიცავს არცერთ ასეთ წყვილს, რაც იმას ნიშნავს, რომ რეფლექსური მიმართების დამატებითი მიმართება ირეფლექსურია.

2. ვთქვათ R არის A სიმრავლეზე განსაზღვრული სიმეტრიული მიმართება. დავსვათ კითხვა: ხასიათდება თუ არა R' მიმართება იგივე თვისებით? - დავუშვათ, რომ R მიმართების R' დამატებითი მიმართება არ არის სიმეტრიული და ვნახოთ, რა მიიღება ამ დაშვებიდან. არასიმეტრიული მიმართების განსაზღვრებიდან გამომდინარე, თუ R' არ არის სიმეტრიული, მაშინ არსებობს ისეთი $(x,y) \in R'$, რომ $(y,x) \notin R'$. რადგან $(y,x) \notin R'$, უნდა დავასკვნათ, რომ (y,x) ეკუთვნის R' მიმართების დამატებას, რომელიც ჩვენს შემთხვევაში თავად R მიმართებაა. მაგრამ, რადგან R არის სიმეტრიული, R მიმართებას (y,x) წყვილთან ერთად უნდა ეკუთვნოდეს (x,y) წყვილიც. ეს, იმის გათვალისწინებით, რომ ერთი და იგივე დალაგებული (x,y) წყვილი ერთდროულად შეუძლებელია იყოს R და R' მიმართებების წევრი, იძლევა წინააღმდეგობას. ეს კი იმას ნიშნავს, რომ ზემოთ გაკეთებული დაშვება შეუძლებელია იყოს ჭეშმარიტი და რომ ნებისმიერი R სიმეტრიული მიმართების R' დამატებითი მიმართება ასევე სიმეტრიულია. ამგვარად, თუ R არის A სიმრავლეში განსაზღვრული რაიმე სიმეტრიული მიმართება, მაშინ R მიმართების დამატებითი R' მიმართება აგრეთვე სიმეტრიულია და პირიქით. გასაგებია, რომ ამ

პირიქითი შემთხვევის მტკიცება მიიღება ზუსტად იგივე მსჯელობაში R და R′ გამოსახულებების ურთიერთჩანაცვლებით. ზემოგანხილული არის საწინააღმდეგოს დაშვების გზით მტკიცების ერთი მაგალითი. მტკიცების ამ მეთოდს ლოგიკაში წინააღმდეგობამდე მიყვანის ანუ reductio ad absurdum მეთოდს უწოდებენ. ეს მეთოდი ხასიათდება ისეთი დაშვების გაკეთებით, რომელსაც დასამტკიცებელი დებულების ჭეშმარიტების შემთხვევაში მცდარ დასკვნამდე მივყავართ. შესაბამისად ამისა, ამგვარი დაშვების საფუძველზე უკვე მიღებული მცდარი ანუ წინააღმდეგობრივი დასკვნა საშუალებას იძლევა დავასკვნათ დასამტკიცებელი და უარვყოთ დაშვებული. მეექვსე თავში ჩვენ გავეცნობით გამოყვანების ანუ მტკიცებების სხვადასხვა წესებს, რომელთა მეშვეობით ჩვენ შევძლებთ ავაგოთ გამოყვანები სრული მათემატიკური სიზუსტეების გათვალისწინებით.

3-2 ცხრილით შეჯამებულია R არაცარიელი მიმართებისგან ინვერსიის და დამატების ოპერაციებით მიღებული R^{-1} და R′ მიმართებები მიმართებათა ძირითადი თვისებების შენარჩუნების თვალსაზრისით. ცხრილის შემადგენელი თითოეული წესი შეიძლება დამტკიცდეს შესაბამისი ცნებათა განსაზღვრებებისა და სიმრავლეთა თეორიის კანონების საფუძველზე. თუმცა, რადგან ჯერ არ განგვიხილია დამტკიცების ფორმალური ცნება, ჩვენ აქ არ გთავაზობთ მათ მკცარ, მათემატიკურ დამტკიცებებს. მიუხედავად ამისა, კარგი იქნება თუ შეეცდებით არაფორმალური საშუალებებით დარწმუნდეთ ხაზთა გასწვრივ მოცემული კანონების სისწორეში. ამ თვალსაზრისებით ისინი კარგი სავარჯიშოებია თქვენი ცოდნის შესამოწმებლად.

R (არა ∅)	R^{-1}	R′
რეფლექსური	რეფლექსური	ირეფლექსური
ირეფლექსური	ირეფლექსური	რეფლექსური
სიმეტრიული	სიმეტრიული (R^{-1} = R)	სიმეტრიული
ასიმეტრიული	ასიმეტრიული	არა-სიმეტრიული
ანტისიმეტრიული	ანტისიმეტრიული	დამოკიდებულია R - ზე
ტრანზიტული	ტრანზიტული	დამოკიდებულია R - ზე
ინტრანზიტული	ინტრანზიტული	დამოკიდებულია R - ზე
ბმული	ბმული	დამოკიდებულია R - ზე

ცხრილი 3-2: მიმართების ძირითადი თვისებების შენახვის ცხრილი
მათზე ინვერსიისა და დამატების ოპერაციებით მოქმედებისას

3.4. ეკვივალენტობის მიმართება და დაყოფა

ეკვივალენტობის მიმართება მიმართებების განსაკუთრებულად მნიშვნელოვანი კლასია. მიმართება იწოდება **ეკვივალენტობის მიმართებად** თუ იგი ერთდროულად არის რეფლექსური, სიმეტრიული და ტრანზიტული. ტოლობის მიმართება ეკვივალენტობის მიმართების ყველაზე კარგად ცნობილი მაგალითია. ‘Xს აქვს იმავე ფერის თმა, რაც Yს’ და ‘Xი არის იმავე ასაკის, რა ასაკისაც არის Yი’ ეკვივალენტობის მიმართების მაგალითებია. ეკვივალენტობის მიმართებები ძირითადად გამოიყენება სიმრავლეების დასაყოფად ისეთ ურთიერთარაგადამკვეთ ქვესიმრავლეებად, რომელთა წევრები ამ მიმართებით ერთი და იგივენი ანუ ეკვივალენტურნი არიან.

ყოველი კონკრეტული ეკვივალენტობის მიმართებით სიმრავლე, რომელშიც ეს მიმართებაა განსაზღვრული, ბუნებრივად იყოფა ურთიერთარაგადამკვეთ ქვესიმრავლეებად. რომლებსაც ამ სიმრავლეში ამ მიმართებით განსაზღვრულ ეკვივალენტობის ანუ ერთიდაიგივეობის კლასებს უწოდებენ. ნებისმიერი R ეკვივალენტობის მიმართებისათვის, [[x]] გამოსახულებით აღინიშნება

ყველა ისეთი y შემადგენლების სიმრავლე, რომელთათვისაც (x,y) ∈R. ამგვარად, თუ R არის ეკვივალენტობის მიმართება, მაშინ [[x]] არის ამ R მიმართებითა და x შემადგენლით მოცემადი ეკვივალენტობის კლასი. მიმართება 'Xი არის იმავე ასაკის, რა ასაკისაც არის Yი' ადამიანთა სიმრავლეს წლოვანების მიხედვით ყოფს ასაკობრივ ჯგუფებად, რაც საბოლოო ჯამში ერთი და იგივე წლოვანების ადამიანთა სიმრავლეებს ეკვივალენტობის სხვადასხვა კლასებად აყალიბებს. ცხადია, რომ ეს განსხვავებული ასაკობრივი ჯგუფები ანუ ეკვივალენტობის ეს განსხვავებული კლასები ურთიერთარაგადამკვეთ სიმრავლეებს წარმოადგენენ, რადგანაც თითოეული პიროვნება შეიძლება იყოს მხოლოდ ერთი, მისთვის დამახასიათებელი ასაკისა და, შესაბამისად, ეკუთვნოდეს მხოლოდ ერთ, ამ ასაკით განსაზღვრულ ეკვივალენტობის კლასს მიუხედავად იმისა, ამ ასაკის ადამიანები რამდენიმეა, თუ მხოლოდ ერთი. – ამ უკანასკნელ შემთხვევაში, ცხადია, რომ მხოლოდ ამ ერთი ადამიანით ყალიბდება მისი ასაკის შესაბამისი ეკვივალენტობის კლასი. სიმრავლის დანაწევრებას ამ სიმრავლის ისეთ არაცარიელ ურთიერთარაგადამკვეთ ქვესიმრავლეებად, რომელთა გაერთიანება მთლიანად ფარავს პირველსაწყის სიმრავლეს, სიმრავლის **დაყოფას** უწოდებენ.

ამგვარად, A სიმრავლის **დაყოფა** არის A სიმრავლის არაცარიელი ქვესიმრავლეების ისეთი ერთობლიობა, რომ (1) ამ ერთობლიობის ყოველი ორი განსხვავებული X და Y ქვესიმრავლესთვის X∩Y=∅ და (2) ამ ერთობლიობის შემადგენელი ქვესიმრავლეების გაერთიანება A სიმრავლის ტოლია. დაყოფის ცნება არ განისაზღვრება და არ გაიგება ცარიელი სიმრავლისათვის. სიმრავლის ქვესიმრავლეები, რომლებიც ამ სიმრავლის დაყოფის წევრები არიან, ამ დაყოფის უჯრედებად იწოდებიან.

მაგალითისათვის განვიხილოთ A={a, b, c, d, e} სიმრავლე. P={{a, c}, {b, e}, {d}} არის A სიმრავლის სამუჯრედიანი დაყოფა, რადგან {a, c}∩{b, e}=∅, {d}∩{b, e}=∅, {a, c}∩{d}=∅ და, ამავდროულად, ∪{{a, c}, {b, e}, {d}}=A.

მომდევნო სიმრავლეები არიან იგივე A სიმრავლის დაყოფები:

(3-15) P_1={{a,c,d}, {b,e}}
P_2={{a}, {b}, {c}, {d}, {e}}
P_3={{a, b, c, d, e}}

P_3 არის A სიმრავლის ტრივიალური დაყოფა. ამ დაყოფით A სიმრავლე მხოლოდ ერთ სიმრავლედ იყოფა. შევნიშნოთ, რომ ამ ტიპის ტრივიალური დაყოფებიც აკმაყოფილებს დაყოფის განსაზღვრებას.

მომდევნო სიმრავლეები არ არიან A სიმრავლის დაყოფები:

(3-16) C={{a, b, c}, {b, d}, {e}}
D={{a}, {b, e}, {c}}

C სიმრავლე არ აკმაყოფილებს დაყოფის განსაზღვრებას, რადგან {a, b, c}∩{b, d}≠∅. არც D სიმრავლე წარმოადგენს A სიმრავლის დაყოფას, რადგან ∪{{a}, {b, e}, {c}}≠A.

აღსანიშნავია მჭიდრო ორმხრივი კავშირი სიმრავლეების სხვადასხვა დაყოფებსა და იგივე სიმრავლეებზე განსაზღვრულ ეკვივალენტობის სხვადასხვა მიმართებებს შორის. მართლაც, A სიმრავლის ნებისმიერი დაყოფისთვის, R={(x, y) / x და y არიან მოცემული დაყოფის ერთი და იგივე უჯრედში} არის A სიმრავლეში განსაზღვრული ეკვივალენტობის მიმართება. ამავდროულად, A სიმრავლეზე განსაზღვრული ნებისმიერი R ეკვივალენტობის მიმართებისთვის, არსებობს A სიმრავლის ისეთი დაყოფა, რომლის მიხედვითაც A სიმრავლის ნებისმიერი ორი x და y წევრი ერთსა და იმავე უჯრედშია მაშინ, და მხოლოდ მაშინ, როცა x და y ამ R მიმართებით ურთიერთდაკავშირებულნი არიან. ამასთან, R მიმართებით განსაზღვრული ეკვივალენტობის კლასები არიან უჯრედები ამავე მიმართებით განსაზღვრული დაყოფისა. A

სიმრავლეზე განსაზღვრული ეკვივალენტობის მიმართება ზოგჯერ A სიმრავლის დაყოფის წარმომქმნელადაც იწოდება.

მაგალითისთვის განვიხილოთ სიმრავლე A={1,2,3,4,5} და ეკვივალენტობის მიმართება

(3-17) R={(1,1),(1,3),(3,1),(3,3),(2,2),(2,4),(4,2),(4,4),(4,5),(5,4),(5,2),(5,5),(2,5)}

რომლის რეფლექსურობასა, სიმეტრიულობასა და ტრანზიტულობაში მკითხველი მარტივად დარწმუნდება. ამ მიმართებაში 1 და 3, ისევე როგორც 2, 4 და 5 ერთმანეთთან დაკავშირებული არიან ყველა შესაძლო გზით, მაგრამ პირველი ჯგუფის არცერთი წევრი არ უკავშირდება მეორე ჯგუფის არცერთ წევრს. მაშასადამე R, როგორც ეკვივალენტობის მიმართება, განსაზღვრავს ეკვივალენტობის კლასებს {1,3} და {2,4,5} და შესაბამისად წარმოქმნის A სიმრავლის დაყოფას.

(3-18) P_R={{1, 3}, {2, 4, 5}}

ახლა ვთქვათ, პირიქით, მოცემულია A სიმრავლის შემდეგი Q დაყოფა.

(3-19) Q={{1, 2}, {3, 5}, {4}}

R_Q მიმართება, რომელიც შედგება მხოლოდ ისეთი (x,y) წყვილებისაგან, რომელთათვისაც ეს x და y არიან Q დანაწევრების ერთი და იგივე უჯრედის წევრები და რომელიც სიმრავლურად შემდეგნაირად გამოისახება

(3-20) R_Q={(1, 1), {1,2), (2,1), (2,2), (3,3), (3,5), (5,3), (5,5), (4,4)}

არის რეფლექსური, სიმეტრიული და ტრანზიტული და, ამდენად, ის A სიმრავლეზე განსაზღვრული ეკვივალენტობის მიმართებაა.

'Xი იმავე კონტინენტზეა, რომელზეცაა Yი' ფრაზით A={საფრანგეთი, ჩილე, ნიგერია, ეკვადორი, ლუქსემბურგი, ზამბია, განა, სან მარინო, ურუგვაი, კენია, უნგრეთი} სიმრავლეზე განისაზღვრება ეკვივალენტობის მიმართება, რომლითაც A იყოფა შემდეგ სამ ეკვივალენტობის კლასად: (1) A_1={საფრანგეთი, ლუქსემბურგი, სან მარინო, უნგრეთი} (2) A_2={ჩილე, ეკვადორი, ურუგვაი} და (3) A_3={ნიგერია, ზამბია, განა, კენია}.

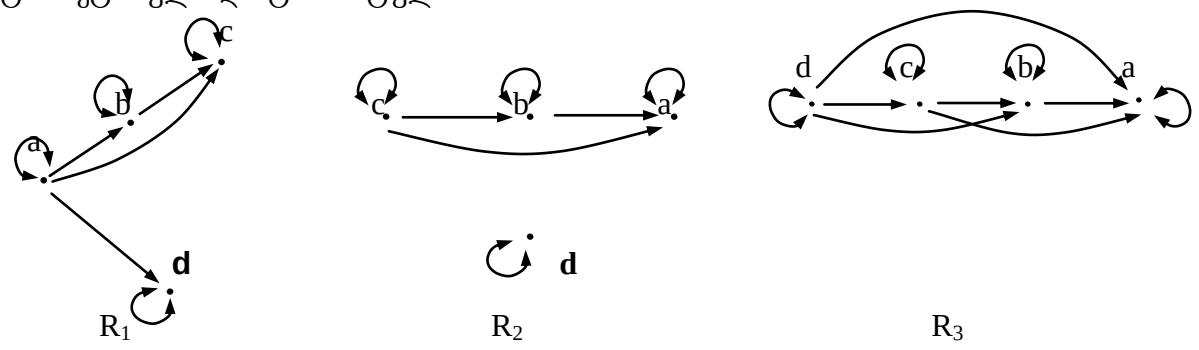
3.5 დალაგება

დალაგება ეწოდება ისეთ ორადგილიან მიმართებას, რომელიც ტრანზიტულია და დამატებით არის ან (i) რეფლექსური და ანტისიმეტრიული, ან (ii) ირეფლექსური და ასიმეტრული. პირველ შემთხვევაში დალაგება იწოდება არამკაცრ (ანუ სუსტ), მეორე შემთხვევაში კი - მკაცრ (ანუ ძლიერ) დალაგებად.

მაგალითისთვის განვიხილოთ A={a,b,c,d} სიმრავლე. შემდეგი მიმართებებიდან თითოეული A სიმრავლეზე განსაზღვრული არამკაცრი დალაგებაა:

(3-21) R_1={(a,b), (a,c), (a,d), (b,c), (a,a), (b,b), (c,c), (d,d)}
R_2={(b,a), (b,b), (a,a), (c,c), (d,d), (c,b), (c,a)}
R_3={(d,c), (d,b), (d,a), (c,b), (c,a), (a,a), (b,b), (c,c), (d,d), (b,a)}

ეს დალაგებები მიმართებითი დიაგრამებით გამოსახულია 3-3 ნახაზზე, რისი მეშვეობითაც მარტივად დავრწმუნდებით, რომ თითოეული მათგანი ნამდვილად რეფლექსური, ანტისიმეტრიული და ტრანზიტულია.

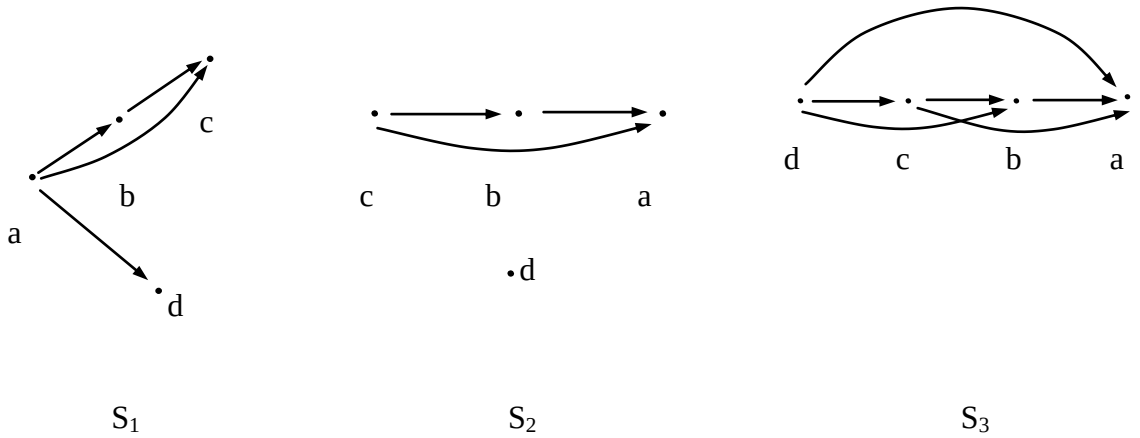


ნახაზი 3-3: (3-21) ტოლობებით მოცემული არამკაცრი დალაგებების დიაგრამები

ამ არამკაცრ R_1, R_2 და R_3 დალაგებებს ბუნებრივად შეესაბამება ქვემოთ განხილულ მკაცრი S_1, S_2 და S_3 დალაგებები:

(3-22) $S_1=\{(a,b), (a,c), (a,d), (b,c)\}$
$S_2=\{(b,a), (c,b), (c,a)\}$
$S_3=\{(d,c), (d,b), (d,a), (c,b), (c,a), (b,a)\}$

ცხადია, რომ თითოეული მათგანი მიიღება შესაბამისი სუსტი მიმდევრობისგან ყველა (x,x) სახის წყვილის ამოგდებით. პირიქით, ნებისმიერი მკაცრი მიმართების შესაბამისი არამკაცრი მიმართების მისაღებად საკმარისია ამ მკაცრ მიმართებას დავუმატოთ (x,x) სახის ყველა წყვილი A სიმრავლეში არსებული ნებისმიერი x ელემენტისათვის.



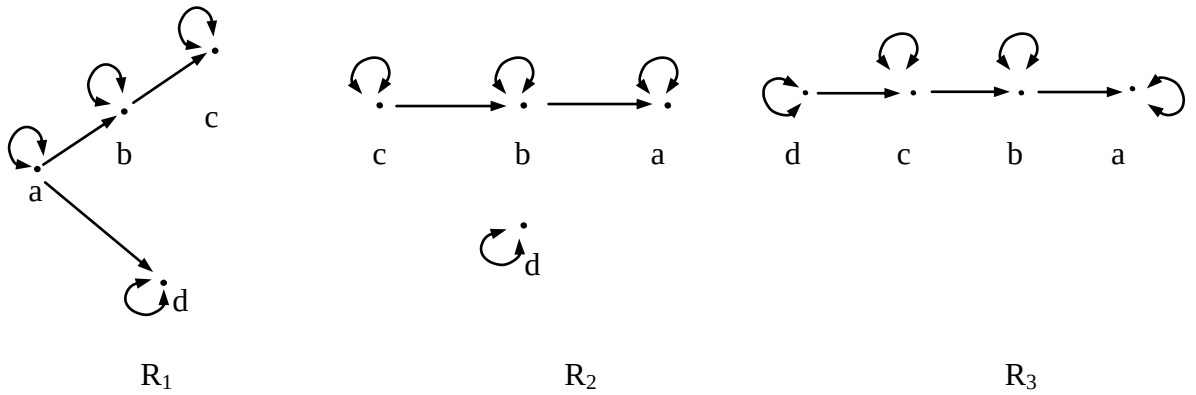
ნახაზი 3-4: 3-22 ტოლობებით მოცემული მკაცრი დალაგებების დიაგრამები

არამკაცრი დალაგების მიმართების კიდევ ერთ მაგალითად განვიხილოთ სიმრავლეთა ნებისმიერ C სიმრავლეში $R=\{(X, Y) \setminus X\subseteq Y\}$ ტოლობით განსაზღვრული მიმართება. ჩვენ უკვე აღვნიშნეთ, რომ ქვესიმრავლეობის მიმართება არის ტრანზიტული და რეფლექსური. იგი არის ამავდროულად ანტისიმეტრიული, რადგანაც ნებისმიერი X და Y სიმრავლეებისათვის, იქიდან, რომ $X\subseteq Y$ და $Y\subseteq X$ შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ $X = Y$ (ეს დამტკიცდება მეშვიდე თავში). ამ არამკაცრი დალაგების შესაბამისი მკაცრი დალაგებაა 'Xი არის Yის საკუთრივი ქვესიმრავლე'.

ადრე, (3-13) მაგალითში, ვნახეთ, რომ მიმართება ‘Xი მეტია Yზე’ დადებით მთელ რიცხვთა სიმრავლეში არის ირეფლექსური, ასიმეტრიული და ტრანზიტული. აქედან გამომდინარე, შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ იგი მკაცრი დალაგების მიმართებაა. (შეკითხვა: რა მიმართებით განისაზღვრება შესაბამისი არამკაცრი დალაგება?)

ზოგიერთი ტერმინოლოგიური შეთანხმება: ვთქვათ R არის დალაგება, ან მკაცრი ან არამკაცრი, და $(x,y)\in R$. ასეთ შემთხვევაში ერთი და იგივე შინაარსობრივი დატვირთვებით ითქმება, რომ ‘xი არის yის წინმსწრები’, ან რომ ‘xი არის yის წინამდებარე’, ან რომ ‘xი არის yის წინაპარი’ ან რომ ‘yი არის xის შემდგომი’, ან რომ ‘yი არის xის მემკვიდრე’. ეს გამოთქმები ურთიერთეკვივალენტური ტერმინებია. დავუშვათ, xი არის yის წინმსწრები და, ამასთან, $x \neq y$. მაშინ, თუ არ არსებობს xისა და yისაგან განსხვავებული ისეთი zი, რომ xი არის zის წინმსწრები და, ამავდროულად, zი არის yის წინმსწრები, ვამბობთ, რომ ‘xი არის yის უშუალო წინმსწრები’, ან რომ ‘xი არის yის უშუალო წინამდებარე’, და ა.შ., ანუ, სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ, xი არის yის უშუალო წინმსწრები, თუ დალაგებაში xსა და yს შორის არ არსებობს სხვა რაიმე წევრი იმ სიმრავლისა, რომელზედაც ეს დალაგებაა განსაზღვრული. შევნიშნოთ, არცერთი სიმრავლის არცერთი შემადგენელი არ შეიძლება იქნეს გაგებული თავის თავის უშუალო წინამორბედად, რადგანაც განსაზღვრებაში მოთხოვნილია x და y შემადგენლების განსხვავებულობა.

(3-21) და (3-22) მაგალითებით მოცემულ R_1 და S_1 დალაგებებში, b არის a და c შემადგენლებს შორის. ამიტომ, თუმცა a წინამორბედია cსი, a არ არის cს უშუალო წინამორბედი. R_2 და S_2 დალაგებებში, c არის უშუალო წინამორბედი bსი და b არის უშუალო წინამორბედი aსი.



ფიგურა 3-5
(3-21) დალაგებების უშუალო წინამორბედობრივი დიაგრამები

სიმრავლეში განსაზღვრული მკაცრი თუ არამკაცრი დალაგების მიმართების დიაგრამული გამოსახვა მარტივდება და უფრო გასაგებიც ხდება, თუ სიმრავლის წევრთან ისრით მხოლოდ მის უშუალო წინამორბედს დავაკავშირებთ. დარჩენილი კავშირები შეიძლება დადგინდეს გამომდინარე იქიდან, რომ მიმართება ტრანზიტულია. ამასთან, იმისათვის, რომ განვასხვავოთ ერთმანეთისაგან მკაცრი და არამკაცრი დალაგებები, უნდა დავაკვირდეთ მხოლოდ არამკაცრი დალაგებებისათვის დამახასიათებელ ე.წ. ‘რეფლექსურ’ მარყუჟებს. ამგვარად, თუ (3-21) მაგალითით მოცემული დალაგებების დიაგრამებს ავაგებთ ამგვარი გამარტივებული მიდგომებით მივიღებთ 3-5 ნახაზზე გამოსახულ ფიგურებს. გასაგებია, რომ შესაბამისი მკაცრი დალაგებების დიაგრამების მისაღებად საკმარისია თითოეული შემადგენლის თავზე არსებული რეფლექსურობის მარყუჟის ამოშლა.

განვიხილოთ კიდევ რამდენიმე სასარგებლო და ხშირად გამოყენებადი ცნება, რომლებიც განისაზღვრებიან დალაგებათა განსაკუთრებული თვისებების მქონე წევრებისათვის. ვთქვათ მოცემულია A სიმრავლეზე განსაზღვრული რაიმე R დალაგება.

1. A სიმრავლის x წევრი იწოდება სიმრავლის მინიმალურ ანუ ქვეკიდურა წევრად მაშინ, და მხოლოდ მაშინ, როცა A სიმრავლეში არ არსებობს ისეთი წევრი, რომელიც წინ უსწრებს xს (მაგ.: a წევრი R_1 და S_1 დალაგებებში; c და d წევრები R_2 და S_2 დალაგებებში; d წევრი R_3 და S_3 დალაგებებში).
2. A სიმრავლის x წევრი იწოდება სიმრავლის უმცირეს ანუ ქვეუკიდურეს წევრად მაშინ, და მხოლოდ მაშინ, როცა x წინ უსწრებს A სიმრავლის მისგან განსხვავებულ ყველა სხვა წევრს. (მაგ.: a წევრი R_1 და S_1 დალაგებებში; d წევრი R_3 და S_3 დალაგებებში).
3. A სიმრავლის x წევრი იწოდება სიმრავლის მაქსიმალურ ანუ ზეკიდურა წევრად მაშინ, და მხოლოდ მაშინ, როცა A სიმრავლეში არ არსებობს ისეთი წევრი, რომელიც x წევრის შემდგომია (მაგ.: c და d წევრები R_1 და S_1 დალაგებებში; a და d წევრები R_2 და S_2 დალაგებებში; a წევრი R_3 და S_3 დალაგებებში).
4. A სიმრავლის x წევრი იწოდება სიმრავლის უდიდეს ანუ ზეუკიდურეს წევრად მაშინ, და მხოლოდ მაშინ, როცა x არის A სიმრავლის ყველა მისგან განსხვავებული წევრის შემდგომი (მაგ. a ელემენტი R_3 და S_3 დალაგებებში).

შევნიშნოთ, რომ a წევრი R_1 და S_1 დალაგებებში ერთდროულად არის როგორც ქვეკიდურა, ისე ქვეუკიდურესი წევრი, მაშინ როცა c და d წევრები იმავე დალაგებაში არიან ზეკიდურა, მაგრამ არა ზეუკიდურესი წევრები (მაგალითად, c არ არის d ელემენტის შემდგომი წევრი); d წევრი R_2 და S_2 დალაგებებისათვის ერთდროულად არის როგორც ქვეკიდურა, ისე ზეკიდურა წევრი, მაგრამ არ არის არც ზეუკიდურესი და არც ქვეუკიდურესი. (3-13) მაგალითში R მიმართებით განსაზღვრული დალაგებისათვის 1 არის როგორც ქვეკიდურა, ისე ზეკიდურა წევრი (1 არის Z სიმრავლის ყველა დანარჩენი წევრის წინამდებარე და, შესაბამისად, Z სიმრავლეში ცხადია არ არსებობს მისი წინამდებარე), მაგრამ ამ დალაგებაში არ მოიძებნება მისი არც ზეკიდურა და არც ზეუკიდურესი წევრი. დააკვირდით იმას, რომ დალაგებებში გამოყენებულ ტერმინ "უდიდესის" შინაარსი არ არის აუცილებელი დაემთხვეს საშუალო სკოლიდან თქვენთვის ნაცნობ ტერმინ "უდიდესის" შინაარსს.

უმცირესი წევრი, თუ ასეთი საერთოდ არსებობს დალაგებაში, ერთადერთია (თუ დავუშვებდით ორი უმცირესი წევრის არსებობას, მაშინ თითოეულ მათგანი უნდა ყოფილიყო წინამდებარე მეორისათვის, რაც დაარღვევდა ასიმეტრიასაც და ანტისიმეტრიასაც). გასაგებია, რომ ანალოგიურია ვითარება უდიდეს წევრთან დაკავშირებით. დალაგებაში მინიმალური, ისევე როგორც მაქსიმალური წევრი შეიძლება იყოს ერთზე მეტი (მაგ. c და d წევრები R_2 და S_2 დალაგებებში). თუმცა, შესაძლებელია ისიც, რომ დალაგებას არ ჰქონდეს არც ერთი მათგანი. ასე მაგალითად, დალაგებას „უფრო დიდი ვიდრე" განსაზღვრულს მთელ რიცხვთა {0, 1, -1, 2, -2, . . .} სიმრავლეზე არა აქვს არც მაქსიმალური, არც მინიმალური, არც უდიდესი და არც უმცირესი წევრი.

თუ მკაცრი ან არამკაცრი დალაგება ამავდროულად არის ბმული, მაშინ მას სრულ, ზოგჯერ კი წრფივ დალაგებას უწოდებენ. წრფივი დალაგების მაგალითებია ზემოთ განხილული R_3 და S_3 მიმართებები და R მიმართება (3-13) მაგალითიდან. მათი გამარტივებული დიაგრამები წარმოადგენენ ერთ მთლიან ჯაჭვში გაბმულ ელემენტებს. R_1 დალაგების დიაგრამა არ არის სრული, რადგან d და c არ უკავშირდებიან ერთმანეთს. ზოგჯერ, ავტორები, ნაცვლად ტერმინებისა დალაგება და დალაგებული სიმრავლე იყენებენ უფრო განზოგადებულ ტერმინებს ნაწილობრივი დალაგება და ნაწილობრივად დალაგებული სიმრავლე, რაც არც ისე მოხერხებული ტერმინებია, რადგან, ამ შემთხვევაში, ზოგიერთი ნაწილობრივი დალაგება

გამოდის სრული. მიუხედავად ამისა, ჩვენ, ზოგჯერ, ამ წიგნში სწორედ ამ ტერმინებით ვისარგებლებთ.

დასასრულს, ჩვენ შევეხებით ზოგიერთ ისეთ ცნებას, რომლებთანაც ხშირად მოგვიწევს ურთიერთობა დალაგებებთან დაკავშირებით. A სიმრავლე იწოდება R მიმართებით სავსებით დალაგებულ სიმრავლედ, თუ R არის A სიმრავლის სრული დალაგება და, გარდა ამისა, თუ A სიმრავლის ყველა ქვესიმრავლეში მოიძებნება R დალაგების მიმართ უმცირესი ელემენტი. მაგალითად, ნამდვილ რიცხვთა N={0,1,2,3,...} სიმრავლე „ნაკლებია" მიმართებით სავსებით დალაგებული სიმრავლეა (ეს დალაგება სრული დალაგებაა და, ამასთან, N სიმრავლის ყველა ქვესიმრავლე ამ დალაგებით შეიცავს უმცირეს ელემენტს). რაც შეეხება მთელ რიცხვთა Z={0,1,-1,2,-2,...} სიმრავლეს, იგი იმავე მიმართებით სრულად არ ლაგდება, რადგან ნებისმიერი მთელი რიცხვისათვის არსებობს მასზე ნაკლები მთელი რიცხვი. აღსანიშნავია, რომ ყველა სასრული წრფივად დალაგებული სიმრავლე ამავდროულად სავსებით დალაგებულია.

A სიმრავლეზე განსაზღვრული R მიმართება მკვრივია, თუ ყოველი $(x, y)\in R$ $(x \neq y)$, წყვილისათვის არსებობს ისეთი $z\in A$, რომ $x \neq z$, $y \neq z$ და, ამასთან, $(x, z)\in R$ და $(z, y)\in R$. სიმკვრივე ნამდვილ რიცხვთა სიმრავლის მეტად მნიშვნელოვანი დამახასიათებელი თვისებაა. ეს სიმრავლე ჩვენ შეგვიძლია წარმოვიდგინოთ როგორც უსასრულო სწორ ხაზზე მკვრივად განლაგებულ წერტილთა სიმრავლე. ამასთან, ცხადია, რომ მიმართება „არის უფრო დიდი ვიდრე" არ იძლევა მკვრივ დალაგებას ნატურალურ რიცხვთა სიმრავლეზე, მაშინ როდესაც იგივე მიმართება მკვრივად ალაგებს ნამდვილ რიცხვთა სიმრავლეს.

სავარჯიშოები

1. (ა) გამოიკვლიეთ ყველა ადამიანების სიმრავლეში განსაზღვრული შემდეგი მიმართებების მახასიათებელი თვისებები. ყოველ კონკრეტულ შემთხვევაში გააკეთეთ ყველაზე ძლიერი შეფასება ანუ არარეფლექსური მიმართება, თუ ის ირეფლექსურიცა, შეაფასეთ ირეფლექსურად.

   (i) x-ი არის შვილი y-ის
   (ii) x-ი არის ძმა y-ის
   (iii) x-ი არის შთამომავალი y-ის
   (iv) x-ი არის ბიძა y-ის

   (ბ) თქვენი რომელი პასუხი შეიცვლება, თუ ეს მიმართებები განისაზღვრება მხოლოდ მამრობითი სქესის ადამიანების სიმრავლეში?

2. გამოიკვლიეთ მომდევნო მიმართებების თვისებები და გაარკვიეთ არის თუ არა რომელიმე მათგანი ეკვივალენტობის მიმართება? გააკეთეთ დაყოფა, რომელსაც ის წარმოქმნის შესაბამის სიმრავლეში. თუ თქვენ არ გაქვთ ნათელი წარმოდგენა საკითხზე, შეეცადეთ ვარაუდით მოიძიოთ რაიმე ღირებული დაშვება, ჩამოაყალიბოთ ის ნათლად და გააკეთოთ სავარჯიშო მასზე დაყრდნობით.

(ა) M={(x, y) \ x და y არის მინიმალური წყვილი ინგლისური გამოთქმებისა}
(ბ) C={(x, y) \ x და y არიან ინგლისური მეტყველების ბგერები დამატებით დისტრიბუციაში}

(გ) F={(x, y) \ x და y არიან ინგლისური მეტყველების ალოფონები}
(დ) A={(x, y) \ x და y არიან ინგლისური ბგერები თავისუფალ ვარიაციაში}
(ე) Q არის სიმრავლეთა რაღაც სიმრავლეზე 'Xის ელემენტთა ოდენობა ემთხვევა Yის ელემენტთა ოდენობას' პრედიკატული ფრაზით განსაზღვრული მიმართება.

3. დავუშვათ A={1,2,3,4}

(ა) გამოიკვლიეთ მომდევნო მიმართებების, მათი შებრუნებულებისა და მათი დამატებების თვისებები. თუ რომელიმე მიმართება აღმოჩნდება ეკვივალენტობის მიმართება, აჩვენეთ დაყოფა, რომელიც ამ მიმართებით წარმოიქმნება A სიმრავლეზე.

R_1={(1,1), (2,1), (3,4), (2,2), (3,3), (4,4), (4,1)}
R_2={(3,4), (1,2), (1,4), (2,3), (2,4), (1,3)}
R_3={(2,4), (3,1), (3,4), (2,2), (1,3), (4,3), (4,2)}
R_4={(1,1), (2,4), (1,3), (2,2), (3,1), (4,4), (3,3), (4,2)}

(ბ) იპოვეთ ის ეკვივალენტობის მიმართება, რომელიც იძლევა A სიმრავლის შემდეგ დაყოფას - P={{1}, {2,3}, {4}}.

(გ) A სიმრავლის რამდენი განსხვავებული დაყოფაა შესაძლებელი?

4. რა შეცდომაა დაშვებული შემდეგ მსჯელობაში, რომლითაც მტკიცდება, რომ რეფლექსურობა არის შედეგი სიმეტრიულობისა და ტრანზიტულობისა? (ბირკოფი და მაკლეინი (1965)). - თუ (x,y)∈R, მაშინ (y,x)∈R, რადგანაც, ჩვენი დაშვებით, ეს R არის სიმეტრიული. თუ ორივე (x,y) და (y,x) არის R მიმართებაში, მაშინ (x,x) უნდა იყოს R მიმართებაში, ამ R მიმართების ტრანზიტულობის გამო. ამგვარად, დამტკიცდა, რომ ეს R მიმართება რეფლექსურია.

5. ვთქვათ A={1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30} და R მიმართება A სიმრავლეზე განისაზღვრება როგორც

R={(x, y) \ xი ყოფს yს უნაშთოდ}.

(ა) ჩამოთვალეთ R მიმართების წევრები და აჩვენეთ, რომ იგი არის არამკაცრი ნაწილობრივი დალაგება და რომ იგი არ არის სრული დალაგება.
(ბ) ააგეთ გამარტივებული დიაგრამა ამ დალაგებისათვის და დაადგინეთ ყველა მინიმალური, მაქსიმალური და, შესაბამისად, უდიდესი და უმცირესი ელემენტები.
(გ) გააკეთეთ იგივე $\wp$(B) სიმრავლისათვისა (B={a,b,c}) და 'ქვესიმრავლეა' ფრაზით მოცემული მიმართებისთვის.

თავი 4
უსასრულობა

წინა თავში გაკვრით შევეხეთ რიცხვით სიმრავლეებს, კერძოდ, დადებითი მთელი რიცხვების სიმრავლეს, რომელსაც ინტუიციურად უსასრულო სიმრავლედ განვიხილავდით. ახლა უსასრულობის ცნებას უფრო დაწვრილებით შევისწავლით.

ჩვენ ვერ დავკმაყოფილდებით უსასრულობის ისეთი განსაზღვრებებით, როგორიცაა, მაგალითად, 'რომელიც არასდროს არ სრულდება', ან 'რომლის ამომწურავი გადათვლაც პრინციპულად შეუძლებელია', რადგან ეს გამონათქვამები ისეთივე ბუნდოვანია, როგორც თვით განსასაზღვრი ტერმინი 'უსასრულო'. ჩვენ გვჭირდება იმგვარი განსაზღვრება, რომელშიც გამოყენებული იქნება ჩვენს ხელთ უკვე არსებული სიმრავლურ-თეორიული ცნებები და რომელიც თავსებადი იქნება უსასრულო სიმრავლეებზე ჩვენს ინტუიციურ წარმოდგენებთან. რამდენადაც, უსასრულო სიმრავლე გარკვეული აზრით უფრო „დიდია" ნებისმიერ სასრულ სიმრავლეზე, თავდაპირველად განვსაზღვრავთ იმას, თუ რას ნიშნავს ის, რომ ორი სიმრავლე სიდიდით ერთმანეთის ტოლია, ან ის, რომ ისინი არ არიან ერთმანეთის ტოლი.

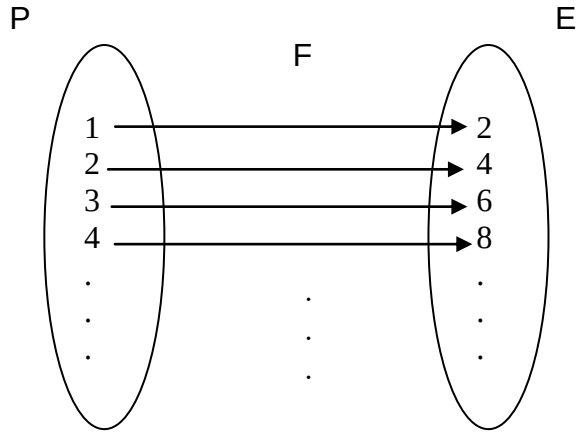
4.1 ეკვივალენტური სიმრავლეები და ოდენობითობა

ვამბობთ, რომ ორი A და B სიმრავლე ერთი და იგივე რაოდენობის წევრებს შეიცავენ ანუ არიან **ეკვივალენტურნი ანუ ტოლოდენნი** მაშინ, და მხოლოდ მაშინ, როცა არსებობს ურთიერთცალსახა ასახვა ერთი სიმრავლისა მეორეზე. მართლაც, რადგან ურთიერთცალსახა ასახვა არის ფუნქციონალური ერთზე-ერთი ზე-ასახვა შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ A და B სიმრავლეებს შორის ურთიერთცალსახა ასახვა A სიმრავლის ყოველ წევრს აწყვილებს B სიმრავლის ზუსტად ერთ წევრთან და პირიქით. ასეთ შემთხვევაში მართლაც შეიძლება ითქვას, რომ ამ სიმრავლეებს ერთი და იგივე ანუ ტოლი რაოდენობის წევრები აქვთ. იმას, რომ A და B სიმრავლეები **ეკვივალენტურნი ანუ ტოლოდენნი** არიან, ასე აღვნიშნავთ: $A \sim B$.

ტერმინები **ტოლი** და **ტოლოდენი** არ უნდა ავურიოთ ერთმანეთში. ტოლი სიმრავლეები **ერთი და იგივე წევრებისგან** იგება, მაშინ როცა ტოლოდენი სიმრავლეები **ერთი და იგივე რაოდენობის წევრებისაგან** არიან აგებულნი. ამდენად, ტოლი სიმრავლეები აუცილებლად ტოლოდენებიც არიან, მაგრამ არა პირიქით. ნიშანდობლივია ისიც, რომ ეკვივალენტობის განსაზღვრებაში არაფერია ნათქვამი იქ მოთხოვნილი ურთიერთცალსახა შესაბამისობის კერძო ბუნების შესახებ, ითქვა მხოლოდ ის, რომ ასეთი უნდა არსებობდეს.

სასრული სიმრავლეების შემთხვევაში **ტოლოდენობის** ასეთ განსაზღვრას ბუნებრივ და მოსალოდნელ შედეგებამდე მივყავართ. სიმრავლე, რომელიც ოთხი განსხვავებული წევრისგან შედგება, შეიძლება ურთიერთცალსახად ავსახოთ ნებისმიერ ისეთ სიმრავლეზე, რომელიც ასევე ზუსტად ოთხ წევრს შეიცავს. ამასთან, ვერცერთ ასეთ სიმრავლეს ურთიერთცალსახად ვერ ავსახავთ ვერცერთ ისეთ სიმრავლეზე, რომელიც შედგება ოთხზე მეტი ან ნაკლები წევრისგან. ეკვივალენტობის ანუ ტოლოდენობის მიმართება, როგორც ამას სახელიც მიგვანიშნებს, არის ისეთი მიმართება, რომლის საფუძველზეც ყველა ერთი და იგივე რაოდენობის წევრების შემცველი სიმრავლე ერთიანდება ტოლოდენობის ერთსა და იმავე კლასში. ტოლოდენობის ყოველ კლასთან შეგვიძლია დავაწყვილოთ რაღაც რიცხვი, რომელიც ტოლოდენობის ამ კლასში შემავალი სიმრავლეების წევრთა რაოდენობის აღმნიშვნელად მიიჩნევა. ასეთ რიცხვს **კარდინალურ ანუ რაოდენობრივ რიცხვს** უწოდებენ. სასრული სიმრავლეების კარდინალური

რიცხვი ზუსტად შეესაბამება ამ სიმრავლეების წევრთა რაოდენობის გამომხატველ ნატურალურ რიცხვს. ამდენად, ნებისმიერი 4 წევრიანი A სიმრავლის კარდინალური რიცხვი ანუ **ოდენობა** არის 4 და, როგორც ეს პირველ თავში ითქვა, შემდეგნაირად აღინიშნება: |A| = 4.



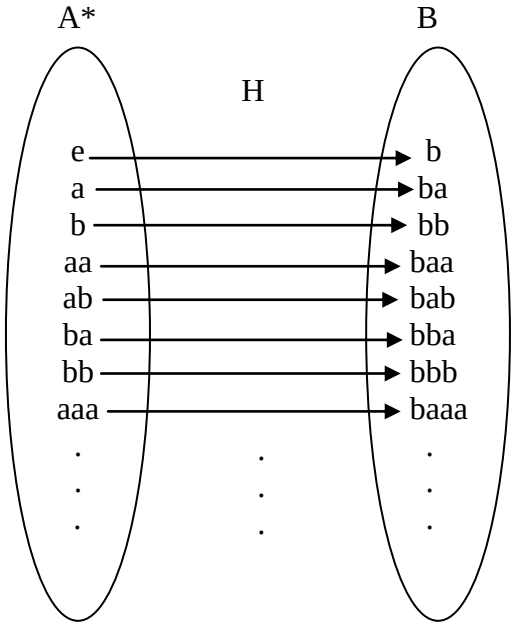
ნახაზი 4-1: დადებით მთელ და დადებით მთელ წყვილ რიცხვთა ურთიერთცალსახა ასახვა

უსასრულო სიმრავლეებისათვის ტოლოდენობის ზემომოყვანილი განსაზღვრება საკმაოდ უცნაურ ვითარებებს წარმოშობს. მაგალითად, განვიხილოთ დადებით მთელ რიცხვთა სიმრავლე P, დადებით წყვილ მთელ რიცხვთა სიმრავლე E და F ფუნქცია, რომელიც ყოველ დადებით მთელ x რიცხვს გადასახავს 2x რიცხვში, როგორც ეს 4-1 ნახაზზეა ნაჩვენები.

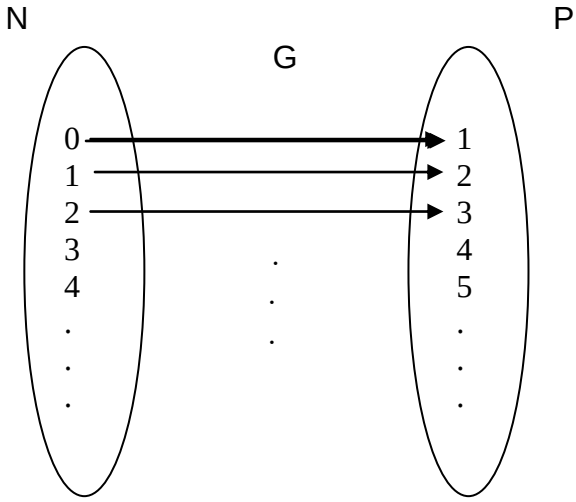
ნებისმიერი დადებითი მთელი რიცხვის ორზე გამრავლებით ყოველთვის ცალსახად განსაზღვრულ დადებით მთელ წყვილ რიცხვს ვიღებთ. ეს იმას ნიშნავს, რომ F ფუნქციის მნიშვნელობათა არე E სიმრავლეა. ამასთან, F არის ერთზე-ერთი ფუნქცია, რადგან ნებისმიერი x და y მთელი რიცხვებისათვის თუ 2x = 2y, მაშინ x = y. ამის გარდა, F არის ზე-ფუნქცია, რადგან E სიმრავლის ნებისმიერი წევრისათვის ანუ ნებისმიერი y ლუწი რიცხვისათვის არსებობს ისეთი x მთელი რიცხვი, რომ 2x = y. ამდენად, F არის ურთიერთცალსახა ასახვა და, შესაბამისად, P და E, რომლებიც ტოლოდენი სიმრავლეებია, შეიცავენ ერთი და იგივე რაოდენობის წევრებს. ეს უცნაური შედეგია, რადგან E არის P სიმრავლის საკუთრივი ქვესიმრავლე და ჩვენ შეჩვეულნი ვართ იმ აზრს, რომ სიმრავლე თავის ნებისმიერ საკუთრივ ქვესიმრავლეზე „დიდი“ ანუ „მეტოდენი” უნდა იყოს. მაგრამ, თუკი სიმრავლეთა რაოდენობრივი ტოლობის კრიტერიუმად მივიღებთ ზემოგანსაზღვრულ ტოლოდენობის ცნებას, მაშინ იმის აღიარებაც მოგვიწევს, რომ ზოგჯერ სიმრავლე და მისი საკუთრივი ქვესიმრავლე შეიძლება ტოლი რაოდენობის წევრებს შეიცავდნენ. ისევე როგორც, თუკი ჩვენ ვიტყოდით, რომ სიმრავლე ყოველთვის „დიდია“ ანუ „მეტოდენია” თავის საკუთრივ ქვესიმრავლეზე, მაშინ ისიც უნდა დაგვეშვა, რომ სხვადასხვა რაოდენობით დახასიათებადი სიმრავლეები შეიძლება ურთიერთცალსახად ესაბამებოდნენ ერთმანეთს, რაც ასევე საკმაოდ უცნაური ვითარებაა. ამგვარად, ნებისმიერ შემთხვევაში ვღებულობთ უცნაურ ვითარებას. თუმცა, ყოველთვის, როცა აღმოჩნდება, რომ სიმრავლე ასეთ უცნაურ თვისებებს ამჟღავნებს, ირკვევა, რომ ეს სწორედ ის სიმრავლეა, რომელსაც, ინტუიციურად, უსასრულოს ვუწოდებთ ხოლმე. აქედან გამომდინარე, უსასრულო სიმრავლეს ასე განვსაზღვრავთ:

განსაზღვრება 4.1 სიმრავლე იწოდება **უსასრულოდ** მაშინ, და მხოლოდ მაშინ, როცა ის თავისი საკუთრივი ქვესიმრავლის ტოლოდენია.

(4-1) მაგალითი: ნატურალურ რიცხვთა სიმრავლე N={0,1,2,3,...} უსასრულო სიმრავლეა. განვიხილოთ სიმრავლე P={1,2,3,4,...}, რომელიც N სიმრავლის საკუთრივი ქვესიმრავლეა და გავაკეთოთ 4-3 ნახაზზე ნაჩვენები გადასახვა, რომლითაც ყოველი n ნატურალური რიცხვი გადადის (n + 1) რიცხვში. N სიმრავლის ყოველ წევრს აქ შეესაბამება P სიმრავლის ერთადერთი წევრი და პირიქით. ამდენად, G არის ურთიერთცალსახა ასახვა და, შესაბამისად, P ~ N.



ნახაზი 4-2: {a, b}* სიმრავლის ერთი-ერთზე გადასახვა
თავის საკუთრივ ქვესიმრავლეზე



ნახაზი 4-3: ასახვა, რომელიც გვიჩვენებს, რომ N სიმრავლე
არის თავისი საკუთრივი ქვესიმრავლის ეკვივალენტური.

(4-2) მაგალითი: {a, b} ალფაბეტზე განსაზღვრული ყველა სასრული სიგრძის სტრიქონების A* სიმრავლე არის უსასრულო. ცხადია, რომ A* სიმრავლეში შემავალი ყველა იმ სტრიქონთა სიმრავლე, რომელიც იწყება b ასოთი ანუ B = {b, ba, bb, baa, bab, bba,...} სიმრავლე A*

სიმრავლის საკუთრივი ქვესიმრავლეა. ასახვა H, რომელიც ნაჩვენებია 4-2 ნახაზზე, არის ურთიერთცალსახა შესაბამისობა, რადგან A* სიმრავლეში შემავალი ყოველი x სტრიქონისათვის არსებობს B სიმრავლეში შემავალი ერთადერთი bx სტრიქონი და პირიქით (აქ e არის ცარიელი სტრიქონი).

ადვილი დასანახია, რომ არც ერთი სასრული სიმრავლე არ შეიძლება იყოს თავისი რომელიმე საკუთრივი ქვესიმრავლის ტოლოდენი. მაგალითისათვის განვიხილოთ ნებისმიერი {a,b,c} სიმრავლე და მისი ნებისმიერი საკუთრივი ქვესიმრავლე. **უსასრულო სიმრავლეების** განსაზღვრებაში ერთი პუნქტი ზოგჯერ გაუგებრობას იწვევს: მოთხოვნილია სიმრავლის სულ მცირე ერთი ისეთი საკუთრივი ქვესიმრავლის **არსებობა,** რომელიც ამ სიმრავლის ტოლოდენია. განსაზღვრებაში არაა ნათქვამი, რომ უსასრულო სიმრავლე ტოლოდენი იყოს თავისი **ყველა** საკუთრივი ქვესიმრავლისა, რაც, ცხადია, ვერასდროს ვერ შესრულდება. მაგალითად, N არ არის {0, 3, 18} სიმრავლის ტოლოდენი, რომელიც მისი საკუთრივი ქვესიმრავლეა.

4.2 სიმრავლეთა თვლადობა

უკვე აღინიშნა, რომ ყოველ სასრულ სიმრავლეს შეგვიძლია შევუსაბამოთ ნატურალური რიცხვი, რომელიც მის ოდენობას გამოხატავს და რომ ერთნაირი ოდენობის სიმრავლეები ქმნიან ეკვივალენტობის (ტოლოდენობის) კლასებს. ტოლოდენი უსასრულო სიმრავლეებიც შეიძლება გავაერთიანოთ კლასებში, რომელთა ყველა წევრსაც ერთი და იგივე ოდენობა ექნებათ, მაგრამ ასეთ ეკვივალენტობის კლასს კარდინალურ რიცხვად ვერ შევუსაბამებთ ვერც ერთ დადებით მთელ რიცხვს. ეს გამომდინარეობს იმ ფაქტიდან, რომ თითოეული მთელი რიცხვი არის რომელიმე სასრული სიმრავლის კარდინალური რიცხვი და არც ერთი უსასრულო სიმრავლე არ შეიძლება იყოს არცერთი სასრული სიმრავლის ტოლოდენი, რადგან სასრულ და უსასრულო სიმრავლეებს შორის არ შეიძლება არსებობდეს ურთიეთცალსახა შესაბამისობა. მიუხედავად ამისა, მოსახერხებელი იქნებოდა გვქონოდა გარკვეული სიმბოლოები, რომლებითაც აღვნიშნავდით უსასრულო სიმრავლეების კარდინალურ რიცხვებს. ერთ-ერთი ასეთი სიმბოლოა $\aleph_0$ (ალეფ ნული). $\aleph_0$ აღნიშნავს ნატურალური რიცხვების სიმრავლისა და ყველა მისი ტოლოდენი სიმრავლის კარდინალურ რიცხვს. ხაზი უნდა გაესვას იმას, რომ $\aleph_0$, როგორც უკვე ვთქვით, არაა ნატურალური რიცხვი, ე.ი. ის არ არის N={0,1,2,3,...} სიმრავლის წევრი. ყოველი ნატურალური რიცხვის შესაბამისი კარდინალური რიცხვი არსებობს, მაგრამ არსებობენ ისეთი კარდინალური რიცხვებიც, მაგალითად, $\aleph_0$, რომელთა შესაბამისი ნატურალური რიცხვები არ არსებობენ. კარდინალური რიცხვები შეიძლება გაგებულ იქნენ როგორც პასუხი კითხვაზე, თუ რამდენი წევრია სიმრავლეში. თუ ჩვენ დავსვამთ კითხვას 'სულ რამდენი ნატურალური რიცხვია?' ან 'სულ რამდენი დადებითი მთელი რიცხვია?' პასუხი იქნება კარდინალური რიცხვი $\aleph_0$.

განსაზღვრით, სიმრავლე, რომელიც არის ნატურალურ რიცხვთა სიმრავლის ტოლოდენი და რომლის კარდინალური რიცხვია $\aleph_0$, იწოდება **გადათვლადად ანუ გადათვლად უსასრულობად**. სიმრავლე, რომელიც ან სასრულია ან თვლადი უსასრულობაა, იწოდება **თვლადად**. ჩვენ ვნახეთ, რომ დადებით მთელ ლუწ რიცხვთა სიმრავლე (E 4-1 ნახაზზე) არის თვლადი. მოვიყვანოთ კიდევ რამდენიმე სხვა მაგალითიც:

(4-3) მაგალითი: მთელ რიცხვთა Z={0, +1, –1, +2, –2, +3, –3, . . . } სიმრავლე არის უსასრულოდ თვლადი ანუ გადათვლადი, რასაც N და Z სიმრავლეებს შორის არსებული ურთიერთცალსახა შესაბამისობა ადასტურებს.

$$
\begin{array}{lcccccccc}
Z = & \{0, & +1, & -1, & +2, & -2, & +3, & -3, & \ldots\} \\
F & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \\
N = & \{0, & 1, & 2, & 3, & 4, & 5, & 6, & \ldots\}
\end{array}
$$

ფუნქცია $F: Z \to N$ ასეა განსაზღვრული:

$$
F(x) = \begin{cases} 0 & \text{როცა } x = 0 \\ 2x - 1 & \text{როცა } x \text{ დადებითია} \\ -2x & \text{როცა } x \text{ უარყოფითია} \end{cases}
$$

F რომ მართლაც ურთიერთცალსახა შესაბამისობაა, იქიდანაც ჩანს, რომ Z სიმრავლის დადებით რიცხვებს ურთიერთცალსახად შეესაბამება N სიმრავლის კენტი რიცხვები, Z სიმრავლის უარყოფით რიცხვებს N სიმრავლის ლუწი რიცხვები, ხოლო Z სიმრავლის რიცხვი 0 შესაბამისობაშია N სიმრავლის რიცხვთან 0.

(4-4) მაგალითი: ნულისგან განსხვავებულ ნატურალურ რიცხვთა შებრუნებული რიცხვების $S=\{\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \ldots\}$ სიმრავლე არის გადათვლადი. ეს ჩანს S და N სიმრავლეებს შორის არსებული შემდეგი ურთიერთცალსახა შესაბამისობით:

$$
\begin{array}{lcccccccc}
S = & \{\frac{1}{1}, & \frac{1}{2}, & \frac{1}{3}, & \frac{1}{4}, & \frac{1}{5}, & \frac{1}{6}, & \ldots\} \\
G & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \\
N = & \{0, & 1, & 2, & 3, & 4, & 5, & \ldots\}
\end{array}
\qquad G(x) = \frac{1}{x} - 1
$$

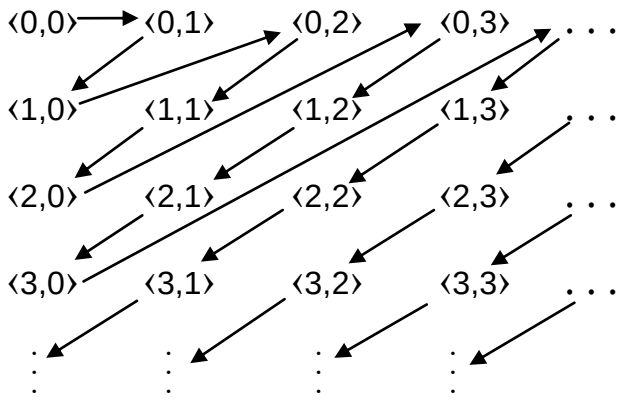
(4-5) მაგალითი: დადებითი მთელი კენტი რიცხვების სიმრავლე $F = \{1, 3, 5, 7, 9, \ldots\}$ არის გადათვლადი. მართლაც, N სიმრავლესთან მისი ერთი-ერთი ურთიერთცალსახა შესაბამისობა შეიძლება ასეთიც იყოს:

$$
\begin{array}{lcccccc}
F = & \{1, & 3, & 5, & 7, & 9, & \ldots\} \\
H & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\
N = & \{0, & 1, & 2, & 3, & 4, & \ldots\}
\end{array}
\qquad H(x) = \frac{x-1}{2}
$$

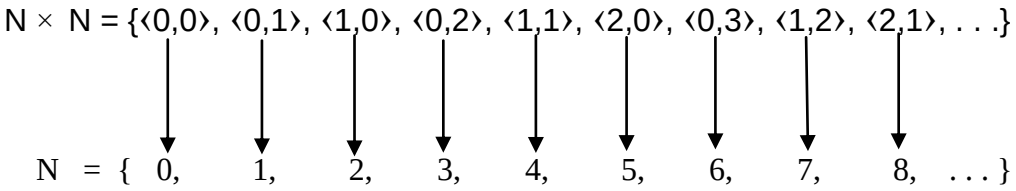
ჩვენ ვნახეთ, რომ დადებით მთელ რიცხვთა P სიმრავლეს, დადებით მთელ ლუწ რიცხვთა E სიმრავლეს და დადებით მთელ კენტ რიცხვთა F სიმრავლეს აქვთ ერთი და იგივე კარდინალური (ოდენობითი) რიცხვი. რამდენადაც $P=E\cup F$, ვინმემ შეიძლება იფიქროს, რომ P მეტ წევრს შეიცავს, ვიდრე E ან F სიმრავლეები, მაგრამ ეს ასე არაა. ამდენად, არაა აუცილებელი, რომ ორი უსასრულო სიმრავლის გაერთიანებას უფრო დიდი კარდინალური რიცხვი ჰქონდეს ვიდრე გაერთიანებაში შემავალ სიმრავლეებს აქვთ.

არსებობს თუ არა დადებით მთელ რიცხვთა სიმრავლეზე უფრო დიდი ანუ უფრო ოდენი სიმრავლეები?

ინტუიციურად შეიძლება ჩავთვალოთ, რომ ასეთია N×N დეკარტული ნამრავლის დალაგებულ წყვილთა სიმრავლე. მაგრამ, თუ წყვილებს ისეთი თანამიმდევრობით გადავთვლით, როგორც ეს ნაჩვენებია ისრებით 4-4 ნახაზზე, ვნახავთ, რომ N×N სიმრავლესა და N სიმრავლეს შორის შეიძლება დამყარდეს ურთიერთცალსახა შესაბამისობა. თუმცა, ამ შემთხვევაში, რთულია იმის დამტკიცება, რომ ეს შესაბამისობა მართლაც ურთიერთცალსახაა.



ნახაზი 4-4: (N × N) სიმრავლის წევრთა გადათვლა.



ნახაზი 4-5: ურთიერთცალსახა შესაბამისობა
(N × N) და N სიმრავლეებს შორის.

ასევე, ვინმემ შეიძლება იფიქროს, რომ რაციონალურ რიცხვთა რაოდენობა აღემატება ნატურალური რიცხვებისას, რადგან ნებისმიერ ორ ნატურალურ რიცხვს შორის არსებობს რაციონალურ რიცხვთა უსასრულო ოდენობა. გაიხსენეთ, რომ ნებისმიერი რაციონალური რიცხვი შეიძლება წარმოდგენილ იქნეს ორი მთელი რიცხვის ფარდობის სახით x/y, სადაც y≠0. მაგრამ, ირკვევა, რომ ამ სიმრავლეებს შორისაც შეიძლება დამყარდეს ურთიერთცალსახა შესაბამისობა, რაც მათ ტოლოდენობაზე მეტყველებს.

ზემოაღნიშნული ურთიერთცალსახა შესაბამისობის ასაგებად ჩამოვწეროთ დადებითი რაციონალური რიცხვები შემდეგი მატრიცის სახით:

1/1, 2/1, 3/1, 4/1, 5/1, 6/1, . . .
1/2, 2/2, 3/2, 4/2, 5/2, . . .
1/3, 2/3, 3/3, 4/3, . . .
1/4, 2/4, 3/4, . . .
1/5, 2/5, . . .
1/6, . . .
. . .

თავდაპირველად ამ მატრიცის შემადგენლებს შემდეგნაირად შევუსაბამებთ დადებით მთელ რიცხვებს: ვიწყებთ ზედა მარცხენა კუთხით და მივყვებით დიაგონალებს, რომლებსაც ერთმანეთის მიყოლებით გავავლებთ ზედა რიგიდან უკიდურესი მარცხენა სვეტისკენ. ამ

შესაბამისობის პირველი რამდენიმე წევრი იქნება: 1/1 – 1, 2/1 – 2, 1/2 – 3, 3/1 – 4, 2/2 – 5, 1/3 – 6, 4/1 – 7, და ა. შ.. ეს იმ გადათვლის ანალოგიურია, რომელიც 4-4 ნახაზზე იყო ნაჩვენები. ამის შემდეგ უარყოფით რაციონალურ რიცხვებს ანალოგიურად ვაწყვილებთ უარყოფით მთელ რიცხვებთან, ხოლო რიცხვს 0 ვაწყვილებთ რიცხვთან 0, რითაც სრულდება მთელ და რაციონალურ რიცხვებს შორის ურთიერთცალსახა თანადობის დამყარების პროცესი. ამის შემდეგ ვიყენებთ ნატურალურ რიცხვებსა და მთელ რიცხვებს შორის 4-5 ნახაზზე უკვე დამყარებულ ურთიერთცალსახა შესაბამისობას, რითაც ვიღებთ ურთიერთცალსახა შესაბამისობას ნატურალურ და რაციონალურ რიცხვებს შორის. გასაგებია, რომ თითოეული რაციონალური რიცხვი ამ პროცედურის შედეგად რამდენჯერმე ჩაიწერება, მაგალითად 1/2 ასევე მოგვეცემა 2/4-ის, 3/6-ის და ა. შ. სახით. მაგრამ, როცა უკვე ვაჩვენეთ, რომ არსებობს ურთიერთცალსახა შესაბამისობა ამ უფრო დიდ სიმრავლესა და ნატურალურ რიცხვებს შორის, იმის გაკეთება, რომ ჩამოვუყვეთ ამ ჩამონათვალს და ამოვყაროთ ის რაციონალური რიცხვები, რომლებიც მანამდე ერთხელ უკვე შეგვხვდნენ სხვა ფორმით და, ამასთან, გამეორების მიზეზით ამოგდებული რიცხვის მომდევნო წევრები ჩამონათვალში უკან გადმოვწიოთ იქ წარმოქმნილი ცარიელი ადგილების შესავსებად, სიძნელეს არ წარმოადგენს. წინასწარ განსაზღვრული პროცედურის გამოყენებით სიმრავლის წევრების ურთიერთცალსახა ასახვას ნატურალური რიცხვების სიმრავლესთან, ზოგჯერ, სიმრავლის წევრთა **ეფექტურ გადათვლას** უწოდებენ.

4.3 არათვლადი სიმრავლეები

როგორც ირკვევა არსებობს არა მხოლოდ მთელ რიცხვთა დალაგებული წყვილების ეფექტური გადათვლის პროცედურა, არამედ ასევე შესაძლებელია ეფექტურად გადავითვალოთ მთელ რიცხვთა დალაგებული სამეულები, ოთხეულები და, საზოგადოდ, მთელ რიცხვთა დალაგებული n-ენეულები სრულიად ნებისმიერი ნატურალური n-ისათვის.

ამოცანა: ჩამოაყალიბეთ მთელ რიცხვთა დალაგებული სამეულების სრულად გადამთვლელი პროცედურა, რომელიც დალაგებული ორეულებისათვის უკვე ზემოთ აღწერილი სწორხაზოვანი ბიჯითი პროცესის მსგავსი იქნება.

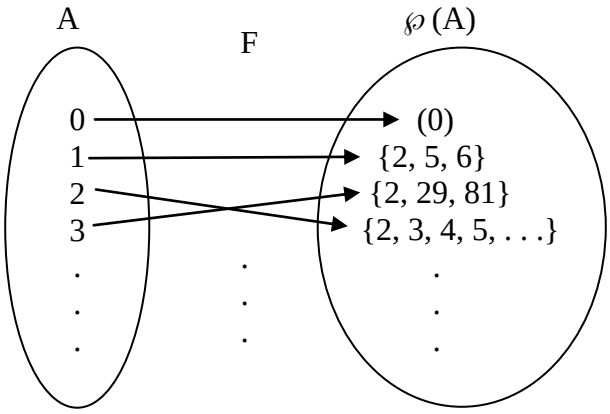
ზემოაღნიშნულიდან გამომდინარე, ნატურალურ რიცხვთა N სიმრავლის არცერთჯერადი დეკარტული ნამრავლი არ მოგვცემს ისეთ სიმრავლეს, რომლის კარდინალური რიცხვი $\aleph_0$ კარდინალურ რიცხვზე მეტია. ერთ დროს ითვლებოდა, რომ საერთოდ არ არსებობენ ისეთი სიმრავლეები, რომელთა კარდინალური რიცხვი $\aleph_0$ კარდინალურ რიცხვზე მეტია. მაგრამ, გერმანელმა მათემატიკოსმა გეორგ კანტორმა, რომელიც კლასიკური სიმრავლეთა თეორიის ფუძემდებლად ითვლება, დაამტკიცა, რომ ნებისმიერი A სიმრავლისთვის A სიმრავლის ხარისხობრივ სიმრავლეს A სიმრავლეზე მეტი კარდინალური რიცხვი აქვს. ამდენად, დამტკიცდა, რომ N სიმრავლის ხარისხობრივი სიმრავლის კარდინალური რიცხვი მეტია $\aleph_0$ კარდინალურ რიცხვზე.

თეორემა 4.1 (კანტორი (1845-1918)): ნებისმიერი A სიმრავლისთვის $|A| < |\wp(A)|$

დამტკიცება: არსებობს $\wp(A)$ სიმრავლის ისეთი ფუნქციონალური გადასახვა A სიმრავლეში, რომელიც $\wp(A)$ სიმრავლის ნებისმიერ ერთელემენტიან სიმრავლეს უთანადებს A სიმრავლის იმავე ელემენტს, ხოლო $\wp(A)$ სიმრავლეში შემავალ ყველა დანარჩენ სიმრავლეს უთანადებს A სიმრავლის ერთ რომელიმე განსაზღვრულ ელემენტს. ეს ფუნქცია არის ზე-ასახვა, რადგან, ასახვის პირობის პირველი ნაწილიდან გამომდინარე, ცხადია, რომ A სიმრავლის ყოველ წევრზე $\wp(A)$ სიმრავლის სულ მცირე ერთი წევრი მაინც აისახება. აქედან გამომდინარე, $|A| < |\wp(A)|$ ან $|A| = |\wp(A)|$, ე.ი. $\wp(A)$ სიმრავლის ოდენობაზე სულ ცოტა შეიძლება ითქვას ის, რომ იგი არაა A სიმრავლის ოდენობაზე ნაკლები. ახლა ვაჩვენოთ, რომ არ არსებობს ისეთი F ფუნქცია, რომელიც A სიმრავლეს ურთიერთცალსახად გადასახვას $\wp(A)$

სიმრავლეზე და რომ აქედან გამომდინარე ეს სიმრავლეები არ შეიძლება იყვნენ ტოლოდენნი (ეკვივალენტურნი). დავუშვათ, რომ არსებობს ასეთი $F: A \to \wp(A)$. მაშინ A სიმრავლის ყოველი წევრი გარდაისახება A სიმრავლის რომელიმე ქვესიმრავლეზე. ზოგადად, A სიმრავლის ზოგიერთი წევრი გადაისახება ისეთ ქვესიმრავლეზე, რომლის წევრი თავადაც არის, ზოგიერთი - არა. 4-6 ნახაზე F ფუნქციით 0 და 2 გადაისახებიან ისეთ სიმრავლეებზე, რომლის წევრები არიან თავად ისინი, 3 და 1 კი - არა. ახლა, დავუშვათ, B სიმრავლე შედგება A სიმრავლის მხოლოდ იმ წევრებისგან, რომლებიც გადაისახებიან ამავე წევრის არ შემცველ ქვესიმრავლეზე; ე. ი. $B = \{x \in A \mid x \notin F(x)\}$. ცხადია, B სიმრავლე A სიმრავლის ქვესიმრავლეა და, ამდენად, იგი $\wp(A)$ სიმრავლის ერთ-ერთი შემადგენელია. დაშვების თანახმად, F არის ზე-ფუნქცია, რაც იმას ნიშნავს, რომ A სიმრავლეში უნდა არსებობდეს ერთი ისეთი წევრი მაინც, რომელიც ამ B სიმრავლეში აისახება. ეს წევრი იყოს y. ახლა დავსვათ კითხვა: ეს y არის თუ არა B სიმრავლის წევრი?

1. თუ $y \in B$, მაშინ ის არის A სიმრავლის ისეთი შემადგენელი, რომელიც F ფუნქციით აისახება ისეთ სიმრავლეში, რომლის ერთ-ერთი წევრი თვითონაც არის, რაც გამომდინარე B სიმრავლის განმსაზღვრელი პირობიდან ნიშნავს იმას, რომ იგი არ უნდა ეკუთვნოდეს B სიმრავლეს. ამგვარად, თუ $y \in B$, მაშინ $y \notin B$. - მივიღეთ წინააღმდეგობა!
2. თუ $y \notin B$, მაშინ ის არის A სიმრავლის ერთ-ერთი ისეთი შემადგენელი, რომელიც არ შედის იმ სიმრავლეში, რომელშიც გადაისახა; ასე რომ, B სიმრავლის განსაზღვრის თანახმად, ის უნდა შედიოდეს B სიმრავლეში. ამგვარად, თუ $y \notin B$, მაშინ $y \in B$. ისევ



ნახაზი 4-6: სიმრავლესა და მის ხარისხობრივ სიმრავლეს შორის პირობითად დაშვებული ერთზე-ერთი შესაბამისობის ილუსტრაცია.

წინააღმდეგობას ვიღებთ!

ეს ორმაგი წინააღმდეგობა, რომელიც რასელის პარადოქსს მოგვაგონებს, გვიჩვენებს, რომ დაშვება, რომლის თანახმადაც F არის ურთიერთცალსახა შესაბამისობა, მცდარია. ამდენად, შეუძლებელია, რომ $|A| = |\wp(A)|$ და, შესაბამისად, ვასკვნით, რომ $|A| < |\wp(A)|$. ამ მნიშვნელოვანი თეორემიდან გამომდინარეობს ის, რომ არსებობს ალეფ ნულზე დიდი კარდინალური რიცხვი, რომელსაც, სასრული სიმრავლეების ანალოგიით, სადაც ნებისმიერი n-წევრიანი სიმრავლის ხარისხობრივი სიმრავლე 2^n წევრს შეიცავს, $2^{\aleph_0}$ გამოსახულებით აღნიშნავენ. მაგრამ $2^{\aleph_0}$ არ გამოხატავს არც მთელ და არც რომელიმე ნამდვილ რიცხვს, რადგან 2 ხარისხად $\aleph_0$ არ არის ინტერპრეტირებადი არითმეტიკული ოპერაცია.

თუ ავაგებთ $\wp(N)$ სიმრავლის ხარისხობრივ სიმრავლეს, მივიღებთ კარდინალურ რიცხვს $2^{2^{\aleph_0}}$, რომელიც მეტია $2^{\aleph_0}$ კარდინალურ რიცხვზე; $\wp(\wp(\wp(N)))$ სიმრავლის კარდინალური რიცხვი იქნება $2^{2^{2^{\aleph_0}}}$ და ა.შ.. ამგვარად, კანტორის თეორემა გვაძლევს უსასრულო კარდინალურ რიცხვთა მზარდ უსასრულო რიგს: $\aleph_0 < 2^{\aleph_0} < 2^{2^{\aleph_0}} < \ldots$.

არათვლადი სიმრავლის კიდევ ერთი მაგალითია 0-სა და 1-ს შორის განთავსებული ნამდვილ რიცხვთა სიმრავლე თავად ამ 0-ისა და 1-ის ჩათვლით. მას [0, 1] გამოსახულებით

აღნიშნავენ. ნებისმიერი ნამდვილი რიცხვი წარმოიდგინება მთელი, წილადური და არაწილადური რიცხვების გარკვეული ურთიერთკომბინირებით. არაწილადური რიცხვების მაგალითებია ისეთი ირაციონალური რიცხვები, როგორებიცაა $\sqrt{5}$, π, $\frac{1}{3}\sqrt[3]{2}$ და ა. შ.. ეს ისეთი რიცხვებია, რომელთა გამოხატვაც არ შეიძლება ორი მთელი რიცხვით შემდგარი წილადის სახით. რიცხვთა თეორიაში დამტკიცებულია ისიც, რომ ნებისმიერი ნამდვილი რიცხვი, სულერთია ის რაციონალური იქნება თუ ირაციონალური, შეიძლება ჩაიწეროს მთელი რიცხვისა და უსასრულო ათწილადის კომბინირებით, რომელიც ამ მთელი რიცხვის შემდგომ მდებარე წერტილს მოსდევს. მაგალითად, წილადი $\frac{1}{3}$ შეიძლება ჩაიწეროს როგორც 0.3333333... , სადაც სამი წერტილი გვიჩვენებს, რომ ეს რიგი უსასრულოა. წილადი $\frac{1}{2}$ შეიძლება წარმოდგენილ იქნეს ან როგორც 0.5 ან 0.50 ან 0.500 და ა.შ., ანდა როგორც პერიოდული (განმეორებადი) უსასრულო ათწილადი - 0.4999999... . ამ ბოლო დებულების დამტკიცება მოითხოვს ამ ათწილადების გეომეტრიულ პროგრესიებად გადააზრებას. მაგრამ, არსებობს ამ საკითხის საკმარისი დამაჯერებლობით ამხსნელი მარტივი არითმეტიკული მეთოდიც: ცნობილია, რომ $\frac{1}{9}$=0.11111... და 1=9($\frac{1}{9}$), საიდანაც ვღებულობთ 1=9(0.11111...)=0.99999... .

ნებისმიერი არაწილადური რიცხვის ათწილადური გამოსახულება უსასრულო ათწილადს იძლევა, მაგრამ, წილადური ანუ რაციონალური რიცხვებისგან განსხვავებით, იგი არ შეიცავს ციფრების განმეორებად თანამიმდევრობებს ანუ არ არის პერიოდული.

[0,1] ინტერვალის არათვლადობის დამტკიცების კანტორისეული მეთოდი გულისხმობს დაშვებას, რომ ამ სიმრავლის ყოველი რიცხვი ერთადერთი გზით წარმოიდგინება 0 მთელი რიცხვისა და უსასრულო ათწილადის მეშვეობით. მაგრამ, ამისათვის უნდა შევთანხმდეთ, რომ ის რაციონალური რიცხვები ანუ სასრული ათწილადები, რომლებიც 0-ების უსასრულო რიგის საშუალებით ჩაიწერებიან, მაგალითად, როგორიცაა 0.5000..., გამოხატული იქნენ 9-ების უსასრულო რიგით, მაგალითად როგორც 0.4999... . ახლა კი გავაკეთოთ დაშვება, რომლის მცდარობაც შემდგომში დამტკიცდება. კერძოდ, დავუშვათ, რომ სიმრავლე [0, 1] არის თვლადი. თუ ეს ასეა, მაშინ მისი წევრები შეიძლება დალაგდეს ისეთი წრფივი თანამიმდევრობით, რომელშიც შევა [0, 1] ინტერვალის ყველა წევრი. 4-7 ნახაზზე ეს მიმდევრობა $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n, \ldots$ ვერტიკალური რიგის სახითაა წარმოდგენილი და ტოლობის ნიშნის მარჯვნივ მოცემულია ყოველი x_i-ის ათწილადური გამოსახულება. a აღნიშნავს ყოველ ათწილადში შემავალ კონკრეტულ ციფრს; მაგალითად, a_{13} არის ამ თანამიმდევრობის პირველი რიცხვის ათწილადური ნაწილის მესამე ციფრი.

ახლა კი ვაჩვენოთ, რომ ამ [0, 1] სიმრავლეში არსებობს ისეთი y რიცხვი, რომელიც არ შედის $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n, \ldots$ მიმდევრობაში. განვიხილოთ რიცხვი, რომელიც შემდეგნაირად განისაზღვრება: მისი მთელი ნაწილი არის 0; პირველი ათწილადური ციფრი, a_{y1}, განსხვავდება a_{11}-ისგან; მისი მეორე ათწილადური ციფრი განსხვავდება a_{22}

$$
\begin{array}{l}
x_1 = 0.a_{11}a_{12}a_{13} \ldots a_{1n} \ldots \\
x_2 = 0.a_{21}a_{22}a_{23} \ldots a_{2n} \ldots \\
x_3 = 0.a_{31}a_{32}a_{33} \ldots a_{3n} \ldots \\
\vdots \qquad \vdots \\
x_n = 0.a_{n1}a_{n2}a_{n3} \ldots a_{nn} \ldots \\
\vdots \qquad \vdots
\end{array}
$$

ნახატი 4-7: [0, 1]-ის სავარაუდო წარმოდგენა

ციფრისაგან და, საზოგადოდ, მისი n-ური ათწილადური ციფრი a_{yn} განსხვავდება a_{nn} ციფრისგან. აქედან იმის გათვალისწინებით, რომ ამ მიმდევრობის თითოეული რიცხვი წარმოიდგინება ერთადერთი ათწილადური სახით, შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ y არ შეიძლება

იყოს x_1-ის ტოლი, რადგან ეს რიცხვები განსხვავდებიან ერთმანეთისგან პირველი ათწილადური ციფრით. y ასევე არ შეიძლება იყოს x_2-ის ტოლი, რადგან ისინი განსხვავდებიან ერთმანეთისგან მეორე ათწილადური ციფრით. ზოგადად კი, y არ შეიძლება იყოს ამ მიმდევრობის თუნდაც რომელიმე x_n რიცხვის ტოლი, რადგან ეს უკანასკნელი განსხვავებული იქნება y-ისგან n-ური ათწილადური ციფრით. არადა, ცხადია, რომ ასე განსაზღვრული უსასრულო ათწილადი $y = 0.a_{y1}a_{y2}a_{y3} \dots a_{yn} \dots$ არის [0, 1] სიმრავლეში შემავალი რიცხვი. ამგვარად, არ დასტურდება ჩვენი ვარაუდი იმის თაობაზე, რომ [0, 1] სიმრავლის ელემენტები შეიძლებოდა წარმოგვედგინა წრფივი მიმდევრობის სახით და ამდენად ეს სიმრავლე არათვლადია. წინააღმდეგობის დაშვების მეთოდით მტკიცების ეს კონკრეტული მაგალითი ცნობილია აგრეთვე როგორც დიაგონალური მტკიცების მეთოდი. ამ მეთოდის ეს დასახელება ბუნებრივად განპირობებულია y-ის აგების თავისებურებით: კერძოდ y აგებულია ისე, რომ მისი თითოეული ათწილადური თანრიგის ციფრი განსხვავდება $0.a_{11}a_{22}a_{33} \dots a_{nn} \dots$ რიცხვის შესაბამისი ათწილადური თანრიგის ციფრისაგან, რომელიც, თავის მხრივ, აგებულია ამ კვადრატული მატრიცის დიაგონალზე განლაგებული ციფრებისაგან.

ზემოაღნიშნული ამტკიცებს, რომ [0, 1] სიმრავლის კარდინალური რიცხვი მეტია $\aleph_0$ კარდინალურ რიცხვზე, მაგრამ ამით არ განისაზღვრება ის, თუ რა რიცხვია [0, 1] სიმრავლის ოდენობა. კანტორმა შეძლო ეჩვენებინა, რომ [0, 1] არის მთელ რიცხვთა ხარისხობრივი სიმრავლის ეკვივალენტური და რომ მისი კარდინალური რიცხვი არის $2^{\aleph_0}$. იგივე ოდენობის მქონეა შემდეგი სიმრავლეები: ნამდვილ რიცხვთა სიმრავლე, წრფის ყველა წერტილების სიმრავლე, სიბრტყის ყველა წერტილების სიმრავლე, n განზომილებიანი სივრცის ყველა წერტილების სიმრავლე, მთელ რიცხვთა სიმრავლის ყველა ქვესიმრავლეთა სიმრავლე და სხვა.

მრავალი წლის განმავლობაში გადაუჭრელ პრობლემად რჩებოდა კითხვა იმის თაობაზედ არსებობს თუ არა $\aleph_0$, $2^{\aleph_0}$, $2^{2^{\aleph_0}}$ და ა. შ. რიცხვებისგან განსხვავებული კარდინალური რიცხვები. მაგალითად, არსებობს თუ არა ისეთი კარდინალური რიცხვი β, რომ $\aleph_0 < \beta < 2^{\aleph_0}$ ან, სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ, არსებობს თუ არა ისეთი სიმრავლე, რომელსაც ექნებოდა N და $\wp(N)$ სიმრავლეების შუალედური ოდენობითობა. ვარაუდი, რომ ამ კითხვაზე პასუხი უარყოფითი იქნებოდა, ცნობილია **კონტინიუმ-ჰიპოთეზის** სახელით. ეს საკითხი საბოლოოდ 1963 წელს გადაწყდა. როცა პ. ჯ. კოენმა აჩვენა, რომ შეუძლებელია კონტინიუმ-ჰიპოთეზის ან დამტკიცება ან უარყოფა სიმრავლეთა თეორიის ტრადიციული დაშვებების საფუძველზე. **საკითხი იმდენად მნიშვნელოვანი მოვლენა იყო, რომ ცნობა ამის შესახებ დაიბეჭდა „New York Time"-ის იმავე 1963 წლის 14 ნოემბრის ნომრის 37 გვერდზე.** ამდენად, კონტინიუმ-ჰიპოთეზა სიმრავლეთა თეორიის სხვა აქსიომებიდან დამოუკიდებელი დებულებაა და, შესაბამისად, სიმრავლეთა თეორიას შესაძლებელია დაემატოს ის, ან მისი უარყოფა ისე, რომ ის არც ჭარბი იქნება და არც წინააღმდეგობას არ შეიტანს ამ თეორიაში.

შემდეგ მაგალითებში წარმოდგენილია დიაგონალური და ზოგიერთი სხვა მეთოდი, რომლებსაც იყენებენ იმის საჩვენებლად, რომ მოცემული სიმრავლის კარდინალური რიცხვი მეტია $\aleph_0$-ზე.

(1) ორობითი სისტემით წარმოდგენილი ყველა ნამდვილი x რიცხვების ($0 \le x < 1$) სიმრავლე. ამ სიმრავლის მიმართ ზუსტად ისევე შეიძლება გამოვიყენოთ დიაგონალური მეთოდი, როგორც ათწილადებით წარმოდგენილ [0, 1] ინტერვალის რიცხვთა სიმრავლის მიმართ. რამდენადაც ამ შემთხვევაში რიცხვების ამგები თითოეული ციფრი არის ან 0, ან 1. მტკიცების მიზნებისათვის საკმარისი ხდება დიაგონალური მეთოდით y-ის შერჩევისას გავითვალისწინოთ, რომ თუ $a_{nn} = 0$, მაშინ $y_{nn} = 1$, ხოლო თუ $a_{nn} = 1$, მაშინ $y_{nn} = 0$. რიცხვების ორობით აღნიშვნაზე მხოლოდ იმიტომ გავამახვილეთ ყურადღება, რომ ხშირად უფრო მარტივია ურთიერთცალსახა მიმართების დამყარება ორობითად წარმოდგენილ ნამდვილ რიცხვთა სიმრავლესთან, ვიდრე ათობით სისტემაში წარმოდგენილ იგივე ნამდვილ რიცხვთა სიმრავლესთან.

(2) ნატურალურ რიცხვთა სიმრავლის ყველა ქვესიმრავლეთა $\wp(N)$ სიმრავლე. ამ მაგალითში ჩვენ გამოვიყენებთ მეთოდს, რომელიც არაა ცალსახად „დიაგონალური", მაგრამ საკმაოდ ახლოსაა მასთან. 4-1 თეორემის თანახმად ჩვენ უკვე ვიცით, რომ ამ სიმრავლის კარდინალური რიცხვი $\aleph_0$ კარდინალზე დიდია, ამდენად აღნიშნული მაგალითი განიხილება მხოლოდ აქ წარმოჩენილი დამტკიცების მეთოდის საილუსტრაციოდ.

დავუშვათ, $\wp(N)$ სიმრავლეს აქვს იგივე კარდინალური რიცხვი, რაც ნატურალურ რიცხვებს, ე.ი. $\aleph_0$. მაშინ, შესაძლებელი იქნება $\wp(N)$ სიმრავლის ყველა წევრის, ე.ი. N სიმრავლის ყველა ქვესიმრავლის გადათვლა გარკვეული წრფივი მეთოდით. ვთქვათ $\wp(N)$ სიმრავლის ეს სრული გადათვლაა $S_0, S_1, S_2, \ldots$ მიმდევრობა. ასეთ პირობებში ჩვენ $S_0,S_1,S_2,\ldots$ ქვესიმრავლეებიდან შემდეგი მარტივი მეთოდით შეგვიძლია ავაგოთ N სიმრავლის ახალი, მიმდევრობაში უკვე არსებულებისაგან განსხვავებული S^* ქვესიმრავლე:

დავუშვათ, რომ ნატურალური რიცხვი 0 არის S^* ქვესიმრავლის ელემენტი მაშინ, და მხოლოდ მაშინ, როცა 0 არ არის S_0 ქვესიმრავლის წევრი, ანუ დავუშვათ, რომ $0 \in S^*$ მაშინ, და მხოლოდ მაშინ, როცა $0 \notin S_0$.

დავუშვათ, რომ $1 \in S^*$ მაშინ, და მხოლოდ მაშინ, როცა $1 \notin S_1$.

დავუშვათ, რომ $2 \in S^*$ მაშინ, და მხოლოდ მაშინ, როცა $2 \notin S_2$.

საზოგადოდ: დავუშვათ, რომ $n \in S^*$ მაშინ, და მხოლოდ მაშინ, როცა $n \notin S_n$.

ასეთ შემთხვევაში S^* არის ნატურალურ რიცხვთა სიმრავლე, ანუ N სიმრავლის ქვესიმრავლე, რომელიც განსხვავდება გადათვლაში შემავალი თითოეული ქვესიმრავლისგან სულ მცირე ერთი წევრით მაინც. თუ ნებისმიერი n ნატურალური რიცხვისთვის $n \in S_n$, მაშინ, ცხადია, რომ $S^* = \varnothing$, და ცხადია ისიც, რომ ასეთ პირობებში S^* ანუ $\varnothing$ არ შეიძლება შედიოდეს $S_0,S_1,S_2,\ldots$ გადათვლაში. ამდენად, ეს ჩამონათვალი არცერთ შემთხვევაში არ არის სრული და ამიტომაც $\wp(N)$ სიმრავლის კარდინალური რიცხვი $\aleph_0$ კარდინალურ რიცხვზე მეტი უნდა იყოს.

(3) სასრული ალფაბეტზე განსაზღვრული ყველა ენების სიმრავლე. ვთქვათ მოცემულია ალფაბეტი $V = \{a_0, a_1, a_2, \ldots ,a_n\}$; ამ V ალფაბეტით შედგენილი **წინადადება** განვსაზღვროთ როგორც V ალფაბეტის ელემენტების ნებისმიერი სასრული ჯაჭვი (დავუშვათ განმეორებებიც). V ალფაბეტის წინადადებათა ნებისმიერ სიმრავლეს **V ალფაბეტზე განსაზღვრულ ენას** უწოდებენ.

თავდაპირველად დავასაბუთოთ, რომ V ალფაბეტზე განსაზღვრული ყველა წინადადების სიმრავლის კარდინალური რიცხვია $\aleph_0$. ამისთვის ვაჩვენოთ, თუ როგორ შეიძლება დალაგდეს ეს წინადადებები ერთ წრფივ ხაზში. ჯერ გავაკეთოთ ყველა 1 სიმბოლოიანი წინადადების გადათვლა, შემდეგ ყველა 2 სიმბოლოიანი წინადადებისა და ა.შ. ყოველი ჯგუფის ფარგლებში წინადადებები შესაძლებელია ჩამოიწეროს ალფაბეტური თანამიმდევრობით, a_0 იქნება პირველი სიმბოლო, a_n კი - ბოლო. ჩამონათვალი ასე დაიწყება:

a_0
a_1
.
.
a_n
a_0a_0
a_0a_1
.

.
a_0a_n
a_1a_0
a_1a_1
.
.
a_1a_n
a_2a_0
.
.
a_na_n
$a_0a_0a_0$
.
.
$a_na_na_n$
$a_0a_0a_0a_0$
.
.

რამდენადაც ნათელია, რომ ყველა წინადადება შედის ამ ჩამონათვალში, ისინი შეიძლება გადაინომროს 0, 1, 2, ... რიცხვებით და ასე დამყარდეს ურთიერთცალსახა თანადობა წინადადებათა ამ სიმრავლესა და ნატურალურ რიცხვთა სიმრავლეს შორის.

მას შემდეგ, რაც დავადგინეთ, რომ V ალფაბეტზე განსაზღვრული **წინადადებების** სიმრავლის კარდინალური რიცხვი არის $\aleph_0$, შეგვიძლია ისიც ვაჩვენოთ, რომ V ალფაბეტზე განსაზღვრული ყველა **ენის** სიმრავლის კარდინალური რიცხვი უფრო დიდია. გთავაზობთ ამის დამტკიცების სამ სხვადასხვა მეთოდს.

(i) (დიაგონალური მტკიცება) დავუშვათ, რომ V ალფაბეტზე განსაზღვრული ყველა ენათა სიმრავლის კარდინალური რიცხვია $\aleph_0$ და რომ $L_0, L_1, L_2, \ldots$ არის ამ ენათა გადათვლა. ჩვენ უკვე გვაქვს მეთოდი, რომლის საშუალებითაც გადაითვლება V ალფბეტის ყველა წინადადება $s_0, s_1, s_2, \ldots$ მიმდევრობად. ამდენად, შეგვიძლია ავაგოთ 0 და 1 ციფრებისაგან შედგენილი უსასრულო კვადრატული მატრიცა, სადაც x_i^k არის 0, თუ s_i არ შედის, ხოლო x_i^k არის 1, თუ s_i შედის L_k ენაში.

$$
\begin{array}{c|cccccc}
 & s_0 & s_1 & s_2 & s_3 & s_4 & \ldots \\
\hline
L_0 & x_0^0 & x_1^0 & x_2^0 & x_3^0 & x_4^0 & \ldots \\
L_1 & x_0^1 & x_1^1 & x_2^1 & x_3^1 & x_4^1 & \ldots \\
L_2 & x_0^2 & x_1^2 & x_2^2 & x_3^2 & x_4^2 & \ldots \\
L_3 & x_0^3 & x_1^3 & x_2^3 & x_3^3 & x_4^3 & \ldots \\
L_4 & x_0^4 & x_1^4 & x_2^4 & x_3^4 & x_4^4 & \ldots \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots &
\end{array}
$$

მაგალითად, ენა, რომელიც მხოლოდ კენტნომრიანი წინადადებებისგან შედგება, წარმოდგენილ იქნება 010101 მიმდევრობით. ენა, რომელიც შეიცავს მხოლოდ ერთ სიმბოლოიან წინადადებებს ანუ მხოლოდ $a_0, a_1, a_2, \ldots a_n$ წინადადებებისგან შემდგარი ენა წარმოდგენილი იქნება მიმდევრობით, რომლის პირველი $n+1$ ელემენტი იქნება ერთი, ყველა დანარჩენი კი - ნული.

ახლა უკვე ჩვენ შეგვიძლია ავაგოთ ისეთი L^* ენა, რომელიც განსხვავებული იქნება ზემოჩამოთვლილი ენებისაგან. ამას ასე გავაკეთებთ: ვთქვათ $x_0^*=0$, თუ $x_0^0=1$, ხოლო $x_0^*=1$ თუ $x_0^0=0$. ანალოგიურად, x_1^* განსხვავდებოდეს x_1^1-გან, x_2^* განსხვავდებოდეს x_2^2-გან და ა.შ.; საზოგადოდ, $x_m^*=0$, თუ $x_m^m=1$, ხოლო $x_m^*=1$, თუ $x_m^m = 0$. აქედან და ზემოთ გაკეთებული შეთანხმებებიდან გამოდის, რომ s_m შედის L^* ენაში მაშინ, და მხოლოდ მაშინ, თუ s_m არ შედის L_m ენაში, რაც იმას ნიშნავს, რომ L^* სულ მცირე ერთი წინადადებით მაინც განსხვავდება ჩამონათვალში არსებული ყველა დანარჩენი ენისგან. რადგან ეს პროცედურა შეიძლება გამოყენებულ იქნეს ნებისმიერი ალფაბეტის ენათა ნებისმიერი ასეთი ჩამონათვალის მიმართ, შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ ასეთი ჩამონათვალი საერთოდ არ შეიძლება არსებობდეს და, ამდენად, სასრული V ალფაბეტის ყველა ენების სიმრავლის კარდინალური რიცხვი მეტია $\aleph_0$ კარდინალურ რიცხვზე.

(ii) მეორე მტკიცება იმ მტკიცების ანალოგიურია, რომელიც ზემოთ მოყვანილ (2) მაგალითში $\wp(N)$ სიმრავლის მიმართ გამოვიყენეთ. ვთქვათ, S არის V ალფაბეტზე განსაზღვრული ყველა წინადადებების სიმრავლის სახელი. მაშინ, რამდენადაც V ალფაბეტზე განსაზღვრული ყველა ენა არის V ალფაბეტზე განსაზღვრული წინადადებების სიმრავლე და V ალფაბეტზე განსაზღვრული წინადადებების ყოველი სიმრავლე არის V ალფაბეტზე განსაზღვრული ენა, V ალფაბეტზე განსაზღვრული ყველა ენების სიმრავლე არის S სიმრავლის ყველა ქვესიმრავლეთა სიმრავლე, ანუ $\wp(S)$. ახლა დავუშვათ, რომ V ალფაბეტზე განსაზღვრული ყველა ენების სიმრავლის კარდინალური რიცხვია $\aleph_0$. მაშინ ჩვენ შეგვეძლება ერთ ჩამონათვალში ჩამოვწეროთ ყველა ენა, ანუ $\wp(S)$ სიმრავლის ყველა წევრი - $L_0, L_1, L_2, \ldots$. ახლა კი, ამ ყველაფერზე დაყრდნობით და შემდეგი ზოგადი მეთოდით ავაგოთ $L_0, L_1, L_2, \ldots$ ენებისგან განსხვავებული ახალი L^* ენა (აქ, ცხადია ვიყენებთ S სიმრავლის წინადადებების უკვე ზემოთ დადგენილ გადათვლას). დავუშვათ, რომ $s_0 \in L^*$ მაშინ, და მხოლოდ მაშინ, როცა $s_0 \notin L_0$ და რომ $s_1 \in L^*$ მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა $s_1 \notin L_1$ და ა.შ.; საზოგადოდ, დავუშვათ, რომ $s_m \in L^*$ მაშინ, და მხოლოდ მაშინ, როცა $s_m \notin L_m$. ამდენად, L^* არის S სიმრავლის ქვესიმრავლე, რომელიც განსხვავდება ჩამონათვალის თითოეული ენისაგან ერთი წევრით მაინც, რაც ადასტურებს იმას, რომ ეს ჩამონათვალი არ შეიძლება სრული იყოს. ამგვარად, დამტკიცდა, რომ V ალფაბეტზე განსაზღვრული ყველა ენების სიმრავლის კარდინალური რიცხვი, რომელიც $\wp(S)$ სიმრავლის კარდინალურ რიცხვს ემთხვევა, არ შეიძლება იყოს $\aleph_0$.

(iii) მესამე მტკიცება არის ერთი ზოგადი მეთოდის ერთი კერძო მაგალითი: იმის საჩვენებლად, რომ მოცემული სიმრავლის კარდინალური რიცხვი მეტია $\aleph_0$ კარდინალურ რიცხვზე, საკმარისია ვაჩვენოთ, რომ არსებობს ამ სიმრავლის ურთიერთცალსახა შესაბამისობა ისეთ სიმრავლესთან, რომლის შესახებაც ვიცით, რომ მისი კარდინალური რიცხვი მეტია $\aleph_0$ კარდინალზე. რამდენადაც [0, 1] ინტერვალში ორობითი აღნიშვნებით მოცემულ ნამდვილ რიცხვთა სიმრავლის კარდინალური რიცხვი მეტია $\aleph_0$ კარდინალზე, ჩვენ V ალფაბეტზე განსაზღვრული ყველა ენების სიმრავლის კარდინალური რიცხვის შესაფასებლად დავამყარებთ ურთიერთცალსახა თანადობას ამ სიმრავლესა და ზემოაღწერილ სიმრავლეს შორის.

ყოველი ენა წარმოვადგინოთ 0 და 1 ციფრების უსასრულო მიმდევრობის სახით ისე, როგორც ეს იყო აღწერილი პირველ დამტკიცებაში. თუმცა, ამჯერად ჩვენ არ ვარაუდობთ, რომ ენების გადათვლა შესაძლებელია, რადგან უკვე ვნახეთ, რომ ამგვარ დაშვებას წინააღმდეგობამდე მივყავართ. ასეთ შემთხვევაში ცხადია, რომ ყოველი ენა შეიძლება დაწყვილდეს ერთადერთ ნამდვილ რიცხვთან [0, 1] ინტერვალიდან, რადგან თითოეული ენის მახასიათებელი უსასრულო

ათწილადი, რომელიც 0 და 1 ციფრების უსასრულო მიმდევრობაა აღნიშნავს ზუსტად ერთ და მხოლოდ ერთ ნამდვილ რიცხვს აღნიშნული ინტერვალისა, რაც საბოლოოდ ასრულებს წინამდებარე მტკიცებას.

ეს სამი მეთოდი თანაბრად ქმედითია. პირველ ორს ის უპირატესობა აქვს, რომ არ მოითხოვს რომელიმე ისეთი სიმრავლის წინასწარ ცოდნას, რომლის კარდინალური რიცხვიც $\aleph_0$ კარდინალზე მეტია. მაგრამ, თუკი ვიცით ასეთი სიმრავლე, ეს მესამე მეთოდი, ხშირად, უფრო მოსახერხებელიცაა. გარდა ამისა, მხოლოდ მესამე მეთოდი იძლევა საშუალებას ზუსტად დადგინდეს სიმრავლის კარდინალური რიცხვი იმ სიმრავლის მეშვეობით, რომლის კარდინალური რიცხვი უკვე ცნობილია. ზემოთ მოყვანილ მაგალითებში ყველა იმ სიმრავლეს, რომლის კარდინალური რიცხვიც $\aleph_0$ კარდინალურ რიცხვზე მეტი იყო, ჰქონდა ნამდვილ რიცხვთა სიმრავლის ტოლი კარდინალური რიცხვი, მაგრამ ჩვენ ეს არ დაგვიმტკიცებია არც ერთი ამ სიმრავლისთვის. არადა, ჩვენ არ შეგვიძლია ასეთი ფაქტი თავისთავად ცხადად ჩავთვალოთ, რადგან, როგორც უკვე ვნახეთ, არსებობს $\aleph_0$ კარდინალურ რიცხვზე მეტ კარდინალურ რიცხვთა ფაქტიურად უსასრულო რაოდენობა.

სიმრავლეს, რომლიც არ არის თვლადი, **არათვლადს** ანუ **არაგადათვლადს** ანუ **არაგადათვლად უსასრულობას** უწოდებენ.

4.4 უსასრულო და შემოუსაზღვრელი

ხშირად უჭირთ „უსასრულო“ და „შემოუსაზღვრელი“ ტერმინებით მოცემული ცნებების გარჩევა, განსაკუთრებით ისეთ გამონათქვამებში, როგორიცაა ‘ინგლისურ წინადადებათა სიგრძე შემოუსაზღვრელია’ ან ‘ინგლისური წინადადებები შემოუსაზღვრელი სიგრძისაა’. **შემოუსაზღვრელი** ნიშნავს ‘ზედა ზღვრის არმქონეს’, ე. ი. ისეთი ზღვრული მნიშვნელობის არმქონეს, რომელსაც უტოლდება ან რომელზეც ნაკლებია ყველა სხვა შესაძლო მნიშვნელობა. ორივე ციტირებული წინადადება უბრალოდ იმას აღნიშნავს, რომ არ არსებობს ისეთი ფიქსირებული სიგრძე, რომ ყველა ინგლისური წინადადების სიგრძე ან მას უტოლდებოდეს ან მასზე ნაკლები იყოს და ეს არ ეწინააღმდეგება გამონათქვამს, რომ ყველა ინგლისური წინადადება სასრული სიგრძისაა. იმ დაშვებიდან, რომ ინგლისური წინადადებების სიგრძე არის შემოუსაზღვრელი შეიძლება გაკეთდეს დასკვნა, რომ ინგლისურ წინადადებათა სიმრავლე უსასრულოა (იხ. მომდევნო სავარჯიშოებში მეოთხე ამოცანა), მაგრამ ასეთი დაშვების საფუძველზე არ შეიძლება დავასკვნათ, რომ რომელიმე ინგლისური წინადადების **სიგრძე** უსასრულოა.

სხვა მაგალითები:

(1) ამოზნექილი მრავალკუთხედების გვერდების რაოდენობა შემოუსაზღვრელია, რამდენადაც ნებისმიერი n გვერდიანი მრავალკუთხედისთვის არსებობს მრავალკუთხედი გვერდების $n+1$ რაოდენობით. მიუხედავად ამისა, ცხადია, რომ ნებისმიერ მრავალკუთხედში გვერდების რაოდენობა ყოველთვის სასრულია.

(2) განვიხილოთ $0<x<1$ უტოლობით განსაზღვრული ნამდვილ რიცხვთა სიმრავლე. ამ სიმრავლეში არ არსებობს უდიდესი ნამდვილი რიცხვი, მაგრამ, მიუხედავად ამისა, ამ სიმრავლეში ნამდვილ რიცხვთა სიდიდე შემოსაზღვრულია, რამდენადაც 1 სიმრავლეში შემავალ ყველა რიცხვზე მეტია. ამგვარად, ამ შემთხვევაში სიმრავლის წევრთა სიდიდე შემოსაზღვრულია, მაგრამ თავად სიმრავლე უსასრულოა.

(3) რომელიმე კონკრეტული ინგლისური ლექსიკონის გათვალისწინებით იმ ინგლისურ წინადადებათა სიგრძე, რომლებშიც არ მეორდება არც ერთი სიტყვა, შემოსაზღვრულია. ასეთ

წინადადებათა სიგრძის ზედა ზღვარი იქნებოდა მოცემულ ლექსიკონში დაფიქსირებულ განსხვავებულ სიტყვათა რაოდენობა. ამ საკითხის განხილვისას არა აქვს მნიშვნელობა, რეალურად შეიძლება თუ არა აიგოს ასეთი სიგრძის წინადადება.

როგორც ამ მაგალითებიდან ჩანს, ტერმინები 'შემოსაზღვრული' და 'უსაზღვრო' გამოიყენება ფუნქციათა მნიშვნელობების ან სიმრავლის წევრების სხვადასხვა ტიპის მახასიათებლების მიმართ; ეს ტერმინები არ აღწერენ სიმრავლეთა ოდენობას, როგორც ამას აკეთებს ტერმინი 'სასრული' ან 'უსასრულო'. მკაცრად თუ ვიმსჯელებთ, უაზრობაა 'შემოუსაზღვრელ სიმრავლეზე' ლაპარაკი, თუმცა ასეთი ფრაზა გარკვეულ კონტექსტში შეიძლება რომელიმე უფრო გრძელი ფრაზის შემოკლებულ ფორმად იქნას გაგებული. გაუგებრობის თავიდან ასაცილებლად უმჯობესი იქნებოდა საერთოდ არ გამოგვეყენებინა ტერმინები 'შემოუსაზღვრელი' და 'შემოსაზღვრული' და ზემომოტანილი წინადადების მსგავსი ფრაზები შეგვეცვალა ასეთი გამონათქვამით - 'ინგლისურ ენაში წინადადებების სიგრძისთვის არ არსებობს ზედა ზღვარი'. ამგვარად, როდესაც ტექსტში შეგვხვდება ტერმინი 'შემოუსაზღვრელი', კარგი იქნება თუ კითხვის გაგრძელებამდე ჯერ გავარკვევთ, ხომ არ არის შესაძლებელი ამ ტერმინის ზემომოცემული ფორმით შეცვლა ისე, რომ ამან რაიმე ორაზროვნება არ გამოიწვიოს.

სავარჯიშოები

1. აჩვენეთ, რომ სიმრავლეთა შორის ტოლოდენობის მიმართება ფაქტიურად ეკვივალენტობის მიმართებაა.

2. აჩვენეთ, რომ 10-ის მთელ ხარისხთა სიმრავლე {10, 100, 1000, 10,000, ...} თვლადი უსასრულო სიმრავლეა.

3. აჩვენეთ, რომ ყველა უარყოფითი მთელი რიცხვების სიმრავლე უსასრულოა.

4. ვთქვათ, ქვემოთ მოცემული დაშვებები ჭეშმარიტია:

   (i) ინგლისური წინადადებების ჩასაწერად არსებობს სასრული ალფაბეტი, რომელიც შედგება 26 ასოსგან, პუნქტუაციის ნიშნებისაგან და ცარიელი ადგილისაგან.

   (ii) ყოველი წინადადება არის (i)-ში მოცემული ალფაბეტის სასრული ჯაჭვი.

   (iii) ინგლისური წინადადებებისთვის არ არსებობს სიგრძის ზედა ზღვარი. ე.ი. ნებისმიერი წინადადებისათვის შეიძლება აიგოს უფრო გრძელი წინადადება მასზე სხვა წინადადების მიერთებით.

   როგორია ამ შემთხვევაში ყველა ინგლისური წინადადების სიმრავლის კარდინალური რიცხვი? - პასუხი დაასაბუთეთ.

5. სასტუმროს მეპატრონეს აქვს სასტუმრო, რომლის ოთახების რაოდენობა არის თვლადი უსასრულობა; მათი ნომრებია 1, 2, 3, 4, 5. ... . შაბათს ღამით სასტუმროში აღარ იყო

თავისუფალი ოთახი, მაგრამ მოვიდა ჯო დოუ და დაბინავება მოითხოვა. სასტუმროს თავაზიანმა მეპატრონემ გამოიყენა თავისი შიდატელეფონი და სთხოვა ყველა სტუმარს, რომ თუ მისი ოთახის ნომერი იყო n, გადასულიყო ოთახში ნომრით n+1. ამგვარად, ჯო დოუს შეხვდა ოთახი 1. მაგრამ, კვირას ყველამ კიდევ ერთი ღამით დარჩენა გადაწყვიტა. ამასობაში მოვიდა ფეხბურთის გუნდი მოთამაშეთა უსასრულო თვლადი რაოდენობით და ყოველი წევრისთვის თითო ოთახი მოითხოვა. როგორ განათავსებს მათ სასტუმროს თავაზიანი მფლობელი?

6. წარმოვიდგინოთ, რომ დედამიწა მოთავსებულია გიგანტურ კუზე, ეს კუ კი ორ სხვა გიგანტურ კუზეა მოკალათებული, ის ორი კუ - სამ კუზე და ასე 'დაუსრულებლად' (ანუ არ არსებობს კუთა ყველაზე ქვედა ფენა).[1]

(ა) ვთქვათ, ყოველი კუ არის რომელიმე მონოთეისტური სექტის ღვთაება (ყოველ სექტაზე - თითო კუ). როგორია ყველა ასეთი სექტის სიმრავლის კარდინალური რიცხვი?

(ბ) წარმოვიდგინოთ, რომ ყველა ამ კუთა სიმრავლის ყოველი ქვესიმრავლე არის რომელიმე სექტის ღვთაება (ათეისტურის, მონოთეისტურის, პოლითეისტურის; ეს უკანასკნელი მოიცავს ღვთაებათა როგორც სასრულ, ისე უსასრულო რაოდენობას). როგორია ყველა ასეთი სექტის სიმრავლის კარდინალური რიცხვი? (გაითვალისწინეთ, რომ ორ განსხვავებულ სექტას, მიუხედავად იმისა, რომ ისინი არ ეთაყვანებიან კუთა ზუსტად ერთსა და იმავე სიმრავლეს, შეიძლება რამდენიმე საერთო კუ ჰყავდეს ღვთაებად.)

7. კარდინალური რიცხვები ქმნიან თავის საკუთარ გამოთვლით სისტემას, რომელსაც აქვს თავისი **კარდინალური არითმეტიკა**. ამ სავარჯიშოში მოცემულია ამ სისტემის ძირითადი ცნებები. ვთქვათ, A და B არის არათანამკვეთი სიმრავლეები, სასრული ან უსასრულო, და $a = |A|$ და $b = |B|$. ახლა განვსაზღვროთ კარდინალური მიმატება (აღინიშნება $\oplus$) და კარდინალური გამრავლება (აღინიშნება $\otimes$):

$$a \oplus b = |(A \cup B)|$$
$$a \otimes b = |(A \times B)|$$

როცა ორივე, A და B სიმრავლე სასრულია, კარდინალური მიმატება და გამრავლება იგივე შედეგს იძლევა, რასაც შესაბამისი არითმეტიკული ოპერაციები მთელ რიცხვებზე.

---

[1] ამ ამოცანას საფუძვლად უდევს ლეგენდარული ამბავი, რომელიც მოთხრობილია ჯ. რ. როსის ასევე ლეგენდარული, მაგრამ ამავე დროს სრულიად რეალური სადოქტორო დისერტაციის შესავალში **(Constraints on Variables in Syntax by J. R. Ross, MIT 1967)**. რამდენადაც ამ დისერტაციის მხოლოდ ნაწილებია გამოქვეყნებული, ჩვენ ამ ანეკდოტს მოგაწვდით ისე, როგორც ეს თავად როსისგან მოგვისმენია: უილიამ ჯეიმსი კითხულობდა ლექციას კოსმოლოგიასა და მზის სისტემის სტრუქტურაზე. ლექციის შემდეგ მასთან პატარა ხანდაზმული ქალბატონი მიდის და ეუბნება: „მისტერ ჯეიმს, თქვენი თეორია იმის შესახებ, რომ მზე მზის სისტემის ცენტრია და რომ დედამიწა არის ბურთი, რომელიც მის გარშემო ბრუნავს, ბევრისთვის საკმაოდ დამაჯერებლად ჟღერს, მაგრამ მცდარია. მე უკეთესი თეორია მაქვს". „რომელი თეორია, მადამ?" თავაზიანად დაინტერესდა ჯეიმსი. „ამ თეორიის თანახმად, ჩვენ იმ დედამიწის ქერქზე ვცხოვრობთ, რომელიც გიგანტური კუს ბაქანზეა მოთავსებული". ჯეიმსმა არ მოისურვა ამ პატარა აბსურდული თეორიის გაცამტვერება თავის მეცნიერულ არგუმენტთა მთელი არსენალის გამოყენებით და გადაწყვიტა თავაზიანად მიეთითებინა ოპონენტისთვის მისი პოზიციის სუსტ მხარეებზე. „თუ თქვენი თეორია სიმართლეს შეესაბამება, მადამ, ის კუ რაღაზე დგას?" იკითხა მან. „ძალიან ჭკვიანი კაცი ხართ, მისტერ ჯეიმს, და ეს ძალიან კარგი შეკითხვაა", უთხრა პატარა ხანდაზმულმა ქალბატონმა, „მაგრამ მე მაქვს პასუხი. აი ისიც: პირველი კუ დგას მეორე, გაცილებით მასზე დიდი კუს ბაქანზე, რომელიც დგას ზუსტად მის ქვეშ". „კი მაგრამ, ეს მეორე კუ რაღაზე დგას?" დაინტერესდა ჯეიმსი. ამაზე კი პატარა ხანდაზმულმა ქალბატონმა რიხით მიუგო: „არაფერი გამოგივათ, მისტერ ჯეიმს, – კუთა რიგს დასასრული არ აქვს".

მაგრამ, როცა ერთ-ერთი მათგანი უსასრულოა ეს ოპერაციები აღარ ემთხვევა ნაცნობ არითმეტიკულ ოპერაციებს. იპოვეთ ისეთი A და B სიმრავლეების მაგალითები, რომელთათვისაც ჭეშმარიტია შემდეგი ტოლობები:

(ა) $\aleph_0 \oplus 1 = \aleph_0$
(ბ) $\aleph_0 \otimes 2 = \aleph_0$
(გ) $\aleph_0 \oplus \aleph_0 = \aleph_0$
(დ) $\aleph_0 \otimes \aleph_0 = \aleph_0$

არის თუ არა ოპერაციები $\oplus$ და $\otimes$ კომუტაციური და ასოციაციური?

8. შეიძლება დამტკიცდეს, რომ $\aleph_0$ არის უმცირესი უსასრულო კარდინალური რიცხვი. განვიხილოთ ამ მტკიცების შემდეგი დამაბნეველი კონტრმაგალითი. ავირჩიოთ კარდინალური რიცხვი x ისეთი, რომ $2^x = \aleph_0$. x არ შეიძლება იყოს სასრული, რადგან 2-ს თუ ავახარისხებთ ნებისმიერ სასრულ რიცხვზე, მივიღებთ სასრულ რიცხვს; მაგრამ x არც $\aleph_0$-ის ტოლი შეიძლება იყოს, რადგან კანტორის თეორემის თანახმად $2^{\aleph_0} > \aleph_0$. აქედან გამომდინარე, x არის $\aleph_0$-ზე მცირე უსასრულო კარდინალური რიცხვი. - რა შეცდომაა ამ მსჯელობაში?

ნაწილი B
ლოგიკა და ფორმალური სისტემები

თავი 5
ლოგიკისა და ფორმალური სისტემების სასაფუძვლო ცნებები

5.1 ფორმალური სისტემები და მოდელები

ფორმალიზაცია და აქსიომატიზაცია მნიშვნელოვანია მეცნიერული თეორიების დაფუძნების სულ უფრო მზარდი მოთხოვნებიდან გამომდინარე. ევკლიდემ დააფუძნა გეომეტრია იმის ჩვენებით, რომ სასაყრდენე ჭეშმარიტებებად მიჩნეულ და, შესაბამისად, აქსიომებად ანუ ძირეულ დებულებებად წოდებული მცირე ოდენობის ფაქტებიდან შესაძლებელია ლოგიკურად

გამოვიყვანოთ გეომეტრიული ფიგურების უკვე კარგად ცნობილი თვისებების ამსახველი ჭეშმარიტი გამონათქვამების საკმარისად დიდი ნაწილი. ნიუტონმა კი, იმის ჩვენებით, რომ სამი ძირეული დებულების საფუძველზე შესაძლებელია აიხსნას პლანეტებისა და საგანთა მოძრაობის უკვე ცნობილი კანონები, დააფუძნა მექანიკა. ორივე შემთხვევაში პირველსაწყისი დაშვებები მიჩნეული იყო ჭეშმარიტ დებულებებად. ევკლიდეს სისტემაში ისინი განიხილებოდა „თვითცხად", ნიუტონის სისტემაში კი – „ცდისეულად დადასტურებულ" ჭეშმარიტებებად. როგორც პირველ, ისე მეორე შემთხვევაში ეს თეორიული სისტემები დაკავშირებული იყო გარკვეულ ობიექტებთან. ევკლიდესთან ეს ობიექტები იყო წერტილები და წრფეები, ნიუტონის შემთხვევაში კი, საქმე გვქონდა უშუალოდ ფიზიკურ ობიექტებთან.

არაევკლიდური გეომეტრიის „აღმოჩენის" ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი შედეგი იყო ის, რომ გასაგები გახდა თეორიული სისტემების ფორმალური ანუ სინტაქსური და ინტერპრეტაციული ანუ შინაარსული ასპექტების ურთიერთგანცალკავების როგორც შესაძლებლობა, ისე საჭიროება.

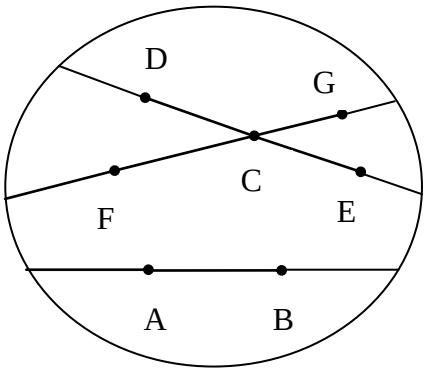
ევკლიდეს აქსიომებს შორის არის „პარალელობის პოსტულატად" წოდებული ერთი ცნობილი დებულება, რომელიც შემდეგნაირად ყალიბდება.

პარალელობის პოსტულატი: ნებისმიერ L წრფეზე არა მდებარე ნებისმიერ P წერტილზე გაივლება L წრფის პარალელური (ე.ი. არაგადამკვეთი) ერთი და მხოლოდ ერთი L′ წრფე.

იმის გამო, რომ ეს პოსტულატი დანარჩენებთან შედარებით 'ნაკლებ თვითცხადად' მიიჩნეოდა, განხორციელდა მისი დანარჩენებისაგან გამოყვანის მრავალი მცდელობა. თუმცა, ყველა ეს მცდელობა წარუმატებლად დასრულდა. ნ. ლობაჩევსკიმ და ჯ. ბოლუამ XIX საუკუნის დასაწყისში ერთმანეთისაგან სრულიად დამოუკიდებლად კიდევ ერთხელ ცადეს პარალელობის პოსტულატის დამტკიცება საწინააღმდეგოს დაშვების გზით, რომელიც ჩვენ უკვე განვიხილეთ 3.3 პარაგრაფში მიმართებებისათვის დამატების თვისების მტკიცებისას. მათ კვლევა დაიწყეს დაშვებით, რომ P წერტილზე შეიძლება გავლებულ იქნეს L წრფის პარალელური (ე.ი. არაგადამკვეთი) ერთზე მეტი წრფე, მაგრამ ნაცვლად იმისა, რომ მიეღოთ ნავარაუდევი წინააღმდეგობა, მათ ფაქტიურად პირველად ააგეს პირველი არაევკლიდურად წოდებული გეომეტრია. მათ მიერ შემოთავაზებული აქსიომათა სისტემა აღმოჩნდა არწინააღმდეგობრივი ანუ თავსებადი (ამ ცნებებს ჩვენ განვიხილავთ 8 თავში). მოგვიანებით რიმანმა ააგო კიდევ ერთი არაევკლიდური გეომეტრია, რომელშიც პარალელობის პოსტულატი ჩანაცვლებული იყო პოსტულატით, რომლის მიხედვით L წრფის გარეთ მდებარე P წერტილზე საერთოდ შეუძლებელი იყო L წრფის პარალელური წრფის გავლება. ანუ, ამ პოსტულატის მიხედვით ნებისმიერი ორი განსხვავებული წრფე აუცილებლად კვეთდნენ ერთმანეთს. ამ შემთხვევაშიც არანაირი წინააღმდეგობა არ წარმოიქმნა. ეს აღმოჩენები არანაირად არ უარყოფდნენ ევკლიდეს გეომეტრიას. თუმცა. მათ საზოგადოდ განაპირობეს ფუნდამენტური ცვლილებები აქსიომებთან დამოკიდებულებაში. ადრე აქსიომები განიხილებოდა როგორც აბსოლუტური ჭეშმარიტების გამომცნობი და აღმწერი საშუალებები, მაგრამ რიმანის, ლობაჩევსკის და ბოლუას შემდეგ დაიწყო მათი არააბსოლუტურ, არამედ შეთანხმებით ხასიათის შინაარსებად გადააზრება. ამასთან, ამ აქსიომებიდან ლოგიკური გამოყვანებით მიღებულ დებულებებს განიხილავდნენ როგორც უკვე არსებული შეთანხმებების საფუძველზე გარკვეულად გამოთვლადი მნიშვნელობების მქონე გამონათქვამებს. ამგვარად, ჩვენ აღარ ვაყენებთ კითხვას არის თუ არა რომელიმე ერთი გარკვეული კონკრეტული აქსიომა ჭეშმარიტი მთლიანი, აბსოლუტური აზრით. ამის ნაცვლად ვამბობთ, რომ იგი, ისევე როგორც დანარჩენი სხვა, შეიძლება იყოს, ან არ იყოს ასეთი. - სხვაგვარი მიდგომით აზრი არ ექნებოდა აქსიომათა გარკვეული ერთობლიობის სხვადასხვა შესაძლო მოდელების ძიებას.

ამ მიდგომებით ევკლიდეს გეომეტრია მისთვის დამახასიათებელი ჩვეულებრივი ტერმინოლოგიით უნდა გავიაზროთ ევკლიდის აქსიომატიზაციის ერთ წინასწარნაგულისხმევ კერძო მოდელად, რომელიც წარმოადგენს წერტილების, წრფეებისა და იმ ფიგურების აბსტრაგირებულ ერთობლიობას, რომლებიც ფარგლისა და სახაზავის მეშვეობით იგებიან.

ამგვარად, იმისათვის, რომ იგი გავიაზროთ ფორმალური სისტემის სახით, ჯერ უნდა შევუსაბამოთ სიტყვებს ‘წერტილი’ და ‘წრფე’ პირველსაწყისი აღნიშვნები, ვთქვათ ისეთები, როგორებიცაა ‘p’ და ‘L’. შემდგომ ამისა, ისეთი ტერმინებისა და ცნებების განსაზღვრებებში როგორებიცაა ‘პარალელურობა’, ‘სამკუთხედი’ და ა.შ. სიტყვები ‘წერტილი’ და ‘წრფე’ თანდათანობითი უნდა ჩავანაცვლოთ ამ აღნიშვნებით, რაც ამ ცნებების ’წერტილისა’ და ‘წრფის’ პირველსაწყისი ცნებებით განსაზღვრას ნიშნავს. ამის შემდეგ, თუ სიბრტყეზე ავიღებთ რაიმე ფიქსირებულ წრეწირს და ‘p’ აღნიშვნას (ე.ი. ‘წერტილს’) გავიაზრებთ როგორც ‘ამ წრეწირის შიდა წერტილი’, ხოლო ‘L’ აღნიშვნას (ე.ი. ‘წრფეს’) როგორც ‘ამ წრეწირის ღია ბოლოიანი ქორდა’ (‘წრეწირის ღია ბოლოიანი ქორდა’ არის წრეწირის შიგნით მდებარე სწორი ხაზი, რომელიც რაგინდ უახლოვდება წრეწირს, მაგრამ არ ეხება მას), მაშინ ვნახავთ, რომ მოცემულ წერტილზე შესაძლებელია მოცემული წრფის ერთზე მეტი პარალელური ანუ არაგადმკვეთი წრფის გავლება (ნახ.5.1).



ნახაზი 5-1

მართლც, თუ გამოვალთ AB წრფიდან და C წერტილიდან, ჩვენ შეგვიძლია ავაგოთ, მაგალითად, DCE და FCG წრფეები, რომელთაგან თითოეული AB წრფის პარალელურია, რამდენადაც, როგორც არ უნდა გავაგრძელოთ, ანუ რაც არ უნდა ახლოს მივიყვანოთ ეს წრფეები წრის საზღვრებთან, ისინი არასდროს არ გადაკვეთენ AB წრფეს. აქედან გამომდინარე, ეს ინტერპრეტაცია არ აკმაყოფილებს ევკლიდეს აქსიომატიკას და, ამდენად, იგი მის მოდელს არ წარმოადგენს. ეს ინტერპრეტაცია არის მოდელი ბოლუა-ლობაჩევსკის არაევკლიდური გეომეტრიისა. ხშირად, ჩვენ სწორედ მოდელის აგების მეშვეობით ვამტკიცებთ ხოლმე ამა თუ იმ აქსიომათა სისტემის თავსებადობას (‘თავსებადობა’ და ‘აქვს მოდელი’ ცნებების ურთიერთკავშირი განიხილება თავში 8 (ქვენაწილი 2)). ნებისმიერი სისტემა ან/და სტრუქტურა რომელშიც ევკლიდეს ყველა აქსიომა არის ჭეშმარიტი იწოდება ევკლიდეს აქსიომათა სისტემის მოდელად. სიბრტყის გეომეტრია არის ევკლიდეს სისტემის **სტანდარტული** ანუ **ნაგულისხმევი** მოდელი, რადგან უპირველესად სწორედ ის ჰქონდა „აზრად” ევკლიდეს, როდესაც ანვითარებდა მისეულ აქსიომატურ თეორიას.

ზოგადი ლოგიკური თვალსაზრისებით კვანტური მექანიკის განვითარება ნიუტონის ფიზიკურ სისტემასთან მიმართებაში ზემოგანხილულის ანალოგიური მოვლენაა. დღესაც ჭეშმარიტად ითვლება ყველა ის კანონი, რომელიც ნიუტონმა გამოიყვანა მის მიერვე შერჩეული სამი ძირითადი პრინციპის საფუძველზე. მაგრამ, ახლა მიიჩნევა, რომ ეს კანონები სამართლიანია გარკვეულად გამარტივებულ, მაკროსკოპულ სამყაროში. ნამდვილად არსებული ფიზიკური სამყარო დღეს აღარ განიხილება ნიუტონის ფიზიკური სისტემის მოდელად.

ზემოაღწერილ ფიზიკურ და გეომეტრიულ შემთხვევებში ჯერ აიგო კონკრეტული მოდელები, მათი ფორმალიზება გაკეთდა მოგვიანებით. ეს გზა ერთ-ერთი ჩვეულებრივი მეთოდია სხვადასხვა ემპირიკული და მათემატიკური ხასიათის კვლევების შემთხვევაში, თუმცა იგი არ არის მეცნიერული ძიებების დღეს გამოყენებადი ერთადერთი მეთოდი. დადასტურდა, რომ

მომგებიანია ფორმალური სისტემების აბსტრაქტული შესწავლა, რამდენადაც, როგორც აღმოჩნდა, მთელ რიგ განსხვავებულ სისტემებს აქვთ თვისობრივად ურთიერთმსგავსი სტრუქტურები, რაც მათი ფორმალიზებისას მსგავსი მიდგომების გამოყენებისკენ გვიბიძგებს. ფორმალური სისტემის აბსტრაქტული შესწავლა იძლევა შედეგებს, რომლებიც საზოგადოდ ძალისმიერია ფორმალური სისტემის ნებისმიერ შესაძლო მოდელში. გარდა ამისა, თუ ჩვენ ვაჩვენებთ, რომ გარკვეული სისტემა მისი ზოგადი ფორმალური სტრუქტურით ეკვივალენტურია რაიმე სხვა კარგად ნაცნობი სისტემისა, მაშინ ჩვენ საშუალება გვეძლევა უკვე ნაცნობ სისტემაში მიღებული ცოდნა გადავიტანოთ ამ ახალ, ჯერ კიდევ შეუსწავლელ სისტემაში.

საზოგადოდ, ნებისმიერი ფორმალური სისტემა შედგება:

(i) ძირითადი ცნებების რაიმე არაცარიელი სიმრავლისაგან;
(ii) აქსიომებისაგან ანუ, ძირითადი ცნებების შესახებ ჩამოყალიბებული და ჭეშმარიტად მიჩნეული დებულებებისაგან;
(iii) საშუალებებისაგან, რომელთა მიხედვით აქსიომებზე დაყრდნობილებს გამოგვყავს ახალი ჭეშმარიტი დებულებები. ესენია:

(ა) ან გამოყვანის ცხადად აღწერილი რეკურსული წესები;
(ბ) ან იმ ენის ლოგიკით, რომლითაც აქსიომებია ჩამოყალიბებული. - როგორც წესი ეს არის პრედიკატთა ლოგიკა;
(გ) ან არ არის გამოყვანის არანაირი ცხადად მონიშნული წესები და, შესაბამისად, დასაშვებია ნებისმიერი რამის გამოყვანა „რაც კი ლოგიკურად გამოიყვანება" აქსიომებიდან.

სინტაქსურად უფრო მკაცრი ფორმალური სისტემები (ერთ-ერთ ასეთს ჩვენ გავეცნობით მერვე თავში) როგორც წესი სარგებლობენ გამოყვანის (iiiა) სახის საშუალებებით.

სხვადასხვა სამეცნიერო თეორიებისა და მათემატიკის სხვადასხვა მიმართულებების ფორმალიზებისას, როგორც წესი, ცხადად ანიშნებენ ან, უკიდურეს შემთხვევაში, ნაგულისხმეობით თანხმდებიან იმ სასაფუძვლო ლოგიკისა და გამოყვანის იმ სასაფუძვლო ფორმების თაობაზე, რომლებითაც მათ მსჯელობებისას უნდა ისარგებლონ. ამასთან, მსჯელობებისა და გამოყვანებისთვის საზოგადოდ დამახასიათებელი ფორმები ლოგიკის ძირითადი შესასწავლი ობიექტებია. - ამ წიგნის ამ ნაკვეთის უმეტესი ნაწილი სწორედ ამ საკითხების ზოგად განხილვას ეძღვნება. ამგვარად, ჩვენ ვიყენებთ ლოგიკას ანუ ლოგიკურ ენას რათა ვიმსჯელოთ ისეთ სისტემებზე, როგორებიცაა სიმრავლეთა თეორია, გეომეტრია, ფიზიკა. ენა, რომლითაც ჩვენ ვმსჯელობთ სხვა სისტემებზე, **მეტა-ენად**, ხოლო ენა, რომლითაც სისტემაში ვმსჯელობთ სისტემის ობიექტებზე, **ობიექტურ-ენად** იწოდება. გასაგებია, რომ განსხვავება ამ ორი ტიპის ენებს შორის პირობითია. ასე მაგალითად, ჩვენ შეგვიძლია გამოვიყენოთ სიმრავლეთა თეორიის ენა, რომელიც ამ თეორიაში ობიექტურ-ენად განიხილება, როგორც მეტა-ენა და მისი მეშვეობით რომელიმე ფიზიკურ სისტემაზე ვიმსჯელოთ. სხვადასხვა ბუნებრივი ენები ქმნიან ენათა იმ ერთადერთ საკმარისად მდიდარ კლასს, რომელთაც ახასიათებთ რა მათივე მეტა-ენის სრულად მიერთებულობა, საკუთარ თავში არ განარჩევენ და ერთმანეთისაგან არ გამოყოფენ მეტა-ენასა და ობიექტურ-ენას. - ჩვენ ინგლისურზე ინგლისურად ვსაუბრობთ. თუმცა, ლინგვისტიკაში, აგრეთვე განვითარებულია სპეციალური ენა, რათა ვისაუბროთ კონკრეტული წინადადებების სტრუქტურებზე და სიტყვების მნიშვნელობებზე.

ამ წიგნის მერვე თავში, ჩვენ დავუბრუნდებით ფორმალურ სისტემებთან, მათ აქსიომატიზაციებთან და მოდელებთან დაკავშირებულ საკითხებს, სადაც დავეყრდნობით უკვე მაშინ საკმარისი მოცულობით დაზუსტებულ ზოგად ლოგიკურ ცოდნას და განვიხილავთ რამდენიმე საინტერესო მაგალითს. გარდა ამისა, ვნახავთ, თუ როგორ კეთდება თავად ლოგიკური სისტემის აქსიომატიზაცია. მანამდე კი, შევნიშნოთ, რომ საზოგადოდ, ნებისმიერი ლოგიკური თეორიის აქსიომატიზირებული ვარიანტი უნდა შედგებოდეს:

(i) ენობრივი გამოსახულებების განმსაზღვრელი სინტაქსისაგან;

(ii) აქსიომათა სისტემისაგან, რომელიც ამავე თეორიის ენობრივი საშუალებებით მოიცემა;

(iii) გამოყვანის წესების ცხადად მინიშნებული სიმრავლისაგან, რომელთა მეშვეობით უკვე დამტკიცებულ თეორემებსა და აქსიომებზე დაყრდნობით .გამოიყვანება (მტკიცდება) ახალი თეორემები.

5.2 ბუნებრივი ენები და ფორმალური ენები

ის ენები, რომელზედაც ვმეტყველებთ და რომლითაც ჩვეულებრივ ვურთიერთობთ ხოლმე ერთმანეთთან არიან ენები, რომელთაც ჩვენ **ბუნებრივ ენებს** ვუწოდებთ. ბუნებრივი ენები არიან ბავშვობაში პირველ ენად შეძენილი (გამომუშავებული) ენები, ანუ ის ენები, რომლითაც ვსარგებლობთ სრულიად ნებისმიერი საურთიერთობო მიზნის შემთხვევაში. მეორე მხრივ, ფორმალური ენები, როგორც წესი, შექმნილია (აგებულია) ადამიანების მიერ გარკვეული პრაქტიკული მიზნების გათვალისწინებით. მაგრამ, მიუხედავად იმისა, რომ ეს ენები არიან ხელოვნურად შექმნილი ენები, გამოყენებისას მათ შეიძლება განიცადონ გარკვეული გაფართოებითი, ევოლუციური ხასიათის ცვლილებები. ფორმალური ენის ერთ-ერთი მაგალითია სიმრავლეთა თეორიის ენა, რომელსაც თქვენ უკვე გაეცანით ამ წიგნის A ნაწილში. ფორმალური ენების მაგალითებია აგრეთვე ლოგიკური ენა, რომელსაც გავეცნობით ამ ნაწილის მეექვსე და მეშვიდე თავებში, ჩვეულებრივი არითმეტიკის ენა, პროგრამული ენები, როგორებიცაა პასკალი, ფორტრანი, პროლოგი, ლისპი და ყველა მათი შესაძლო 'დიალექტები'. გარდა ამისა, არის კიდევ გარკვეული შეთანხმებითი შინაარსის მქონე პირობით აღნიშვნათა ისეთი სისტემები, რომლებიც ასევე შეიძლება იწოდებოდნენ 'ენად'. მაგალითად, ასეთებია: მუსიკალური სანოტო სისტემა, საგზაო შუქნიშანთა სისტემა, მორზეს კოდირება და ა.შ.. მიუხედავ ამისა, მათ ჯერ-ჯერობით ჩვენი განხილვის საგანთა არის გარეთ დავტოვებთ. ლინგვისტების და განსაკუთრებით კი სემანტიკოსების ერთ-ერთი ყველაზე უფრო მეტად მნიშვნელოვანი მიზანი არის ისეთი ფორმალური ენის მოძიება, რომელიც სრულად წარმოაჩენს ბუნებრივი ენების სიღრმისეულ არსს. კერძოდ, ბუნებრივი ენების შინაარსული მხარის აღწერა-დახასიათება არის ძირითადი მიზანი ნებისმიერი გრამატიკის სემანტიკური შემადგენლისა, მიუხედავად იმისა, ის არის ფორმალური თუ ბუნებრივი ენის გრამატიკა. ისევე როგორც ნებისმიერი სხვა სახის მეცნიერული კვლევა, სემანტიკური პრობლემების კვლევაც ორიენტირებულია პრობლემის სრული გადაჭრისკენ თანდათანობით მსვლელობაზე და, შესაბამისად, იგი მიზნობრივად ირჩევს შინაარსის პრობლემის მხოლოდ გარკვეულ ნაწილებს და ამ ნაწილების მხოლოდ გარკვეულ შემადგენლებს და ფორმალურ ენებს იყენებს როგორც საშუალებას ამ არჩეული საკითხების საანალიზოდ. ლოგიკა მათემატიკის დაფუძნების პრობლემატიკის ის განშტოებაა, რომლის ფარგლებშიც განვითარდა და ჩამოყალიბდა მთელი რიგი განსაკუთრებულად მნიშვნელოვანი ფორმალური ენები და თეორიები. ამ თეორიებს შორისაა პირველი რიგის ლოგიკაც, რომელიც ამ ნაწილში შემოიტანება და რომელიც დღეს ერთ-ერთი ყველაზე უფრო მეტად ცნობილი და ყველაზე უფრო ხშირად გამოყენებადი თეორია. უკვე აღინიშნა, რომ ლოგიკური ენა შეიძლება გამოყენებულ იქნეს როგორც მეტა-ენა. ასეთ შემთხვევასთან გვაქვს საქმე, როდესაც მსჯელობა მიდის სიმრავლეთა თეორიის ობიექტებზე და, საზოგადოდ, სიმრავლეთა თეორიაზე, როგორც ობიექტურ-თეორიაზე. აღსანიშნავია, რომ ლოგიკური ენა შეიძლება ასევე გამოყენებულ იქნეს სხვა ნებისმიერ ობიექტურ თეორიაშიც აქსიომებიდან თეორემების გამომყვანი მსჯელობების ფორმალიზაციის მიზნით. ამ წიგნის ერთ-ერთი მიზანი არის საფუძვლების განვითარება ლოგიკის და ფორმალური ენების ისეთ ბუნებრივ ენებში გამოყენებისათვის, როგორიც ინგლისურია. წიგნის D ნაწილი ეძღვნება ამგვარ გამოყენებებს და, გარდა ამისა, რიგ

აქტუალურ საკითხებს ბუნებრივი ენების სემანტკაში. თუმცა, მანამდე, ჩვენ იძულებულნი ვართ შევისწავლოთ ლოგიკა და ისიც, თუ როგორ გამოვიყენოთ იგი. თუმცა, ისიც ცხადია, რომ ლოგიკის შესწავლას უკავშირდება არა მხოლოდ ზემოაღნიშნული, არამედ სხვა მნიშვნელოვანი გამოყენებებიც როგორც ლინგვისტურ, ისე არალინგვისტურ სფეროებში.

5.3 სინტაქსი და სემანტიკა

ბუნებრივ თუ ფორმალურ ენობრივ სისტემებში განსხვავება **სინტაქსსა** და **სემანტიკას** შორის დაახლოებით ისეთივეა, როგორი განსხვავებებიც არის თეორიული სისტემის ისეთ შემადგენლებს შორის როგორებიც არიან, ერთი მხრივ, ძირითადი ცნებები, ძირითადი დებულებები (აქსიომები), გამოყვანისა თუ გადაწერის წესები, და თეორემები და, მეორე მხრივ, ფორმალური სისტემის მოდელები და ინტერპრეტაციები. თუმცა, ფორმისა და შინაარსის განცალკევება, რომელიც ანტიკური ხანის პრობლემად ითვლება, დღესაც ქმნის გარკვეულ სიღრმისეულ სირთულეებს. ენობრივ სისტემებში ზოგჯერ ვერ ხერხდება გაივლოს მკაფიო გამყოფი ხაზი სემანტიკურ და სინტაქსურ საკითხებს შორის. როგორც ჩანს მათ გააჩნიათ ბევრი ისეთი თვისება, რომლებიც ერთდროულად უკავშირდებიან როგორც სინტაქსურ, ისე სემანტიკურ საკითხებს. მიუხედავად ამისა, არსებობს საერთო შეთანხმება, რომლის მიხედვითაც ცხადად განირჩევა ერთმანეთისაგან სინტაქსური და სემანტიკური შემადგენლები. ასე მაგალითად, აქსიომების, გამოყვანებისა და გადაწერის ფორმალური წესების საფუძველზე მათემატიკურად მკაცრი დამტკიცებების აგება სინტაქსურ პრობლემატიკად ითვლება, მაშინ როდესაც გარკვეული აქსიომათა სისტემის არაწინააღმდეგობრიობის (თავსებადობის) მტკიცება იმის ჩვენებით, რომ ამ აქსიომათა სისტემას აქვს მოდელი სემანტიკური ხასიათის პრობლემატიკად არის მიჩნეული. სინტაქსურ ასპექტებად მიიჩნევა ის ფორმირებულობის, წარმოქმნის, მტკიცების და სხვა ცნებები, რომლებიც განისაზღვრებიან გამოსახულებებთან მიკავშირებული ტერმინებით. სემანტიკურ ასპექტებად მიიჩნევა ჭეშმარიტების, გამოყვანის და სხვა ისეთი ცნებების ისეთი თვისებები, რომლებიც გააჩნიათ გამოსახულებებს და რომლებიც დაკავშირებულნი არიან მოდელებთან და ინტერპრეტაციებთან და, ამავდროულად, არ არიან დაკავშირებულნი ერთმანეთთან, როგორც გამოსახულებებთან.

ფორმალური სისტემების შესწავლისას მკაფიოდ დადასტურდა ანალიზისა და მტკიცებების როგორც სინტაქსური, ისე სემანტიკური მეთოდების ღირებულება და მნიშვნელობა. ამ ორიდან ვერცერთზე ვერ ვიტყვით, რომ ის უფრო არსებითია, ან უფრო კანონიერი. როდესაც ვფიქრობთ რაიმე კონკრეტული კითხვის პასუხზე, ან იმაზე, ხასიათდება თუ არა მოცემული ფორმალური სისტემა ამა თუ იმ კონკრეტული თვისებით, ირკვევა, რომ გარკვეულ შემთხვევებში მათგან თითოეული შეიძლება იყოს უფრო პირდაპირიც და ხელსაყრელიც, ვიდრე მეორე. ლოგიკის მეტათეორიის მრავალი მნიშვნელოვანი შედეგი უკავშირდება სინტაქსისა და სემანტიკის ურთიერთმიმართებებს. აღსანიშნავია, რომ ისეთი სამეცნიერო დისციპლინა, როგორიცაა მოდელების თეორია, მკაფიოდ არის დაკავშირებული სემანტიკური საშუალებების გამოყენებასთან ლოგიკასა და მათემატიკაში.

პროგრამა, რომელიც შეისწავლის სისტემებს მხოლოდ სინტაქსურად, ყოველგვარი ცხადი თუ არაცხადი მცდელობის გარეშე განიხილოს მათი შინაარსული შემადგენლებიც, იწოდება ფორმალისტური კვლევების პროგრამად, რომელიც მათემატიკის დაფუძნების სფეროში ცნობილია ჰილბერტის პროგრამად, ხოლო გენერაციულ გრამატიკაში სინტაქსის დამოუკიდებელი შესწავლის ჩომსკის პროგრამად. ეს უკანასკნელი დღეს უკვე წინა პროგრამის ერთგვარ სრულ გაფართოებად ფასდება. თანამედროვე გენერაციული სინტაქსი ფორმალური ენებისა და ავტომატების მათემატიკური თეორიის ერთ-ერთი განშტოებაა, რაც ზემოთ გაკეთებული სავარაუდო შეფასების პირველ სინტაქსურ ინიციატივად უნდა ჩაითვალოს, რამდენადაც მას საქმე აქვს მხოლოდ ტექსტთა გადამწერ და სიმბოლოთა დამმუშავებელ სისტემებთან. სემანტიკა, „ფორმალური სემანტიკის" თანამედროვე ტრადიციული ჩარჩოებით

განშტოვდა ლოგიკასა და მოდელების თეორიაში და, შესაბამისად ამისა, მან ბევრი რამ აიღო იმ მეთოდებისაგან, რომლებიც ლოგიკოსების მიერ ლოგიკისა და ფორმალური ენების თეორიის ფარგლებში უკვე დამუშავებული იყო. ირონიას იწვევს ის, რომ ტერმინი „ფორმალური სემანტიკა" იქცა სტანდარტულ სახელად სემანტიკისადმი იმ მოდელურ-თეორიული მიდგომისა, რომელიც, როგორც უკვე აღინიშნა, ნამდვილად არ წარმოადგენს ფორმალისტურს ზემოთ აღნიშნული მკაცრი აზრით.

ლოგიკის გარეთ ტერმინი **სემანტიკა** ხშირად გაიგება ბევრად უფრო ფართო შინაარსით, კერძოდ, როგორც ნებისმიერი რამ, რაც გარკვეულად დაკავშირებულია მნიშვნელობასთან. გარდა ამისა, ლინგვისტიკაში არის ამ ტერმინის გამოყენების მრავალი სრულიად განსხვავებული არე, რომელთა გათვალისწინებით დღესაც მიმდინარეობს დისკუსიები, თუ როგორ უნდა განისაზღვროს მისი თეორიული, სუფთა მეცნიერული ჩარჩოები. ერთი თვალსაზრისით ორაზროვნების პრობლემები ცალსახად მიეკუთვნება ბუნებრივი ენებისათვის დამახასიათებელ სემანტიკურ პრობლემატიკას. ამასთან, უკვე ცხადია, რომ ერთმანეთისგან უნდა განირჩეს ე.წ „სინტაქსური" და „სემანტიკური" ორაზროვნებები. მომდევნო თავში ჩვენ დავეყრდნობით ამ ტერმინის ლოგიკისთვის დამახასიათებელ და ბევრად უფრო მკაფიოდ ჩამოყალიბებულ გამოყენებას, რომლის მიხედვითაც **სემანტიკა** შეისწავლის ფორმალურ სისტემებსა და მათ ინტერპრეტაციებს შორის ურთიერთმიმართებებს.

5.4 გამონათქვამთა ლოგიკისა და პრედიკატული ლოგიკის შესახებ

მეექვსე და მეშვიდე თავში ჩვენ შევისწავლით ორ ლოგიკურ სისტემას: **გამონათქვამთა ლოგიკას,** რომელსაც ზოგჯერ **პროპოზიციულ აღრიცხვას**, ზოგჯერ კი **გამონათქვამთა აღრიცხვასაც** უწოდებენ და **პრედიკატულ ლოგიკას,** რომელიც **პირველი რიგის პრედიკატთა აღრიცხვადაც** იწოდება. თითოეული მათგანი განხილული იქნება როგორც საკუთარი სიტყვარის ანუ ალფაბეტის მქონე ფორმალური ენა, საკუთარი სინტაქსური და სემანტიკური წესებით. თუმცა, ჩვენ ვნახავთ, რომ ამ ენების სინტაქსური და სემანტიკური წესები ბევრად უფრო მარტივია ნებისმიერი ბუნებრივი ენის სინტაქსურ და სემანტიკურ წესებზე. ეს სიმარტივე მათი უპირატესობაა, რაც, რა თქმა უნდა, განპირობებულია იმით, რომ მათი კონსტრუირებისას გამიზნული იყო თავიდან აგვეშორებინა ორაზროვნება და ბუნებრივი ენებისათვის დამახასიათებელი სხვა სირთულეები. მაგალითად, ამ ლოგიკური ენების წინადადებები არიან მხოლოდ დეკლარაციული და, შესაბამისად ამისა, ამ ენებში არ განიხილება ინტერროგაციული, იმპერატიული, პერფორმაციული და სხვა ბუნებრივი ენებიდან კარგად ცნობილი ტიპის წინადადებები. გარდა ამისა, ამ ლოგიკურ ენებში რთული წინადადებების ჩამოსაყალიბებლად წინადადებების ერთმანეთთან შემაერთებელი საშუალებები ძლიერ შეზღუდულია. თქვენ ამ ენებში ნახავთ უხეშ ანალოგებს ბუნებრივი ენიდან თქვენთვის ნაცნობ წინადადებათა ისეთ ლოგიკურ მაკავშირებლებთან როგორებიცაა **და, ან, არ, თუ ... მაშინ, და მაშინ, და მხოლოდ მაშინ,** თუმცა თქვენ აქ ვერ ნახავთ ვერც უხეშ ანალოგებს ენაში არსებული ისეთი კავშირებისა, როგორებიცაა **რადგან**, **სანამ**, **თუმცა, მაგრამ** და სხვა კიდევ მრავალი ენობრივი კავშირი. პრედიკატთა ლოგიკაში თქვენ ნახავთ აგრეთვე ბუნებრივი ენის ზოგიერთი ისეთი განმსაზღვრელების მეწყვილეებს როგორებიცაა **ზოგიერთი, ყველა, არცერთი, თითოეული, ყოველი,** მაგრამ ვერ ნახავთ მეწყვილეებს ისეთებისა როგორებიცაა **უმეტესობა, ბევრი, ცოტაოდენი, რამოდენიმე, ნახევარი** და ა. შ.. ლოგიკა, როგორც სამეცნიერო დისციპლინა, შეისწავლის აზროვნებას, როგორც ფიზიოლოგიაში არსებულს და არა როგორც ფიზიოლოგიურ პროცესს, რომელიც ფსიქოლოგიის შესწავლის საგანია. ამასთან, ლოგიკა შეისწავლის აზროვნებას იმ მიზნით, რომ გამოარჩიოს მისი **მართებული** და **ჭეშმარიტი** ფორმები მისივე **არამართებული** და **არაჭეშმარიტი** ფორმებისაგან. მაგალითად, ჩვენ ინტუიციურად ვხვდებით, რომ მსჯელობა (5-1) მართებულია, რამდენადაც დასკვნა ანუ სწორი ხაზის ქვემოთ

განთავსებული წინადადება არის გარდაუვალი შედეგი ხაზის ზემოთ განთავსებული წინაპირობებისა. სხვაგვარად რომ ვთქვათ, ეს იმას ნიშნავს, რომ თუ ჩვენ შევთანხმდებით (5-1) მსჯელობის წინაპირობების ჭეშმარიტებაში, მაშინ, ლოგიკურად, ჩვენ ვერანაირად ვერ უარვყოფთ დასკვნის სამართლიანობას.

(5-1) **ყველა ადამიანი მოკვდავია (არის მოკვდავი)**
სოკრატე ადამიანია (არის ადამიანი)

ამგვარად, სოკრატე მოკვდავია (არის მოკვდავი)

ამის საპირისპიროდ, ადვილად დავასკვნით, რომ (5-2) მსჯელობა არამართებულია:

(5-2) **ყველა კატა ძუძუმწოვარაა (არის ძუძუმწოვარა)**
ყველა ძაღლი ძუძუმწოვარაა (არის ძუძუმწოვარა)

ამგვარად, ყველა კატა ძაღლია (არის ძაღლი)

ეს იმიტომ, რომ (5-2) დასაბუთებაში (მსჯელობაში) კიდევაც თუ დავუშვებთ წინაპირობების ჭეშმარიტებას, ჩვენ მაინც შევძლებთ შედეგის ანუ დასკვნის უარყოფას.

ნებისმიერი ფორმალური ლოგიკური სისტემა ჩაფიქრებულია ისეთ სისტემურ აღრიცხვად, რომელიც ეფუძნება ჩვენს რომელიმე ზემოაღნიშნულგვარ ინტუიციურ დასკვნას. განხილული მაგალითების შემთხვევაში ეს ფორმალური ლოგიკური სისტემა პრედიკატთა ლოგიკაა. საზოგადოდ, ამგვარი გამოყენებებისას ლოგიკური ენა გვემსახურება როგორც ბუნებრივი ენის ერთგვარი გამარტივებული მოდელი. იგი აგებულია ისე, რომ წარმოდგენილი მსჯელობების სამართლიანობის გამოთვლა შესაძლებელი გახდეს მარტივი და დასაბუთებული მიდგომებით. ნებისმიერი ენობრივი მსჯელობის მართებულობის საკითხი მარტივად შეიძლება შემოწმდეს, თუ ჯერ გავაკეთებთ მის თარგმანს ლოგიკურ ენაში და თან დავასაბუთებთ ამ თარგმანის სამართლიანობას. ასე მაგალითად, (5-1) მსჯელობა პრედიკატთა ლოგიკის ენაში შეიძლება ითარგმნოს როგორც (5-3). მეშვიდე თავში ვნახავთ, რომ ეს სამართლიანი თარგმანია.

(5-3) $(\forall x)(H(x) \rightarrow M(x))$
$H(s)$

$\therefore$ $M(s)$

ცხადია, რომ ამგვარი მიდგომის წარმატება დამოკიდებულია თარგმანის სიზუსტეზე. – მხედველობაში გვაქვს ლოგიკური ენების ისეთი ძირითადი თვისობრივი მახასიათებელი, როგორიცაა ჭეშმარიტობა და მცდარობა.

ერთ-ერთი გამართლება მსჯელობების ზემოაღწერილი გზით დამუშავებისა ის არის, რომ ბუნებრივ ენაში გარეგნულად განსხვავებული მსჯელობები ხშირად დასაბუთებათა ანუ მსჯელობათა ერთი და იგივე ფორმებს იძლევიან. ასე მაგალითად, ჩვენ ვნახავთ, რომ (5-1) დასაბუთებიდან შეგვიძლია ვაწარმოოთ ასევე მართებული, მაგრამ მისგან განსხვავებული დასაბუთება მასში საკუთარი და საზოგადო სახელების სისტემური ჩანაცვლებით:

(5-4) **ყველა კურდღელი მღრნელია (არის მღრნელი)**
პეტერი კურდღელია (არის კურდღელი)

ამგვარად, პეტერი მღრნელია (არის მღრნელი)

ცხადია, რომ სამართლიანობა (5-1) და (5-4) დასაბუთებისა არ არის დამოკიდებული მათში არსებული ისეთი სიტყვების მნიშვნელობებზე როგორებიცაა **ადამიანი, სოკრატე, კურდღელი, პეტერი, მოკვდავი, მღრნელი,** არამედ არის შედეგი იმ ზოგადი ლოგიკური სქემისა, რომლის მიხედვითაც ეს სიტყვები არიან განლაგებულნი. ჩვენ აგრეთვე ვნახავთ, რომ სიტყვა **ყველა** შემადგენელი ნაწილია ამ სქემისა, რაც დასტურდება იმით, რომ თუ ჩავანაცვლებთ მას სიტყვით **ზოგიერთი** მივიღებთ მცდარ დასაბუთებას:

(5-5) **ზოგიერთი ადამიანი მოკვდავია (არის მოკვდავი)**
სოკრატე ადამიანია (არის ადამიანი)

ამგვარად, სოკრატე მოკვდავია (არის მოკვდავი)

შევნიშნოთ, რომ (5-5) დასაბუთების დასკვნა, მიუხედავად იმისა, რომ იგი ჭეშმარიტებაა, ლოგიკურად არ გამომდინარეობს წინაპირობებიდან. ამგვარად, ჩვენ შეგვიძლია ვთქვათ, რომ (5-1) და (5-4) დასაბუთებები არიან კერძო შემთხვევები (5-6) ლოგიკური სქემის მქონე ჭეშმარიტი ანუ მართებული დასაბუთებისა.

(5-6) **ყველა Xი Yია (არის Yი)**
aი Xია (არის Xი)

ამგვარად, aი Yია (არის Yი)

ანალოგიურად, (5-2) არის კერძო მაგალითი დასაბუთების შემდეგი არამართებული სქემისა:

(5-7) **ყველა Xი Yია (არის Yი)**
ყველა Zი Yია (არის Yი)

ამგვარად, ყველა Xი Zია (არის Zი)

ამგვარად, ნებისმიერი ლოგიკური ენა ისეა აგებული, რომ უზრუნველყოფილი იქნეს როგორც თარგმნის, ისე დასაბუთების მცდარობისა თუ ჭეშმარიტობის გამომთვლელი მარტივი, ეფექტური გზები. პრედიკატთა ლოგიკა, როგორც უკვე ვნახეთ, ამუშავებს ზემოგანხილული სახის სქემებს, მაშინ როდესაც გამონათქვამთა ლოგიკაში ასეთი სქემები ვერ მუშავდება, რადგანაც იგი აგებულია მხოლოდ დასაბუთებათა ისეთი სქემების დასამუშავებლად, რომელთა სამართლიანობა დამოკიდებულია ისეთ კავშირებზე, როგორებიცაა **და, ან** და **თუ ... მაშინ** და არ არის დამოკიდებული ისეთ სიტყვებზე როგორებიცაა **ყველა** და **ზოგიერთი.**

მათემატიკური და ბუნებრივი ენების ლოგიკა
და თანამედროვე სასწავლო მიზნები

ლოგიკისა და ენის გაერთიანებული ქართული ჯგუფი
კ. გაბუნია, ლ. ლეკიაშვილი, თ. თევზაძე, გ. ნადიბაიძე, ვ. ფხაკაძე, კ. ფხაკაძე, ბ. ცხადაძე

უკვე მეორე წელია ქვეყანაში მიმდინარეობს სასწავლო და სამეცნიერო სფეროთა ფორსირებული რეფორმირების პროცესი. აღნიშნულ სფეროთა რეფორმირებისა და მათი ახალ სახელმწიფოებრივ და საზოგადოებრივ რეალობებზე მორგების აუცილებლობაზე დღეს აღარ კამათობენ. მაგრამ, არის რიგი პრობლემატური საკითხებისა. ასე მაგალითად, რეფორმის მიხედვით სასკოლო სწავლების ძირითადი აქცენტი ინფორმაციის მოცულობაზე ორიენტირებული სწავლების სანაცვლოდ ზოგადი ენობრივ-აზროვნებითი უნარ-ჩვევების განვითარებაზეა გადატანილი, რაც, ცხადია, სწორად არჩეული სასწავლო პრიორიტეტია. თუმცა, ის, თუ რა მეთოდებით უნდა ვისარგებლოთ ამგვარად ორიენტირებული სწავლების ოპტიმალურად წარმართვისათვის, მნიშვნელოვანი პრობლემატური საკითხია.

რეფორმირების პროცესში მყოფი პოსტსაბჭოური სასწავლო სისტემის ძირითადი ნაკლი სასწავლო სივრციდან ისეთი უმნიშვნელოვანესი დისციპლინების გატანა იყო, როგორებიცაა ლოგიკა და რიტორიკა. თავის დროზე სწორედ ამ დისციპლინებს ეყრდნობოდნენ ზოგადი აზროვნებითი უნარ-ჩვევების განსავითარებლად. ამგვარად, სასკოლო სივრცეში ლოგიკისა და რიტორიკის, ანუ სწორი წერითმეტყველებითი და ზეპირმეტყველებითი აზროვნებითი უნარების განვითარებაზე უშუალოდ ორიენტირებული სწავლებათა თანდათანობითი დაბრუნება ძირეულ აუცილებლობად მიგვაჩნია. ამასთან, ეს უნდა მოხდეს არა ამ სწავლებათა ძველი, ტრადიციული ფორმებით, არამედ მათი თანამედროვე მეთოდებისა და შინაარსების გათვალისწინებით.

ამ სწავლებათა თანამედროვე სტრატეგია დასავლეთში დიდი ხანია ჩამოყალიბდა მათემატიკური და ბუნებრივი ენების ლოგიკის ურთიერთშეჯერებული და ერთმანეთით გაწონასწორებული სწავლების სახით. ამგვარად, უკვე არსებული დასავლური გამოცდილებიდან გამომდინარე, ვთვლით, რომ რეფორმის ერთ-ერთ ძირითად ხაზად მათემატიკური ენის და ქართული ენის ზოგადი ლოგიკური საფუძვლების და მათი შინაარსული ურთიერთმიმართებების სწავლება უნდა იქცეს. – წინააღმდეგ შემთხვევაში გამოვა, რომ სასწავლო მიზანი კი სწორად შეირჩა, მაგრამ სასწავლო სტრატეგია ძირეულადვე აშორდა მიზნობრივ მოთხოვნებს.

„დასაბუთების გარეშე არ არსებობს მეცნიერება. ხოლო თავად დასაბუთებას, მის კანონებსა და წესებს ლოგიკა სწავლობს" (იხ. კ. ბაქრაძის „ლოგიკა") – ეს თვალსაზრისი საკმარისი საბუთია იმისა, რომ ლოგიკას სასკოლო და საუნივერსიტეტო სივრცეში მისი აქ მონიშნული როლისა და მნიშვნელობის შესაბამისი ფუნდამენტური ადგილი ეკავოს. – სამწუხაროდ, დღემდე საქართველოში ეს ასე არ არის!

ამ ვითარების ერთ-ერთი მიზეზი ისაა, რომ ყოფილ საბჭოთა პოლიტიკურ სივრცეში, რომლის ერთ ნაწილს ჩვენც წარმოვადგენდით, ლოგიკა, მისი თანამედროვე ანთროპოლოგიური ხასიათის კვლევითი ინტერესების გათვალისწინებით, ცრუ მეცნიერებად მიიჩნეოდა.

საფიქრებელია, რომ იმდროინდელი საბჭოური სისტემის იდეოლოგებს შესანიშნავად ესმოდათ ამგვარი ლოგიკის ზოგადი ანთროპოლოგიური ფუნქციები. თუმცა, რადგან მათ ინტერესებში იყო არა ადამიანების სააზროვნო ინსტრუმენტებით აღჭურვა და მათი თავისუფლად მოაზროვნე პიროვნებებად ჩამოყალიბება, არამედ, პირიქით, ამ ადამიანების ინსტრუმენტებად ქცევა და ამ ინსტრუმენტებით უკვე განსაზღვრული მიზნების განხორციელება, სრულიად შეგნებულად ცდილობდნენ ლოგიკის იგნორირებასა და მისი სიღრმისეული მნიშვნელობების დაკნინებას. სხვაგვარად ვერ აიხსნება ის, რომ მეფის რუსეთის საგიმნაზიო

სწავლებაში ერთ-ერთი ფუნდამენტური საგანი ლოგიკა, რომელიც ინერციით დიდხანს მოჰყვებოდა საბჭოურ სასკოლო სისტემას, ბოლოს[1] მაინც ამ სივრცის გარეთ აღმოჩნდა.

ამგვარად, გასაგები უნდა იყოს, რომ დღევანდელ ქართულ საგანმანათლებლო სისტემაში თანამედროვე მათემატიკური და ბუნებრივი ენების ლოგიკის არაადეკვატური როლი და მონაწილეობა საბჭოური სისტემის იდეოლოგიური კონიუნქტურით განპირობებული ინერციული მოვლენაა. ამასთან, სასკოლო სისტემაში ამ დისციპლინების დაბრუნებას და ახალი სასწავლო ორიენტირების ფარგლებში მათ ერთ-ერთ უმნიშვნელოვანეს მეთოდოლოგიურ ბერკეტებად გამოყენებას ხელს უშლის ამ სფეროში ადგილობრივი კადრების თითქმის სრული არ არსებობა. არადა, რეფორმირებული სისტემა, რომლის ერთ-ერთი ძირითადი პრიორიტეტი აღსაზრდელში სწორი ანუ ლოგიკურად გამართული აზროვნებითი ჩვევების ჩამოყალიბებაა, ძირითადად სწორედ ასეთ სამასწავლებლო კადრებს უნდა ეყრდნობოდეს. ანუ, ისეთ კადრებს, რომელთაც საკმარისი სიღრმით ექნებათ გათავისებული მათემატიკური და ბუნებრივი ენების ლოგიკის საგნობრივი მოთხოვნები და, ამასთან, გათავისებული ექნებათ არა მხოლოდ როგორც მათთვის ერთ-ერთი სასაფუძვლო სამეცნიერო დისციპლინა, არამედ აგრეთვე როგორც ზოგადი პედაგოგიკური მსოფლმხედველობითი საფუძველი ენისა და აზროვნების სიღრმისეულ ურთიერთკავშირებზე. – ხედვას მოზარდზე, როგორც თანდაყოლილ მათემატიკურ და ბუნებრივ ენობრივ სისტემებში ლოგიკური კანონებით მოაზროვნე ინდივიდუმზე, ამ ტიპის სწავლებაში გადამწყვეტი მნიშვნელობა აქვს.

იმ სასწავლო სისტემებმა, რომლებმაც თავის დროზე უარი თქვეს აღსაზრდელის ჭარბი ფაქტობრივი მონაცემებით დატვირთვისაგან და ძირითად სასწავლო ორიენტირად ზოგადი აზროვნებითი შესაძლებლობების განვითარების საკითხი დააყენეს, ამგვარი უმნიშვნელოვანესი არჩევანი მათემატიკური და ბუნებრივი ენების ლოგიკის იმ ფუნქციების სიღრმისეული ანალიზის საფუძველზე გააკეთეს, რითაც ისინი არამარტო მონაწილეობენ, არამედ, შეიძლება ითქვას, რომ, ყოველ კონკრეტულ შემთხვევაში, ქმნიან კიდეც ამ ზემოხსენებულ აზროვნებით შესაძლებლობებს. – მხედველობაში გვაქვს ენის, ენის ლოგიკისა და აზროვნების ზოგად ურთიერთმიმართებებზე თანამედროვე ხედვები.

ანუ, თუ ჩვენ გვინდა, რომ აღსაზრდელში ჯერ გავხსნათ და მერე თანდათან უფრო გავაღრმავოთ სწორი ანუ ლოგიკურად გამართული აზროვნებითი უნარი, მაშინ, რა თქმა უნდა, უწინარესად, ჩვენ თავად უნდა გვქონდეს მეცნიერულად დაფუძნებული წარმოდგენა იმაზე, თუ რანი არიან და რის საფუძველზე მიმდინარეობენ ეს სწორი აზროვნებითი პროცესები. ანუ, თუ ჩვენ გვინდა, რომ სწავლება ზოგადი ენობრივ-აზროვნებითი უნარ-ჩვევების განვითარების მიზნით სწორი და ოპტიმალურად შერჩეული მეთოდოლოგიით წარიმართოს, ცხადია, ამ სწავლებას საფუძვლად ქართული ენის ლოგიკის ზუსტი მათემატიკური შესწავლის მიზნით მიმდინარე ლოგიკურ-ლინგვისტური კვლევების უკვე გამოკვეთილი შედეგები უნდა დავუდოთ[2].

უკანასკნელი ორმოცდაათი წლის განმავლობაში მათემატიკური ლოგიკისა და ბუნებრივი ენების ლოგიკის სწრაფმა განვითარებამ და ამ ფონზე ენის და აზროვნების ფილოსოფიაში ჩამოყალიბებულმა ახალმა ხედვებმა არსებითად დახვეწა, როგორც ზოგადი სასწავლო სტრატეგია, ისე ენის და მათემატიკის შეჯერებული სწავლების ტაქტიკა. ამ ყველაფერში არსებითი დატვირთვა აიღო თავისთავზე მათემატიკის ენობრივ თეორიად გადააზრებამ და,

---

[1] ლოგიკის, როგორც ერთ-ერთი სასწავლო საგნის, სასკოლო სივრცის გარეთ გატანა სტალინის მმართველობის ბოლო პერიოდს ემთხვევა. ამავე პერიოდს ემთხვევა საბჭოურ პოლიტიკურ სივრცეში ლოგიკოს-ფილოსოფოსთა წინააღმდეგ მიმართული რეპრესიული ზომები. არადა, ეს ის დროა, როცა დასავლეთში, იქ უკვე განვითარებული მათემატიკური ლოგიკის თეორიული პრინციპების გათვალისწინებით დაიწყო ჩომსკი-მონტეგიუსეული თანამედროვე ლოგიკურ-ლინგვისტური მიმართულებისა და ბუნებრივი ენების ლოგიკის ინტენსიური განვითარების პროცესები.

[2] ამ ტიპის კვლევების დასავლური ორმოცდაათწლიანი გამოცდილების საპირისპიროდ ქართულისთვის არსებობს ამგვარი კვლევების მხოლოდ რვაწლიანი გამოცდილება. – ცხადია, რომ მათემატიკური ენისა და ქართული ენის ზოგადი ლოგიკური საფუძვლებისა და მათი შინაარსული ურთიერთმიმართებების სწავლება უნდა ითვალისწინებდეს ქართული ენის მათემატიკური დაფუძნებისთვის მიმდინარე კვლევების შედეგებს.

შესაბამისად, ამ ენობრივ თეორიაში სემანტიკური ასპექტების ბუნებრივმა სიმრავლურ-თეორიულმა დაფუძნებამ.

მონტეგიუს თეზისი, იმის თაობაზედ, რომ არ არსებობს არანაირი არსებითი განსხვავება ფორმალურ და ბუნებრივ ენობრივ სისტემებს შორის და რომ სინტაქსური და სემანტიკური საკითხების ურთიერთმიმართება ისეთ ბუნებრივ ენაში, როგორიც ინგლისურია, დაახლოებით ისევე შეიძლება იქნეს განხილული, როგორც ჩვენ ამას განვიხილავთ პირველი რიგის მათემატიკურ თეორიებში, საფუძვლად იქცა თანამედროვე ლოგიკურ-ლინგვისტური სამეცნიერო სფეროს შემდგომი და ინტენსიური ფორმირებისა. ამავე თეზისმა ჩაუყარა საფუძველი ენისა და აზროვნების ფილოსოფიაში ახალ ხედვებს. ამ თანამედროვე თვალსაზრისებით მათემატიკური ენობრივი გარემო განიხილება ბუნებრივად შუამავალ ენობრივ გარემოდ სხვადასხვა ბუნებრივ ენობრივ სისტემებს შორის. ამასთან, დღეს უკვე მიიჩნევენ, რომ ბუნებრივ ენობრივ სისტემებში სემანტიკის პრობლემა უნდა განიხილებოდეს არა ამ სისტემის სხვა ბუნებრივ ენობრივ სისტემებთან მიმართებაში, როგორც ეს ადრე განიხილებოდა, არამედ ამ ბუნებრივი ენობრივი სისტემისა და უფრო ღრმა საფეხურზე მდგარი მათემატიკური ენობრივი სისტემის ურთიერთმიმართებაში, რაც საერთო ანთროპოლოგიურ შინაარსულობაში განსაკუთრებულ მნიშვნელობას ანიჭებს ზოგად მათემატიკურ და ბუნებრივ ენობრივ სისტემებს და მათ ურთიერთმიმართებებს.

ამ თვალსაზრისს ეყრდნობა თანამედროვე სწავლების ერთ-ერთი ძირითადი თეზა იმის თაობაზედ, რომ თუ ჩვენ ვახერხებთ ენობრივი ტექსტის ლოგიკურ-ლინგვისტურ ანალიზს და ამ გზით მის შინაარსობრივად ინვარიანტულ გადაწერას მათემატიკურ ენობრივ ტექსტად, ანუ თუ ჩვენ ვახერხებთ ბუნებრივ ენასა და მათემატიკურ ენას შორის მენტალურად არსებული შინაარსული კავშირების გაბმას, მაშინ ჩვენ ასევე ვახერხებთ მათემატიკური და ბუნებრივი ენებით მოცემული ინტელექტუალური შესაძლებლობების ურთიერთშეჯერებასა და მათ კომბინირებულ გამოყენებას. - წინააღმდეგ შემთხვევაში, მიიჩნევა, რომ ენობრივ ერთეულში მათემატიკურ ენას მოწყვეტილი ბუნებრივი ენა ვეღარ იტვირთება მაღალი საფეხურის ინტელექტუალური ფუნქციებით და, პირიქით, იმავე ენობრივ ერთეულში ბუნებრივ ენას მოწყვეტილი მათემატიკური ენა ვერ იხსნება და, შესაბამისად, ვერ ხსნის მასში (ე.ი. ენობრივ ერთეულში) მენტალურად სასაფუძვლო მათემატიკურ უნარებს, რაც მთლიანობაში ამ ენობრივ ერთეულს შეზღუდული აზროვნებითი შესაძლებლობებით აყალიბებს.

ენობრივ სისტემებზე დესკრიფციული ლოგიკურ-ლინგვისტური ხედვების განვითარების საფუძველზე სასკოლო სივრცეში ენისა და მათემატიკის სწავლების მეთოდიკა თანდათანობით და მით უფრო მეტი მოცულობით ეყრდნობა მათემატიკური და ბუნებრივი ენების ლოგიკის მონაცემებს. დღეს დასავლეთში ფაქტიურად უარი თქვეს არასრული და ლოგიკურად ძნელად არგუმენტირებადი გრამატიკული სისტემების მშრალი სწავლებისაგან. უფრო მეტიც, ასეთი მეცნიერულად დაუსაბუთებელი და ლოგიკურად წინააღმდეგობრივი სწავლებანი ზოგადი სასწავლო მიზნების გათვალისწინებით საზიანოდაც კი მიიჩნიეს და აქცენტი გადაიტანეს ლოგიკური შემადგენლებით გაჯერებული ტექსტებიდან პირდაპირი, ანუ ტექსტუალურად უშუალოდ მოცემული და არაპირდაპირი, ანუ ტექსტიდან ლოგიკურად გამოყვანადი შინაარსების ამოღება-დამუშავებაზე. - ასეთ ტექსტებში შინაარსობრივად ურთიერთწინააღმდეგობრივი მონაცემების შემჩნევა და ამ შინაარსობრივ წინააღმდეგობათა გამომწვევი მიზეზების ახსნა თანამედროვე მათემატიკური და ბუნებრივი ენების ლოგიკის სწავლების პრიორიტეტულ ინტერესთა შორისაა.

როგორც უკვე აღინიშნა, ლოგიკა არის მეცნიერება დასაბუთებათა შესახებ და ეს ტრადიციული ფილოსოფიური ლოგიკის ძირითადი არსია. რაც შეეხება თავად თანამედროვე მათემატიკურ ლოგიკას, იგი მათემატიკის ენობრივ თეორიად გადააზრების საფუძველზე ჩამოყალიბდა და ამავე საფუძველზევე ჰპოვა განვითარება ფილოსოფიური ლოგიკის ძირითადი არსისა და მიზნების მათემატიკურ ენობრივ სამყაროში შეტანით და იქ მათი სრული შენარჩუნებით. ამასთან, თანამედროვე მათემატიკურმა ლოგიკამ ტრადიციული ფილოსოფიური ლოგიკის ზოგადი არსისა და მიზნების შემდგომი გაფართოების საფუძველზე მკაფიოდ

გამოკვეთა მისი ძირითადი ამოცანა, რაც მათემატიკისა და ბუნებრივი ენობრივი სისტემების დაფუძნებას ანუ მათი ფორმალური ტიპის თეორიებად წარმოჩენას ითვალისწინებს.

ფრეგესეული მათემატიკური ენა[1], ამ ფორმალური ენის ზოგადი ენობრივი პრინციპები, ამ ტიპის ენობრივი თეორიებისთვის შემუშავებული სიმრავლური სემანტიკები, მტკიცებების უნივერსალური ლოგიკური მეთოდები არის თანამედროვე მათემატიკური და ბუნებრივი ენების ლოგიკის ძირითადი არსი. – ანუ, თუ დასაბუთების გარეშე არ არსებობს მეცნიერება, თავად დასაბუთება არ არსებობს მსჯელობის გარეშე, რომელიც თავის მხრივ არ არსებობს გარკვეული ტიპის ენისა და ამ ენასთან უშუალოდ მიბმული გარკვეული ტიპის ლოგიკის გარეშე. ამგვარად, იმისათვის, რომ გარკვეულ მეცნიერულ სისტემაში მკაცრად და კორექტულად დასაბუთდეს გარკვეული დებულება, აუცილებელია უკვე მანამდე ასევე მკაცრად და კორექტულად გვქონდეს განსაზღვრული ამ მეცნიერული სისტემის ენა და ლოგიკა. ამგვარად, დებულებას **„დასაბუთების გარეშე არ არსებობს მეცნიერება. ხოლო თავად დასაბუთებას, მის კანონებსა და წესებს ლოგიკა სწავლობს"** ჩვენ შემდეგნაირი რეფრაზირებული სახით ვაყალიბებთ – **„დასაბუთების გარეშე არ არსებობს მეცნიერება. ხოლო თავად დასაბუთება არ არსებობს ამ დასაბუთების ენისა და ლოგიკის გარეშე"**. - ეს უკვე სხვაგვარ მსოფლხედვას აყალიბებს როგორც დასაბუთებაზე, ისე ლოგიკასა და ენაზე. ანუ, თუ პირველი დებულებით ლოგიკა სწავლობს უკვე მანამდე არსებული დასაბუთების წესებსა და კანონებს, რეფრაზირებული დებულებით ნებისმიერ დასაბუთებას დროში წინ უსწრებს ამ დასაბუთების ენა და ლოგიკა. ამდენად, ლოგიკა კი არ სწავლობს მის გარეშე უკვე შემდგარ დასაბუთებას, არამედ, პირიქით, იგი ქმნის მას. ამასთან, ყოველი კონკრეტული დასაბუთება იქმნება იმ ენის ლოგიკის საფუძველზე, რომლის ფარგლებშიც მიმდინარეობს აღნიშნული დასაბუთების ენობრივი ფორმირება.

აქედან გამომდინარე, იმისათვის, რომ მოზარდში განვითარდეს დასაბუთებათა სწორად წარმოების უნარი, აუცილებელია მოზარდი სიღრმისეულად ფლობდეს იმ ენის ლოგიკის წესებს, რომლის ფარგლებშიც ცდილობს იგი დასაბუთების ჩამოყალიბებას. ანუ, **თუ ენაში განვითარებულ მსჯელობას მუსიკალურ კომპოზიციას შევადარებთ, მაშინ ენა ინსტრუმენტი, ენის ლოგიკა კი ნოტთა ის სისტემა გამოდის, რომლითაც მუსიკოსი სარგებლობს კომპოზიციების შექმნისას.** – კითხვა: რამდენად გამართლებულია ის, რომ **ბავშვებს, ერთი მხრივ, მუსიკალურ კომპოზიციათა გემოვნებიანი წერა მოვთხოვოთ, მეორე მხრივ კი, ამისთვის აუცილებელი საკომპოზიციო ნოტთა სისტემა არ ვასწავლოთ?![2]**

დღეს უკვე აღარ კამათობენ იმაზე, რომ მშობლიურ ენას და მშობლიურ ენასთან დამოკიდებულებას განსაკუთრებული როლი და ადგილი უკავია მოზარდის მოაზროვნე პიროვნებად ფორმირებაში. უფრო მეტიც, შეიძლება ითქვას, რომ ის, ვინც ვერ ამყარებს სიღრმისეულ ლოგიკურ-შინაარსობრივ კონტაქტს საკუთარ თავთან მისივე მშობლიური ენის ფარგლებში, მოკლებულია ჯანმრთელი ადამიანის იმ განსაკუთრებულად საჭირო ჩვევებს, რასაც მასში ფორმირებული აზრის ენობრივად გამოხატვისა, და პირიქით, ენობრივად გამოხატული ფორმიდან აზრის გამოტანის უნარები ითვალისწინებს. პედაგოგიური პრაქტიკა გვარწმუნებს, რომ ხშირ შემთხვევებში ბავშვებს უჭირთ ენობრივად მოცემული მათემატიკური თუ სხვადასხვა ტიპის ინტელექტუალური ამოცანების ამოხსნა მხოლოდ იმიტომ, რომ ისინი ვერ ახერხებენ

---

[1] თანამედროვე თვალსაზრისებით ჩომსკის მიერ ნაწინასწარმეტყველები უნივერსალური ენობრივი გარემო, რომელიც თანდაყოლილი გენეტიკურობით თითოეულ ინდივიდს დაბადებით გადაეცემა არის მათემატიკური ტიპის ენობრივი სისტემა და სწორედ ამ უნივერსალურად არსებული ენობრივი სისტემის ბაზაზე იშლება სხვადასხვა ინდივიდებში სხვადასხვა ბუნებრივი ენობრივი სისტემები. - ანუ, სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ, ამ თანამედროვე მსოფლმხედველობითი თვალსაზრისებით, მათემატიკური ენა ბუნებრივად არსებულია საყოველთაო მოცულობით, მაშინ როდესაც ქართული ენა ბუნებრივად არსებობს მხოლოდ ქართულ ენობრივ გარემოში, ინგლისური – მხოლოდ ინგლისურ ენობრივ გარემოში, გერმანული - მხოლოდ გერმანულში და ა.შ..

[2] ანუ, რამდენად ლოგიკურია ის, რომ ლოგიკურად გამართულ ენობრივ აზროვნებას ვითხოვოთ და, ამავდროულად, არ ვასწავლით აზროვნების ლოგიკურად გამმართავ ლოგიკურ წესთა სისტემას. – ამგვარად, მათემატიკური ენისა და ბუნებრივი ენების შიდა ლოგიკური წესების ურთიერთშეჯერებული სწავლების აუცილებლობა ჩვენთვის ცხადია. – აქ პრობლემატურად მხოლოდ ასეთი სწავლების ორგანიზებისათვის აუცილებელი სამასწავლებლო კადრების არარსებობას მივიჩნევთ.

ქართული ენით მოცემული ამოცანის ტექსტიდან ცნებითი ანუ აზროვნებითი შინაარსის გამოტანას. ამის მიზეზი ძირითადად ის არის, რომ ასეთი ბავშვები ეცნობიან რა ამოცანის ტექსტობრივად მოცემულ პირობას, უკეთებენ მას „იკონურ" ანუ „ხატობრივ" წარმოდგენით რეალიზაციას, რითაც მათი შინაგანი მოთხოვნილება ტექსტის შინაარსის გაგებისა „იკეტება" და მიუხედავად იმისა, რომ ტექსტის ასეთი „სურათობრივი" აღქმით გამცნობიერებელი ბავშვი, როგორც წესი, ახერხებს ამოცანის პირობის ტექსტის გამეორებას, იგი (ე.ი. პირობა) სიღრმისეულ ცნებით საფეხურზე მისთვის (ე.ი. ბავშვისთვის) მაინც გაუგებარი რჩება. – ასეთ შემთხვევებში ჩვენ ვამბობთ, რომ მშობლიურ ენაში ასეთ „ხატობრივ აზროვნებას" მიჯაჭვული მოზარდი, თუ არ მოვწყვიტეთ მის ასეთ ერთსახა გონებით ფუნქციონირებას, მაშინ უნდა შევეგუოთ იმას, რომ შემდგომ და თანდათანობით იგი უფრო მეტი მოცულობით დაშორდება სიღრმისეული ცნებითი აზროვნების ჩვევებს და ზრდასრულ პიროვნებად უკვე ამგვარი უნარის გარეშე ჩამოყალიბდება. – აქედან გამომდინარე ბუნებრივად ისმის კითხვა: რა მეთოდებით უნდა ვიმუშაოთ ბავშვებთან, რომ მათ შეძლონ ენასთან და განსაკუთრებით კი მშობლიურ ენასთან ლოგიკური, ცნებით-აზროვნებითი ურთიერთობის დამყარება? – ანუ, როგორი მეთოდოლოგიური ბერკეტებით უნდა ვისარგებლოთ, რომ ბავშვი ენობრივი მასალის იკონურ აღქმას გავაშოროთ და ჩავრთოთ იგი ენობრივი მასალის ცნებითი აღქმის პროცესში?

ითვლება, რომ თუ მოზარდი ახერხებს ბუნებრივი ენით მოცემული ტექსტობრივი პირობის შინაარსობრივად ინვარიანტულ რეალიზაციას ანუ შინაარსობრივად ეკვივალენტურ გადაწერას მათემატიკურ ენაში, მაშინ იგი აღარ არის ხატობრივი აზროვნების მარწუხებში და, შესაბამისად, მასში უკვე განვითარებულია ცნებითი აზროვნების ელემენტები. ბუნებრივი ენობრივი შინაარსების ეკვივალენტურ მათემატიკურ ენობრივ შინაარსებად გარდაქმნას და პირიქით, მათემატიკური ენობრივი შინაარსებიდან ეკვივალენტური ბუნებრივ ენობრივი შინაარსების აღდგენას, უმნიშვნელოვანეს უნარ-ჩვევებად მიიჩნევენ. რამდენადაც, მხოლოდ ამ ენების ამგვარი ურთიერთშეჯერებული გამოყენების შემთხვევაში გვეძლევა ამავე ენებით განსაზღვრული ინტელექტუალური პოტენციების ურთიერთშეჯერებული გამოყენების საშუალება.

რადგან მათემატიკური და ბუნებრივი ენების ლოგიკის ძირითადი მიზანი სწორედ მათემატიკური ენისა ბუნებრივი ენების ლოგიკური და შინაარსული ურთიერთმიმართებების კვლევაა, გასაგებია, რომ საუნივერსიტეტო სივრცეში მათემატიკური და ბუნებრივი ენების ლოგიკის სწავლების თანდათანობით დანერგვას ამ მნიშვნელოვანი პრობლემების ერთადერთ გადამჭრელ გზად მივიჩნევთ. ბუნებრივია, რომ მათემატიკური და ბუნებრივი ენების ზოგადი ლოგიკური საფუძვლების სპეციალური კურსები უნდა შემზადდეს სხვადასხვა საუნივერსიტეტო ფაკულტეტების სხვადასხვა მიზნობრივი სპეციფიკების გათვალისწინებით. ამასთან, გამომდინარე ზოგადი აზროვნებითი უნარების განვითარებასა და ფორმირებაში კურსის მიზნების სასაფუძვლო მონაწილეობიდან, ცხადია, რომ ასეთ სასწავლო კურსებს მიუხედავად ფაკულტეტების სპეციფიკებისა სასაფუძვლო დატვირთვები უნდა განესაზღვროთ.

რაც შეეხება სასკოლო სისტემას, გასაგებია, რომ ქართული ენის, მათემატიკური ენისა და ამ ენების ლოგიკის შეჯერებული სწავლების ერთ-ერთ უპირველეს მიზნად მოზარდში ზოგადი ენობრივ-აზროვნებითი უნარ-ჩვევების გამომუშავება უნდა იქცეს. ამგვარად, ჩვენი ხედვებით, ამ ინტეგრირებული სწავლების მეთოდოლოგია ზოგად ლოგიკურ მეთოდებთან ერთად აუცილებლად უნდა ითვალისწინებდეს მათემატიკური ენისა და მათემატიკურ და ბუნებრივ ენობრივ სისტემებს შორის შინაარსობრივი ურთიერთმიმართებების სწავლებას. – ვიმეორებთ: მხოლოდ ამგვარი სწავლების პირობებში შეძლებს მოზარდი მათემატიკური ენისა და მათემატიკური ენობრივი მეთოდოლოგიით განსაზღვრული ინტელექტუალური პოტენციის სრულ და თავისუფალ გამოყენებას ნებისმიერი ტიპის ინტელექტუალური საჭიროების შემთხვევაში. - თუ ჩვენ ვერ უზრუნველვყოფთ მოზარდში მათემატიკურ ენობრივ სისტემასა და ბუნებრივ ქართულ ენობრივ სისტემას შორის ბუნებრივადვე არსებული შინაარსობრივი ურთიერთკავშირების გაბმა-გაძლიერებას, მაშინ, მიუხედავად იმისა, რომ მოზარდმა შეიძლება გაიაროს მათემატიკისა და ქართული ენის სრული სასკოლო კურსები, იგი მაინც ვერ მოახერხებს ამ ორი ერთმანეთზე ანთროპოლოგიურად გადაჯაჭვული ინტელექტუალური

შესაძლებლობების ურთიერთდაკავშირებულ გამოყენებას, რაც არსებითად უკარგავს ღირებულებას, როგორც მათემატიკის[1], ისე ენის სასკოლო სწავლებას.

ამგვარად, თუ ჩვენ გვინდა, რომ ახალ ეროვნულ სასწავლო სისტემაზე გადასვლას, როგორც შედეგი, ახლდეს ენაში უფრო ღრმად და უფრო გამართულად მოაზროვნე საზოგადოების ფორმირება, შესაბამისად, თუ ჩვენ გვინდა, ქვეყნისთვის უმნიშვნელოვანესი სახელმწიფოებრივი ინსტიტუტები თანდათან უფრო მეტი მოცულობით დაკომპლექტდნენ ზოგადი აზროვნებითი კომპეტენციით აღჭურვილი პროფესიონალებით, ანუ, თუ ჩვენ გვინდა, რომ სასწავლო სისტემა რეალურად იყოს ორიენტირებული აღსაზრდელში ზოგადი აზროვნებითი უნარ-ჩვევების განვითარებაზე, მაშინ, როგორც უკვე აღვნიშნეთ, აუცილებელი იქნება მათემატიკური და ბუნებრივი ენების ლოგიკა, როგორც ერთ-ერთი სასაფუძვლო საუნივერსიტეტო დისციპლინა, სავალდებულო საგნად იქცეს მომავალი პედაგოგებისთვის და არა მხოლოდ მათთვის.

ის აუცილებელი კომპეტენცია, რომელსაც სამასწავლებლო კადრები უნდა აკმაყოფილებდნენ, სპეციფიკურ-საგნობრივ კომპეტენციასთან ერთად, არანაკლები დატვირთვით უნდა ითვალისწინებდეს სწავლების ენის გასწვრივ ლოგიკურად გამართულ ზოგად აზროვნებით კომპეტენციას. – ყველა სხვა შემთხვევაში, ის რომ ნებისმიერი სასკოლო გაკვეთილი აღსაზრდელს სწორ, ლოგიკურად გამართულ აზროვნებით უნარებს უნდა უღრმავებდეს, ვერ განხორციელდება. - მასწავლებლის ლოგიკურად გაუმართავი, არასწორი აზროვნება განსაკუთრებული ძალით გადადის მასზე მინდობილ ბეჯით და დამჯერე მოსწავლეზე.

ამგვარად, ცნობილი ავტორების, ბარბარა ჰოლ პარტის, ალის ტერ მიულენისა და რობერტ უოლის სახელმძღვანელოს[2] მიხედვით მომზადებული საუნივერსიტეტო კურსი[3], გამომდინარე იქიდან, რომ იგი მათემატიკური ენისა და ბუნებრივი ენების ლოგიკურ და შინაარსულ ურთიერთმიმართებებთან ერთად ეხება მათემატიკური მტკიცებებისა და ბუნებრივი გამოყვანების თეორიის სასაფუძვლო საკითხებს და გამომდინარე იქიდანაც, რომ კურსის ერთ-ერთი მიზანი სასწავლო ენის გასწვრივ ლოგიკურად გამართული აზროვნებითი კომპეტენციის ფორმირებაა, ცხადია აქტუალურია როგორც შესაბამისი ფაკულტატური, ისე ფართო საუნივერსიტეტო და თანამედროვე სასწავლო მიზნობრივი მოთხოვნების გათვალისწინებით.

The Logic of Mathematical and Natural Languages and Contemporary Teaching Aims

United Georgian Group of Logic and Language
K. Gabunia, T. Tevzadze, L. Lekiashvili, G. Nadibaidze, V. Pkhakadze, K. Pkhakadze, B. Tskhadadze

Abstract

The fundamental interrelation between the general course of logic of mathematical and natural languages and the educational purposes that are essentially orientated to the development of general mental skills have been considered in the paper. The importance of the university course prepared for the Georgian students on the basis of the classical handbook by Barbara H. Partee, Alice ter Meulen and Robert Wall “Mathematical Methods in Linguistics” has been shown for the aim of praparing the staff for the contemporary teaching strategies, which is essentially orientated to the development of general mental skills in high school.

---

[1] მათემატიკა არ არის არითმეტიკულ თუ სხვა მათემატიკურ ოპერაციათა სწრაფი და ზედმიწევნითი კალკულირების უნარი. მათემატიკა არც ერთხელ გავლილი ტრაფარეტის მიხედვით ამოხსნადი ამოცანების ამოხსნის უნარია. - ესენი მათემატიკის შემადგენლებია, მაგრამ ისინი მათემატიკას არ წარმოადგენენ. მათემატიკა უპირველეს ყოვლისა ყოველდღიური მოხმარების საგანია. მათემატიკა საკუთარ თავთან არა ინსტიქტური, არამედ თავად ამ ინსტიქტების განმსჯელი და, შესაბამისად, მათგან (ე.ი. ინსტიქტებისგან) თავისუფალი ურთიერთობის შესაძლებლობაა. - მათემატიკა სხვადასხვა ბუნებრივი ენების სასაფუძვლო და საშუამავლო ბუნებრივი ენაა და ისიც მშობლიური ენასავით, ამა თუ იმ ძალითა და მოცულობით, ყველას ეძლევა, ვინც თავადვე ინდომებს მასთან ყოფნას.

[2] სახელმძღვანელოს სათაურია „მათემატიკური მეთოდები ლინგვისტიკაში”.

[3] საუნივერსიტეტო კურსის სათაურია „მათემატიკური და ბუნებრივი ენების ზოგადი ლოგიკური საფუძვლები”.